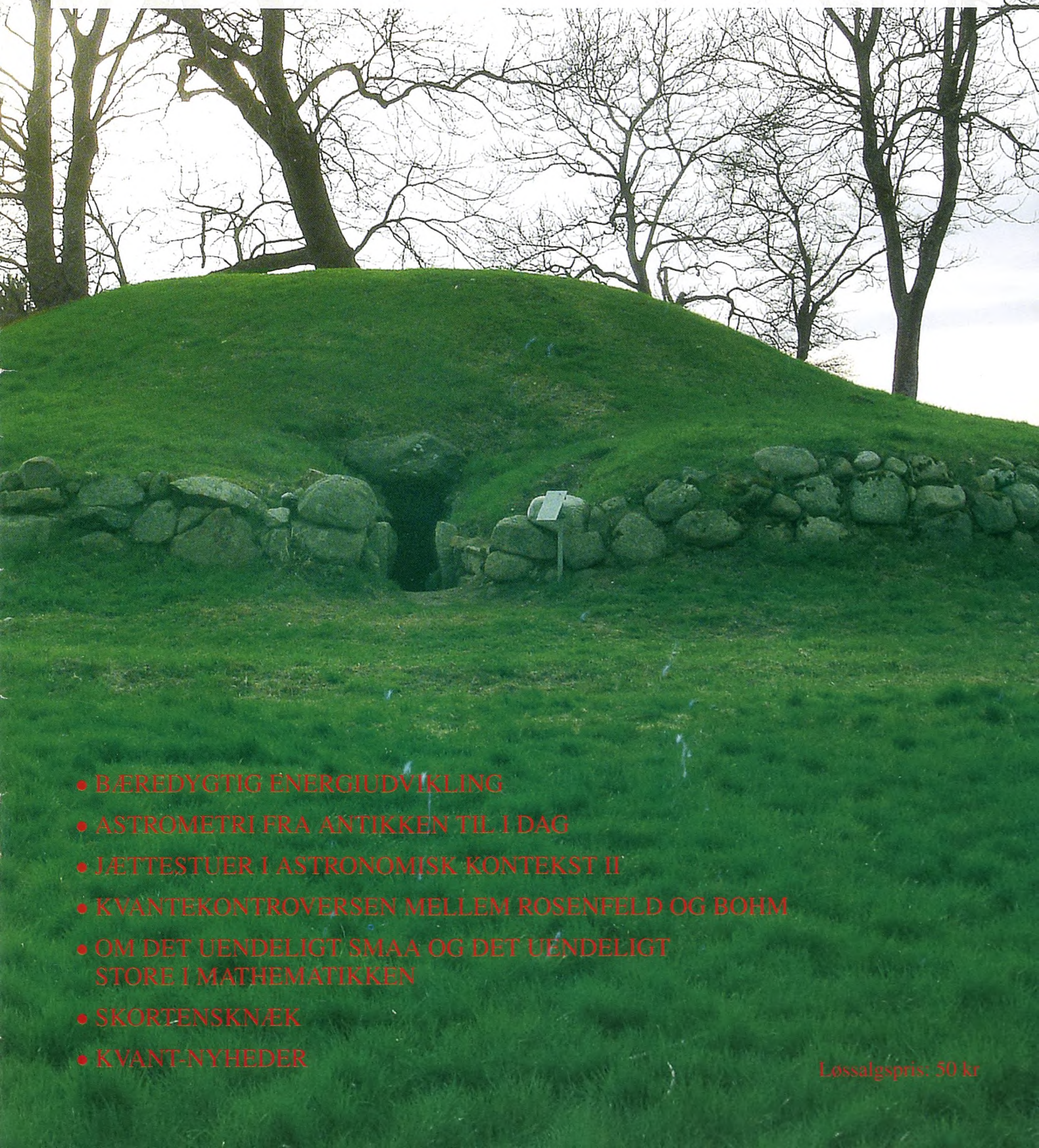


KVANT

Oktober
2011

3

Tidsskrift for Fysik og Astronomi 22. årgang



- BÆREDYGTIG ENERGIUDVIKLING
- ASTROMETRI FRA ANTikken TIL I DAG
- JÆTTESTUER I ASTRONOMISK KONTEKST II
- KVANTEKONTROVERSEN MELLEM ROSENFELD OG BOHM
- OM DET UENDELIGT SMAA OG DET UENDELIGT STORE I MATHEMATIKKEN
- SKORTENSKNÆK
- KVANT-NYHEDER

Løssalgspris: 50 kr

KVANT

Tidsskrift for Fysik og Astronomi

c/o Niels Bohr Institutet
Universitetsparken 5
DK-2100 København Ø

Hjemmeside : www.kvant.dk
E-mail : kvant@kvant.dk

Udgives af

Astronomisk Selskab,
Dansk Fysisk Selskab,
Dansk Geofysisk Forening,
Selskabet for Naturlærens Udbredelse,

Redaktion

Michael Cramer Andersen (ansv. red.),
Christianshavns Gymnasium
Torsten Freltoft,
Sophion Bioscience A/S
Anja Skaar Jacobsen,
Ordrup Gymnasium
Mogens Esrom Larsen,
Institut for Matematiske Fag, KU
Sven Munk (nyhedsredaktør)
John Rosendal Nielsen (nyhedsredaktør),
Aurehøj Gymnasium
Jens Olaf Pepke Pedersen,
DTU Space
Finn Berg Rasmussen,
Ørsted Lab, Københavns Universitet
Svend Erik Rugh

Korrektur

Natalia Golubeva,
Aarhus Universitet
Torben Westerberg

Foreningsrepræsentanter

Lone Djernis Olsen (KIF)
Torben Lund Skovhus (SNU),
Teknologisk Institut

Abonnementspris : 180 kr/år.

Kvant udkommer 4 gange årligt og er medlemsblad for de udgivende selskaber.
Henvendelser vedr. abonnement til forretningsfører Lene Körner tlf. 35 32 07 62 (koerner@kvant.dk).

Annoncepriser

1/1 side: 3600 kr, 1/2 side: 2400 kr
1/4 side: 1600 kr.

Priserne er excl. moms og for reproklart materiale i farver. Henvendelser om annoncer til redaktøren, tlf. 22 67 26 42.

Oplag: 2200. Tryk: HCB Tryk ApS, Brønderslev. ISSN 0905-8893

Produktionsplan

Nr. 4-11 udkommer ca. 15. december
Nr. 1-12 udkommer ca. 15. marts
Deadline for mindre bidrag og annoncer er ca. en måned før, længere artikler skal modtages to måneder før.

Indhold:

Bæredygtig energiudvikling <i>Niels I. Meyer</i>	3
Kvantekontroversen mellem Léon Rosenfeld og David Bohm i 1950'erne <i>Anja Skaar Jacobsen</i>	9
Jættestuer i en astronomisk kontekst II <i>Claus Clausen</i>	14
Skorstensknæk – breddeopgave 44 med didaktisk kommentar <i>Jens Højgaard Jensen</i>	20
KVANT-nyheder <i>John Rosendal Nielsen</i>	23
Foreningsnyt – foredrag i efteråret	24
Astrometri fra antikken til i dag <i>Erik Høj</i>	25
Om det uendeligt smaa og det uendeligt store i Mathematikken <i>Mogens Esrom Larsen</i>	32
Aktuelle bøger <i>Anja Skaar Jacobsen</i>	35
En stjernes smukke død <i>John Rosendal Nielsen</i>	Bagsiden

Billedet på forsiden viser "Øm jættestue" på Sjælland, tæt på Lejre. Det er en jættestue med en gangretning der er målt til 100 grader regnet fra geografisk nord med urets retning. Denne jættestue hører til en gruppe jættestuer med retningen "skæv øst" i gradintervallet 85 grader til 110 grader. Omkring en tredjedel (1/3) af de målte jættestuer peger i denne retning. Den astronomiske tolkning er, at den peger mod opgangen af den første forårsfuldmåne. Samme fuldmåne bliver efterfulgt af en måneformørkelse med 1, 8, 9 eller 10 års mellemrum. Læs artiklen af Claus Clausen inde i bladet.



KVANT udsendes gratis til alle landets gymnasier, seminarier og HTX-kurser med velvillig økonomisk støtte fra Niels Bohr Institutet (KU), Institut for Fysik og Astronomi (AU), Institut for Fysik og Kemi (SDU), Institut for Fysik og Nanoteknologi (AAU), samt DTU Fotonik, DTU Fysik og DTU Nanotech.

Bæredygtig energiudvikling

Af Niels I. Meyer, professor emeritus, DTU-BYG

Den menneskeskabte drivhuseffekt er i gang med at skabe mærkbare ændringer i Klodens klima, som konsekvens af den globale opvarmning. Udslippet af drivhusgasser stammer især fra afbrændingen af fossile brændsler. En vigtig del af løsningen er en omlægning til vedvarende energiresourcer kombineret med energibesparelser. Teknologierne findes, men den politiske indsats er for beskeden og for sendrægtig. Måske magter det demokratiske system ikke at træffe de nødvendige langsigtede beslutninger i tide?

Hvad ved vi om den globale temperaturbalance?

Vi ved, at en række drivhusgasser (DHG'er), som vanddamp, CO₂ (kuldioxid), CH₄ (metan), N₂O (lattergas) med flere har afgørende betydning for den globale temperaturbalance. Uden disse "naturlige" DHG'er ville den globale middeltemperatur ligge omkring -17 °C, og Kloden ville stort set være ubeboelig. Derfor er der god grund til at glæde sig over, at de "naturlige" DHG'er har sørget for, at den globale gennemsnitstemperatur i nyere tid har svinget beskedent omkring plus 15 grader celsius. Det er mindre glædeligt eller snarere direkte bekymrende, at de moderne industrisamfund er i gang med mærkbart at øge atmosfærens koncentration af drivhusgasser med komplicerede og delvis uoverskuelige konsekvenser for det globale klima.

Vi ved også, at koncentrationen i atmosfæren af den dominerende menneskeskabte DHG (CO₂) er steget fra ca. 280 milliontedele (ppm) før den industrielle udvikling til omkring 390 ppm i dag [1]. Det skyldes hovedsageligt afbrændingen af kul, olie og naturgas. Samtidig er den globale gennemsnitstemperatur steget ca. 0,8 grader celsius siden slutningen af 1800-tallet.

For fuldstændighedens skyld bør det nævnes, at nogle (især danske) forskere argumenterer for, at aktiviteten af solpletter kan være af væsentlig betydning for temperatursvingningerne på Kloden [2]. Denne teori tillægges imidlertid ikke større betydning blandt det store flertal af Klodens klimaeksperter, blandt andet fordi den teoretiske model ikke er tilstrækkeligt verificeret, og det eksperimentelle grundlag er relativt spinkelt. Desuden er temperaturudviklingen på Kloden ikke i god overensstemmelse med solpletteorien [3], [4]. Af samme grund bliver solpletteorien ikke yderligere behandlet i denne artikel.

Historiske klimaændringer

Et andet spørgsmål, som fremdrages i forbindelse med debatten om den globale opvarmning, er indflydelsen fra de historiske, "naturlige" ændringer af klimaet med skiftende istider afløst af varmere perioder ("mellemistider"), hvor den seneste istid kulminerede for ca. 18.000 år siden. Der har været omkring 40 forskellige istider adskilt af mellemistider i de seneste godt to millioner år [5]. I den forbindelse bør den såkaldte "lille istid" fra ca. 1350 til 1850 dog ikke forveksles med en "rigtig" istid.

Der er tale om yderst komplicerede mekanismer og tidsperioder, der svinger fra mange millioner af år til få tusinder af år. En nylig oversigtsartikel over disse forhold er publiceret i *Geografisk Orientering* [5]. Her vil jeg nøjes med at fremdrage nogle af de væsentlige forhold.

Blandt de mange bidrag til de klimatiske variationer kan nævnes ændringer i jordbanens form (excentriciteten) omkring solen med cykliciteter på ca. 100.000 til 400.000 år, ændringer i jordaksens hældning og retning med cykliciteter på ca. 20.000 til 40.000 år, ændringer i jordbanens hældning, og varierende udstråling fra solen. Men sammenhængen med Klodens klimaændringer slutter ikke her. Dertil kommer bl.a. makroændringernes indflydelse på Klodens havstrømme (fx Golfstrømmen og den Nordatlantiske Oscillation også kaldet El Nino), vindforhold og skydannelser.

Når der fra visse sider sættes spørgsmålstegn ved hele teorien om den menneskabte globale opvarmning, behøver det således ikke udelukkende at skyldes kommercielle særinteresser. Der er tale om meget komplicerede klimaforhold, og selv de mest avancerede beregningsmodeller har ikke styr på alle de forekommende mekanismer (fx skydannelser og havstrømme). På den anden side er ingen af de mulige alternative forklaringer specielt overbevisende. Den dominerende opfattelse blandt klimaeksperter er, at de "naturlige" mekanismer ikke kan forklare den nuværende udvikling (siden 1980), som overvejende må tilskrives den menneskeskabte drivhuseffekt [5].

Derfor er det i god overensstemmelse med den videnskabelige tradition at fortsætte arbejdet med at forbedre de anvendte klimamodeller og sammenligne modellernes resultater med målte data. Hertil kommer, at det vil være i direkte modstrid med det såkaldte *forsigtighedsprincip* [6], [7], hvis man ikke tager de allerede observerede konsekvenser seriøst. Det er det faglige grundlag for de følgende afsnit i artiklen.

Skulle det endelig vise sig, at klimaændringerne bliver mindre alvorlige end de nuværende modeller forudsiger, er investeringerne i vedvarende energi langt fra spildte. Hovedparten af Klodens olie findes i politisk usikre områder (især i Mellemøsten), og de moderne industrisamfund er stærkt afhængige af deres olieforsyning. Alene af hensyn til forsyningssikkerheden er der gode grunde til at forcere overgangen til vedvarende

energi. Det vil også reducere faren for truende (militære) kampe om den sidste olie.

Internationale reaktioner

De potentielle problemer i forbindelse med den globale opvarmning har været tilstrækkelig bekymrende til, at FN i 1988, som opfølgning på den såkaldte Brundtland-rapport fra 1987, har nedsat en kommission kaldet *Intergovernmental Panel on Climate Change* (IPCC) til løbende at følge, analysere og informere om udviklingen af den globale opvarmning. Den seneste af IPCCs rapporter udkom i 2007 baseret på målte resultater op til 2005, mens den næste rapport forventes at komme i 2013-2014. Det er en generel svaghed, at disse rapporter er mindst to år under udarbejdelse og derfor ikke er ajour med den seneste udvikling.

Ved FNs klimatopmøde i Rio i 1992 var der tilslutning fra 154 lande til en *Klimakonvention* med hovedformålet at arbejde for en stabilisering af det globale klima, inden de potentielle ændringer får alvorlige konsekvenser. Det har ført til en række internationale konferencer mellem de deltagende lande (Conferences of Parties, COPs), og som et første konkret skridt forfattedes i 1997 den såkaldte Kyoto-protokol med (beskedne) forpligtende DHG-reduktioner for de rige lande inden 2012. Efterfølgende blev protokollen dog ikke ratificeret af flere industrilande med USA i spidsen, og den trådte først i kraft i 2005, da tilstrækkeligt mange lande havde ratificeret. En oversigt over disse klimakonferencer og deres beslutninger op til 2009 er givet i Geografisk Orientering [8].

Godt hjulpet af den omfattende finanskrisen og forskellige "smutveje" (bl.a. køb af emissionskvoter i overskud hos andre lande og udnyttelsen af de såkaldte "fleksible mekanismer") vil størsteparten af de deltagende rige lande sandsynligvis være i stand til at opfylde deres Kyoto-forpligtelser. De fleksible mekanismer, Joint Implementation (JI) og Clean Development Mechanism (CDM), gør det muligt for avancerede industrilande at opnå forøgede udslipkvoter gennem samarbejdsprojekter med svagere udviklede industrilande og med udviklingslande. Det er dog en betingelse, at disse projekter ikke ville blive gennemført uden hjælp fra den fleksible mekanisme (krav om såkaldt *additionality*), hvilket er meget svært at kontrollere i praksis [9]. Desuden er der specielt i forbindelse med CDM opstået en række utroværdige projekter, som mere fungerer som pengemaskiner for de involverede end som reelle bidrag til formindskelse af den globale opvarmning [10].

En anden "smutvej" består i, at de rige lande outsourcer dele af deres energiintensive industri fx til Kina og senere importerer varerne uden at blive konteret for den indbyggede CO₂-udledning ved deres produktion. Ifølge en nylig analyse har udslippet fra produktionen af internationalt handlede varer mere end opvejet de udslipsreduktioner, som er opnået i henhold til Kyoto-protokollen [11]. Udslippet påhviler nemlig producentlandet med de gældende regnskabsregler. Alternativet kunne være at belaste brugerlandene med det samlede

CO₂-udslip i forbindelse med deres forbrug af varer, service, el, varme, transport og andre forbrug. Det ville imidlertid kræve meget komplicerede livscyklusanalyser af alle forbrugsvarer og andre energitjenester, og det system kan der næppe opnå international enighed om.

Indtil videre er det ikke lykkedes at opnå international tilslutning til det næste afgørende skridt fx i form af en stærkt opstrammet Kyoto-aftale for perioden frem til 2020. Og i øjeblikket er der intet, der tyder på, at en ny forpligtende aftale vil blive etableret inden den nuværende aftales ophør i 2012.

Mange danskere vil huske COP15 i København i december 2009, der endte som en bedrøvelig fiasko. Fiaskoen skyldtes især, at de to største bidragere til udslip af DHG'er (Kina og USA) ikke kunne enes om en fælles strategi til bekæmpelse af den globale opvarmning. De var uenige om ansvarsfordelingen og specielt om principperne omkring forpligtende udslipsreduktioner. Desuden blev opgaven ikke gjort lettere af det danske formandskabs manglende internationale erfaring. Fiaskoen har ifølge en vurdering af Det Internationale Energiagentur (IEA) forøget omkostningerne for verdenssamfundet over de næste 20 år med 1 billion (1000 milliarder) \$, hvis den globale opvarmning skal holdes under de tilstræbte 2 grader celsius [1].

Det efterfølgende COP16 i Mexico i december 2010 resulterede ikke i de nødvendige forpligtende aftaler, og det forventes heller ikke at ske ved COP17 i Sydafrika i december 2011. Det mest konkrete, man kan nævne fra disse konferencer, er, at der er international tilslutning til kravet om, at den globale gennemsnitstemperatur ikke må stige mere end 2 grader celsius i dette århundrede, hvilket vurderes at kræve en reduktion i 2050 på mindst 60 til 80 % af det nuværende globale udslip af CO₂ (ca. 32 milliarder tons pr. år). Denne tilsyneladende enighed bør dog ikke forlede til urealistisk optimisme, eftersom den nuværende kurs ifølge en række internationale analyser er sat mod en stigning på ca. 4 grader celsius eller mere [1], og der ikke er tegn på international enighed om de konkrete midler til at begrænse stigningen til de 2 grader.

En af de rige landes typiske undskyldninger for manglende handling er, at energianlæg baseret på vedvarende energi ikke kan konkurrere økonomisk og kun vinder indpas på grund af store statslige tilskud. I den forbindelse overser man bekvemt to faktorer, som trækker i den modsatte retning. Dels får de fossile brændsler globalt næsten seks gange større statslige tilskud end vedvarende energi: 312 milliarder \$ mod 57 milliarder \$ i 2009 [1]. Dels belastes fx kulkraft langt fra med de samfundsmæssige skadesomkostninger (eksternaliteter), som de giver anledning til [12].

For at formindske kulkraftens bidrag til den globale opvarmning gives der nu betydelige statslige bidrag til udviklingen af teknologier, der kan suge CO₂ ud af kulkraftværkernes udslip og deponere drivhusgassen i underjordiske lagre eller lagre under havbunden – på engelsk: Carbon Capture and Storage (CCS). CCS-teknikken er dog langt fra færdigudviklet og foreløbig er den dyr og energikrævende. Det er derfor indtil

videre tvivlsomt, om den nogensinde kommer til at spille en rolle i praksis [13].

Alligevel benyttes henvisningen til en kommende indførelse af CCS allerede nu som en undskyldning for oprettelsen af nye kulkraftværker. Eftersom et nyt kulkraftværk normalt har en levetid på mindst 40 år, vil det være yderst risikabelt at give tilladelse til nye værker med henvisning til en usikker CCS-løsning. En rationel løsning vil være at indføre et moratorium mod nye kulkraftværker, indtil CCS-teknologien er færdigudviklet og kommercielt tilgængelig. På det tidspunkt kan man da tage stilling til en eventuel ophævelse af moratoriet.

En midlertidig løsning kunne være at indføre en maksimumsgrænse for det tilladte udslip fra nye energianlæg ("Emission Performance Standard"). Hvis grænsen blev sat til 350 gram/kWtime ville det udelukke nye kulkraftværker uden CCS og samtidig gøre det muligt at bruge naturgas som overgangsenergi til et system med 100 % vedvarende energi.

Sandsynlige konsekvenser af den globale opvarmning

Som bekendt udvider vand sig ved opvarmning, og det gælder også for verdenshavene. Derimod er der vidt forskellige vurderinger af, hvor meget havene vil stige i løbet af dette århundrede. Vurderingerne går lige fra en halv meter [14] til en meter eller mere [15], [16]. De høje tal bygger på, at opvedningen ikke slutter ved de to grader celsius, og at der bl.a. vil ske en markant afsmeltning af Grønland og polerne. De rige lande vil i et vist omfang kunne afbøde skaderne ved bygning af dæmninger, men fattige lande som Bangladesh, Maldiverne og Egypten kan blive hårdt ramt. Disse lande har til gengæld ikke megen skyld i den globale opvarmning.

Samtidig vil klimabælterne flytte sig mange hundrede kilometer mod polerne med stærke ændringer i de nuværende frugtbare områder, som forsyner jordens befolkning med mad. Foreløbige analyser tyder på, at det bliver svært at finde nye områder, der er lige så frugtbare. Ifølge FNs Klimapanel vil frugtbare områder i Syd-, Øst- og Mellem Europa blive for varme og tørre. Det samme gælder store dele af USA, Sydamerika og Afrika [17] og [18]. Det er et kritisk problem, når det globale befolkningstal forventes at stige til omkring ni milliarder i 2050. Tilsvarende kritiske problemer forventes for forsyningen med ferskvand, som allerede er truet [19].

Det bør også nævnes, at erfaringerne og modelberegningerne tyder på, at vejrforholdene bliver mere ustabile med stærkere orkaner og perioder med mere udbredt tørke eller langt kraftigere regnperioder med store oversvømmelser [14]. Foreløbig er sammenhængen på dette område dog stadig til debat i videnskabelige kredse.

En bekymrende usikkerhed er forbundet med de såkaldte "tipping points", som indebærer en kraftig forstærkning af opvarmningsprocessen (positiv tilbagekobling), hvis de overskrides. Et eksempel kan være optøning af permafrosten i Sibirien og andre nordlige egne med udslip af den nedfrosne metan og kuldioxid.

Et andet eksempel er afsmeltning af fastlandsisen på Grønland og polerne, som vil eksponere ny jord med langt mindre refleksion af solstrålingen end de isbelagte områder.

Man kan konstatere, at næsten alle nye empiriske resultater hidtil har peget i den gale retning (kraftigere global opvarmning), og disse konsekvenser forsvinder ikke ved at omtale budbringerne som "dommedagsprofeter". Tværtimod burde de empiriske resultater få beslutningstagerne til at lægge mere vægt på *forsigtighedsprincippet* [6]. I den forbindelse bør det også nævnes, at en britisk regeringsrapport [20] har dokumenteret, at de samfundsmæssige omkostninger ved at udsætte en bekæmpelse af den globale opvarmning vil være en størrelsesorden større end ved en hurtig og effektiv indsats mod klimaændringerne. Rapporten betegner den manglende indsats mod den globale opvarmning, som en verdenshistorisk markedsfejl.

Hvad er den "forsigtige" udslipskvote pr. person i 2050?

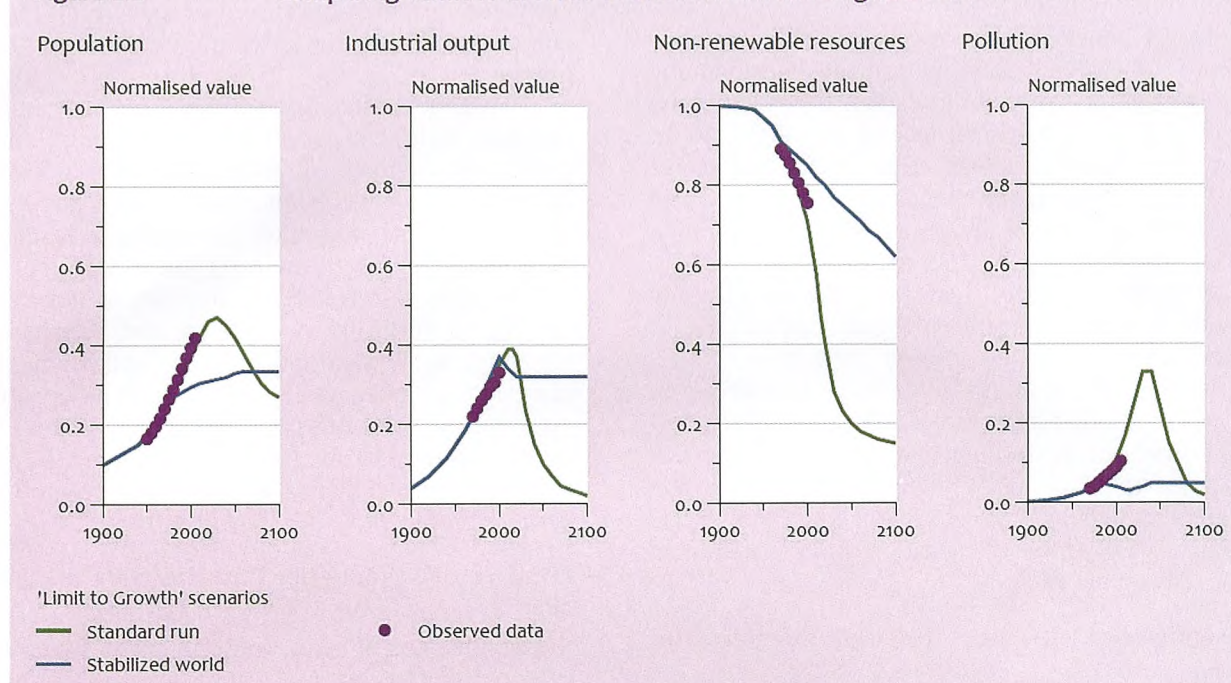
Svaret afhænger af beregningsprincippet. Den følgende beregning er baseret på et globalt lighedsprincip. Det vil sige, at alle mennesker på Kloden på længere sigt får tildelt samme udslipskvote – i modstrid med dagens situation, hvor udslippet af CO₂ i nogle (rige) lande ligger omkring 20 tons pr. indbygger og i andre (fattige) lande under 1 ton pr. indbygger. Se tabel 1. På grund af den vestlige finanskrise har industrilandenenes udslip generelt været mindre i 2009 end i 2008, mens Kina og andre store udviklingslande har haft stigende udslip.

Land	CO ₂ -udslip (mio. tons)	CO ₂ -udslip pr. capita i tons
Kina	6.500	4,9
USA	6.100	20
Indien	1.600	1,4
Tyskland	840	10
Mexico	470	4,4
Brasilien	368	1,9
Arabiske Emirater	136	31
Kuwait	86	30
Danmark	55	10
Bangladesh	44	0,28
Gambia	0,40	0,25

Tabel 1. Udslip af CO₂ totalt og pr. indbygger i udvalgte lande i 2007 (afrundede tal). Kilde UN Statistics Division – Environmental Statistics, 2010.

Det er næppe muligt at nå den ønskede reduktion på 60 til 80 % af det nuværende globale udslip, hvis de rige lande vil fastholde deres ret til relativt højere udslipskvoter pr. indbygger. Derfor er følgende regneeksempel baseret på et dynamisk lighedsprincip, hvor en række af de fattige lande først forøger deres udslip og efterfølgende ender på en fælles global kvote i 2050. De rige lande forudsættes straks og vedvarende at reducere deres udslipskvote.

Figure 2.2 Comparing 'Limit to Growth' scenarios to observed global data



Figur 1. Sammenligning af scenarier i "Grænser for Vækst" med globalt observerede data [22].

REGNEEKSEMPEL

En reduktion på 60 % af det nuværende globale udslip af CO₂ på ca. 32 milliarder tons pr. år fører til et globalt udslip på 12,8 milliarder tons i 2050. Samtidig forudses det globale befolkningstal at komme til at ligge omkring 9 milliarder i 2050. Det vil sige, at den årlige udslipskvotient i 2050 kommer til at ligge på ca. 1,4 tons pr. person. Samme resultat kom den tyske kansler Angela Merkel til i en tale i New York i 2007 [21]. Efter at hun kom hjem og fik talt med tysk industri, sagde kansler Merkel ikke mere om sit regnestykke, hvilket dog ikke gør resultatet mindre korrekt. Som det fremgår af tabel 1, vil det være en drastisk reduktion for industrilandene, og regeringerne i de øvrige OECD-lande har heller ikke været ivrige for at følge op på Merkels regnestykke.

Grænser for vækst

Romklubbens rapport *Grænser for vækst* (*The Limits to Growth*) fra 1972 gav en række eksempler på mulige brud på en bæredygtig udvikling på grund af resourcetømming og forskellige former for forurening. Rapporten belyste desuden mulighederne for en alternativ, bæredygtig udvikling. Den gang blev rapporten hårdt kritiseret af en række neo-liberalistiske økonomer, som havde misforstået dens indhold og intentioner og tilsyneladende overset rapportens positive scenarier og forslag. Egentlig er det overraskende, at det skal være så svært at acceptere, at eksponentiel vækst i forbruget af materielle ressourcer har en grænse på en begrænset klode. Inden for de seneste år har rapporten og dens scenarier imidlertid fået oprejsning og anerkendelse – også fra økonomer. Figur 1 illustrerer, at scenarierne i

Grænser for Vækst fra 1972 har dækket den hidtidige udvikling forbavsende godt.

Begrebet "grænser for vækst" har fået aktuel opbakning i en britisk regeringsrapport under formandskab af professor Tim Jackson om "velfærd uden vækst" [23]. Den politiske modstand mod en økonomi uden vækst er specielt knyttet til det nuværende stive beskæftigelsesbegreb. Erfaringsmæssigt stiger produktiviteten i industrilandene med et par procent om året, og hvis økonomien ikke vokser tilsvarende, fører det til stigende arbejdsløshed. Et konstruktivt alternativ kunne være i stedet at sætte arbejdstiden ned og glæde sig over mere tid til andre sysler [24]. Denne tankegang er imidlertid langt fra at vinde indpas i beslutningsprocessen i OECD-landene, og den nuværende finanskrisen gør det nærmest politisk umuligt for disse landes finansministre at nedprioritere støtten til økonomisk vækst.

Har vi de nødvendige teknologier til at sikre en bæredygtig udvikling?

Svaret er ja. Det er belyst gennem en række grundige og realistiske analyser både i udlandet (med fokus på el-sektoren) [25] og i Danmark [26], [27], [28]. Den korte udgave af løsningen er, at vi skal afskaffe brugen af fossile brændsler inden 2050 og gå over til vedvarende energi samt udnytte det store potentiale for energibesparelser. De danske beregninger dokumenterer, at det oven i købet indebærer mindre samfundsøkonomiske omkostninger end at fortsætte som hidtil ("business as usual") [26], [28]. Denne tendens forstærkes, når man inkluderer hensynet til de eksterne samfundsomkostninger (eksternaliteter) fra de fossile brændsler i beregningerne. Og Danmark er ikke et specialtilfælde

i den sammenhæng [12].

Omstillingen til fluktuerende energikilder som sol og vind kræver en ny form for systemtænkning. Det gælder især samspillet mellem sektorerne for el, varme og transport, som tidligere er blevet drevet og planlagt som adskilte sektorer. Løsningen kræver også en ny form for tovejs-kommunikation mellem energiproducenter og energiforbrugere ("smart grids") samt bred indførelse af teknologier som varmepumper, varmelagre, brændselsceller, el-biler m.m.

Løsningsmulighederne er grundigt belyst i et stort dansk forskningsprojekt med titlen CEESA, som udsender de afsluttende rapporter i 2011 [28]. Et centralt resultat fra CEESA-projektet er, at biomasse anvendt til energi bliver en mangelvare, som i forskellige former må reserveres til specielle formål som højtemperaturprocesvarme i industrien og drivkraft til fly og lastbiler. Hvor det er praktisk muligt skal man i stedet basere sig på el fra vindkraft. Et andet problem ved anvendelsen af de begrænsede biomasseressourcer til energiformål er konflikten med hensyn til at skaffe mad til den voksende befolkning på Kloden.

Kernekraft

Der er stadig en international kernekraftlobby, som hævder, at kernekraft er en nødvendig og billig teknologi til løsning af problemerne. Disse argumenter er imidlertid ikke velfunderede. Kernekraft er tværtimod langt dyrere end hævdet af tilhængerne på grund af en række skjulte subsidier, ligesom sikkerheden over for menneskelige fejl og terroristhandlinger ikke er acceptabel. Desuden har en række teknologiske problemer ikke fundet en forsvarlig løsning, herunder en sikker opbevaring af det højradioaktive affald i mere end 10.000 år [29], [30].

Katastrofen i Japan i 2011 har haft direkte indflydelse på beslutningen i Tyskland om en relativ hurtig udfasning af kernekraft. Selv i kernekraftlandet Frankrig overvejer man nu at ændre politiken på el-området i retning af mere vedvarende energi. Imidlertid vil der stadig blive bygget nye kernekraftværker i en del lande, men det vil ikke have nogen tilstrækkelig effekt på bekæmpelsen af den globale opvarmning [29]. Tværtimod kan det forsinke udbygningen med vedvarende energi, som er den endelige bæredygtige løsning.

Kan demokratiet klare opgaven?

Som det fremgår af det ovenstående, er der meget, der tyder på, at den demokratiske beslutningsproces ikke magter at gennemføre de nødvendige teknologiske og samfundsmæssige ændringer i tide, så vi undgår skræmmende og dramatiske miljømæssige konsekvenser. Der er for mange barrierer i form af kortsigtede, nationale og kommercielle særinteresser. En erfaren miljøforsker som professor Dennis Meadows (en af hovedforfatterne til "Grænser for vækst") har ved flere internationale seminarer forudsagt, at når først de klimatiske katastrofer ramler ned over os, vil folk råbe på "den stærke mand", som kan redde dem fra de gammeldags og sendrægtige demokratiske principper.

Personligt vil jeg ikke udelukke, at udviklingen kan gå i den retning, men jeg tror mere på demokratiets overlevelseskraft end Meadows gør. I Storbritannien optrådte Winston Churchill ved flere lejligheder mere som "stærk mand" end som traditionel demokratisk politiker under Anden Verdenskrig. Men efter krigen kom de demokratiske principper til magten igen – og afsatte Churchill.

Hvor stopper vores ansvar for fremtidens generationer?

I en nylig bog af klimaforskeren Curt Stager [31] påpeger forfatteren, at omkring en femtedel af det menneskeskabte CO₂-udslip stadig vil befinde sig i atmosfæren om 3.000 år. Samtidig er Kloden forventeligt på vej til en ny istid om ca. 80.000 år, som vil skabe dramatiske forringelser i menneskers livsmuligheder på Kloden. Stager rejser i den forbindelse spørgsmålet, om de nuværende generationer kunne udsætte problemerne for vores fjerne efterkommere ved at undlade at bekæmpe den globale opvarmning. Han estimerer, at man muligvis vil kunne udsætte den næste istid med helt op til 80.000 år.

Teoretisk kan det lyde interessant at give vore efterkommere et ekstra pusterum på 80.000 år, men jeg er enig med Stager i hans endelige (pragmatiske) konklusion om, at det nok er mere fornuftigt at stoppe afbrændingen af fossile brændsler nu og så begynde afbrændingen igen, når det begynder at blive koldt. Hvis menneskene har undgået at ødelægge Kloden i de næste tusind år, er de nok også blevet så meget klogere, at de finder på passende løsninger til at klare istiden – måske ved at bosætte sig på andre planeter.

Konklusioner

På grund af den omfattende finanskriser er den globale opvarmning og dens truende miljøkonsekvenser kommet mærkbart lavere på den politiske dagsorden. Det vil gøre det endnu vanskeligere i tide at gennemføre den nødvendige omstilling på energiområdet, som er en forudsætning for en bæredygtig udvikling.

Den gode nyhed er, at de nødvendige teknologier findes og vil blive yderligere udviklet i løbet af den næste snes år. Det samme gælder forslagene til de nødvendige systemændringer og virkemidler. Imidlertid mangler den politiske vilje til hurtigt at gennemføre de nødvendige teknologiske, systemmæssige og institutionelle ændringer. Derfor fortsætter klimaudviklingen i den gale retning, og man kan frygte, at der først vil ske en opvågning efter alvorlige klimakatastrofer.

De to store bidragsydere til det globale udslip af drivhusgasser, USA og Kina, har foreløbig forhindret opnåelsen af en forpligtende global aftale til en effektiv bekæmpelse af klimaændringerne. Derfor er den positive indsats stort set overladt til lokale initiativer fra oplyste borgere og virksomheder, specielt hvad angår energibesparelser. Heldigvis er der et voksende antal af sådanne initiativer i mange lande inklusive USA, men indsatsen slår langt fra til over for de voksende klimaproblemer uden støtte ovenfra på nationalt og

globalt plan.

I den situation bør man overveje nye internationale strategier, hvor man ikke venter på de sendrægtige, store udslipslande, men danner grupper af foregangslande, som demonstrerer, at det kan lade sig gøre at gennemføre en effektiv omstilling. Oven i købet med et positivt økonomisk resultat. En sådan foregangsgruppe kunne inkludere de nordiske lande sammen med Holland og Tyskland og andre miljøbevidste lande. Det ville være en fornem opgave for Nordisk Råd at iværksætte et sådant initiativ.

Litteratur

- [1] International Energy Agency, World Energy Outlook, Paris, 2010, www.iea.org.
- [2] Svensmark H. (2007), Cosmoclimatology: A new theory emerges, *Astronomy and Geophysics*, **48**, no. 1, pp 18-24, 2007.
- [3] Laut P. (2003), Solar activity and terrestrial climate: an analysis of some purported correlations, *J. Atmos. Sol.-Terr. Phys.* **65**, side 801-812, 2003.
- [4] Stauning P., Solar activity-climate relations: A different approach, *J. Atmos. Sol.-Terr. Phys.*, in press, 2011.
- [5] Seidenkrantz M.-S., Klimaforandringer gennem Jordens historie, *Geografisk Orientering* **39**, nr. 5, side 304-311, 2009.
- [6] Harremoës P. (main editor), Late lessons from early warnings: the precautionary principle 1896-2000, European Environmental Agency, København, Danmark, 2001.
- [7] Meyer N.I., Er forsigtighedsprincippet en illusion, kapitel i bogen Samtaler – på en anden måde, forlaget Tiderne Skifter, København, Danmark, 2008.
- [8] Strand H., Oversigt over tidligere klimakonferencer, *Geografisk Orientering* **39**, nr.5, side 302-303, 2011.
- [9] Illum K. and N.I. Meyer, Joint Implementation: Methodology and Policy Considerations, *Energy Policy* **32**, side 1013-1023, 2003.
- [10] Dahlmann J., Forsinket EU-indgreb over for tvivlsomme klima-kreditter, Dansk Energi, november 2010, København, Danmark.
- [11] Peters G.P., Minx J.C., Weber C.L. and Edenhofer O.: Growth in emission transfers via international trade from 1990 to 2008, *Proc. National Academy of Sciences* **108**, side 8903-8908, 2011.
- [12] European Commission, External costs – research results on socio-environmental damages due to electricity and transport, Directorate General for Research, Bruxelles, Belgium, 2003.
- [13] Braend T., CCS in Norway: postponed, *Acid News*, nr. 3, side 8, sept. 2010.
- [14] IPCC, Fourth Assessment Report: Climate Change 2007, Geneva, Switzerland, 2007 (www.ipcc.ch).
- [15] Hansen J., Sato M., Kharecha P., Beerling D., Berner R., Masson-Delmotte V., Pagani M., Maureen Raymo M., Royer D.L. and Zachos J.C. (2008), Target Atmospheric CO₂: Where Should Humanity Aim?, *Open Atmospheric Science Journal*, 2008, arXiv:0804.1126v2 [physics.ao-ph].
- [16] International Conference: The Arctic as a Messenger for Global Processes – Climate Change and Pollution, organiseret af AMAP, Københavns Universitet og Aarhus Universitet, maj 2011.
- [17] FAO-ADAPT, Framework Programme on Climate Change Adaptation, rapport fra FAO, 2011.
- [18] Jaggard K, Qi A and E Ober, Possible changes to arable crop yields, *Phil. Trans. R. Soc. B* **365**, side 2835-2851, 2010.
- [19] World Water Council, A New Water Policy, rapport fra WWC, Marseille, Frankrig, 2010.
- [20] Stern N, The Economics of Climate Change: the Stern Review, Cambridge University Press, Cambridge, Storbritannien, 2007.
- [21] Merkel A: Foredrag ved Leaders' Dialogue, The Economics of Climate Change, New York, USA, 25. september 2007.
- [22] Netherlands Environmental Assessment Agency, Growing within Limits, A report to the Global Assembly 2009 of the Club of Rome, p.23, 2009.
- [23] Sustainable Development Commission, Prosperity without Growth? The transition to a sustainable economy, London, UK, 2009.
- [24] Meyer N.I., Hvelplund F. and J.S. Nørgård, Equity, Economic Growth and Lifestyle, chapter 4 in Energy Sustainability and the Environment, edited by F.P. Sioshansi, Elsevier Publishers, the Netherlands, 2011.
- [25] Klaus T., Vollmer C., Werner K., Lehmann H., and Müschen K.. (redaktører) (2010), Energiziel 2050: 100 % Strom aus erneubaren Quellen, rapport fra det tyske Umweltbundesamt, Berlin, juli 2010.
- [26] IDA, IDAs Klimaplan 2050, Ingeniørforeningen, København, Danmark, 2009.
- [27] Klimakommissionen, Green energy - the road to a Danish energy system without fossil fuels, Danish Commission on Climate Change Policy, København, Danmark, 2010.
- [28] CEESA, Coherent Energy and Environmental System Analysis, rapport fra projekt koordineret af Aalborg Universitet, 2011. www.ceesa.dk
- [29] Mez L., Thomas S. and Schneider M. (editors), Energy Policy and Nuclear Power, *Energy and Environment* **17**, nr. 3, 2006.
- [30] Meyer N.I. og Mez L., En renaissance for kernekraft?, Politikens kronik, København, Danmark, 16. november 2010.
- [31] Stager C, Deep Future, udgivet af Thomas Dunne Books/St. Martin's Press, New York, USA, 2011.



Niels I. Meyer er professor emeritus ved Danmarks Tekniske Universitet. Han har i halvtredserne og tredserne arbejdet med faststoffysik, men siden 1972 har hans arbejde været koncentreret om energi og miljø med henblik på skabelsen af en bæredygtig udvikling.

Kvantekontroversen mellem Léon Rosenfeld og David Bohm i 1950'erne

Af Anja Skaar Jacobsen, Ordrup Gymnasium

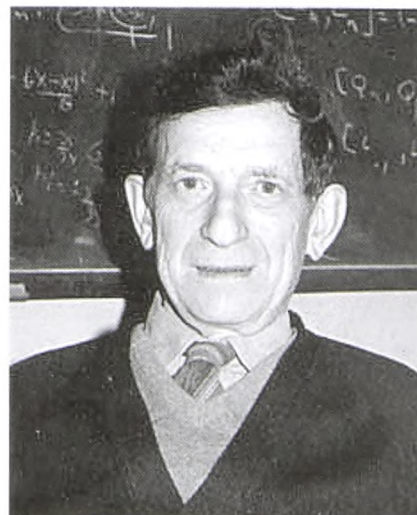
Artiklen belyser nogle af de videnskabsteoretiske og filosofiske argumenter, der blev fremført i kvantekontroversen mellem David Bohm og Léon Rosenfeld i 1950'erne. Kontroversen, der var foranlediget af Bohms nye skjult-variabel-fortolkning af kvantemekanikken fra 1952, ses i sammenhæng med den politisk-ideologiske ramme, der karakteriserede den tidlige kolde krig på den yderste venstrefløj.

I 1952 publicerede den amerikanske fysiker David Bohm (1917-1992) en såkaldt skjult-variabel-fortolkning af den ikke-relativistiske kvantemekanik i tidsskriftet *Physical Review* [1]. Wolfgang Pauli, der var en af kvantemekanikkens skabere, reagerede ved at forsvare den traditionelle fortolkning, som i samme periode fik tilnavnet Københavnerfortolkningen, og påpegede hvad han anså som svaghederne ved Bohms fortolkning [2]. Pauli kritiserede bl.a., at Bohm fortolkede Schrödingers bølgefunktion som en slags styrebølge for en partikel (se faktaboks) og henviste til, at Louis de Broglie havde fremsat en lignende fortolkning i midten af 1920'erne, som Pauli ligeledes havde kritiseret. Faktisk genoptog de Broglie sin gamle fortolkning efter at være blevet bekendt med Bohms publikation.

Komplementaritetsprincippet.

Bohr introducerede komplementaritetsprincippet for bl.a. at redegøre for bølge-partikel-dualiteten i kvantemekanikken. Dvs. i modsætning til Schrödinger, der ønskede at reducere kvantemekanikken til bølgemekanik, og Bohm, der primært fokuserede på kvantemekanik som en partikelteori (se den anden faktaboks), var Bohr af den overbevisning, at begge aspekter af kvantefænomener er nødvendige for en fuldstændig beskrivelse af de atomare systemer. Også selvom de to aspekter er gensidigt udelukkende på samme tid, når der refereres til eksperimentelle opstillinger, der skal måle de pågældende egenskaber. Bohr introducerede derfor komplementaritet som en ny logik, der tillader en konsistent brug af begreber, der ellers synes modsætningsfyldte og med begrænset gyldighedsområde. Bohr belyste de komplementære træk ved kvanteteorien gennem analyser af tankeeksperimenter til måling af fysiske størrelser, der optræder som konjugerede i kvanteteorien, f.eks. en partikels position og impuls. Han forklarede de komplementære træk ved kvantefænomener med det såkaldte kvantepostulat, der siger, at vekselvirkninger i kvanteteorien, også vekselvirkninger mellem kvantesystemerne og et givet måleapparat, har mindst samme størrelsesorden som det universelle virkningskvant repræsenteret ved Plancks konstant. Ønsker man at fordybe sig yderligere i Bohrs kvantefilosofi, Bohr-Einstein-debatten og diskussionen af andre fortolkninger henvises til [3], [4].

Niels Bohr, hvis komplementaritetsprincip ligger til grund for Københavnerfortolkningen, indgik ikke i nogen direkte konfrontation med Bohm, sådan som man ellers havde set ham gøre med Albert Einstein og Erwin Schrödinger tidligere i århundredet. Til gengæld udviklede der sig en ophedet strid mellem Bohm og den belgiske fysiker Léon Rosenfeld (1904-1974), der var Bohrs nære medarbejder gennem en lang årrække og som var en stærk tilhænger af Bohrs kvantefilosofi. Bohm og Rosenfeld var begge marxister, dvs. de var tilhængere af elementer af den marxistiske tænkning, der bl.a. indbefatter dialektisk og historisk materialisme, politisk analyse samt økonomisk teori. Politisk tilsluttede de sig forskellige fragmenter af den yderste venstrefløj. Striden mellem dem drejede sig om filosofiske og politisk-ideologiske værdier i relation til kvantemekanikkens fortolkning og skal forstås i kontekst med den tidlige kolde krig og udviklingen på venstrefløjen. Efter en kort introduktion af Bohm og Rosenfeld ønsker jeg at belyse nogle af de videnskabsteoretiske og filosofiske argumenter, der blev fremført i striden mellem de to fysikere, dvs. deres forskellige syn på videnskabens udvikling, metode og metafysik. Teksten bygger på et afsnit fra min bog, Léon Rosenfeld: *Physics, Philosophy, and Politics in the Twentieth Century*, som bliver publiceret af forlaget World Scientific [5].



Figur 1. David J. Bohm (1917-1992).

Lidt om Bohm

Bohm arbejdede indtil 1951 som det der svarer til adjunkt ved Princeton University, hvor han bl.a. underviste et kursus i kvantemekanik. På den baggrund skrev han en i amerikansk sammenhæng usædvanlig lærebog, *Quantum Theory* (1951). Den giver nemlig en *historisk* fremstilling af kvantemekanikken, dvs. den indleder med at beskrive de mange eksperimenter som gav anledning til udviklingen af kvanteteorien. Amerikanske lærebøger præsenterer typisk kvantemekanikken mere aksiomatisk ved at tage udgangspunkt i den matematiske formalisme, i første omgang Schrödingerligningen. Bohm forklarede senere, at lærebogsprojektet var motiveret i et ønske om at forstå den traditionelle fortolkning af kvantemekanikken bedre, navnlig Bohrs komplementaritetsprincip (se faktaboks), men det lykkedes ham aldrig at opnå denne større forståelse, og han så sig sur på komplementaritetsprincippet. Undervejs diskuterede han kvantemekanikkens fortolkning med Einstein, som arbejdede ved Institute for Advanced Study i Princeton. Delvist motiveret af diskussionerne med Einstein udviklede Bohm sin nye fortolkning med skjulte variable, der dog aldrig faldt i Einsteins smag. Einstein kritiserede primært kvantepotentialets egenskaber såsom dets ikke-lokalitet, bl.a. fordi virkninger ifølge Einsteins relativitetsteori jo ikke kan udbrede sig momentant over store afstande.

Bohms teori.

I meget korte træk gik Bohms teori ud på at omskrive Schrödingers komplekse bølgefunktion ved hjælp af to reelle funktioner $R(x, t)$ og $S(x, t)$: $\psi(x, t) = R \cdot \exp(iS/\hbar)$. På den måde kunne han udlede den dynamiske bevægelsesligning, så den fik samme form som Newtons anden lov $dp/dt = -\nabla(V + U)$, hvor p er impulsen, V den klassiske potentielle energi mens U er et nyt kvantepotential, der skal redegøre for de ikke-klassiske og ikke-lokale effekter i kvantemekanikken. På den måde opnåede Bohm at omfortolke kvantemekanikken til en partikelteori, dvs. han fik genindført banebegrebet, så elektroner fik tilknyttet præcist definerede og kontinuerligt varierende værdier af deres position og impuls, også selvom disse var at betragte som skjulte variable, der ikke kunne verificeres eksperimentelt.

I Bohms teori har bølgefunktionen ψ to funktioner. Dels, når partiklens begyndelsesbetingelser kendes, fortolkes ψ som en styrebølge der bestemmer partiklens bane i rummet. Dels, når de præcise begyndelsesbetingelser for partiklen *ikke* kendes, fortolkes bølgefunktionen som en sandsynlighedsbølge; i det sidste tilfælde angiver normkvadratet på ψ sandsynlighedstætheden for partiklens position.

Se også diskussionen om Bohms teori i [6]

Bohm var også motiveret i marxistisk tænkning. Han

havde været politisk aktiv med fagforeningsarbejde på venstrefløjen mens han arbejdede ved Berkeley Radiation Laboratory i 1930'erne og i 1942 meldte han sig ind i kommunistpartiet. I anden halvdel af 1940'erne var han ikke specielt politisk aktiv, men marxismens filosofi, den dialektiske materialisme,¹ og den russiske kritik af neo-positivismen inspirerede ham i hans arbejde og specielt i udarbejdelsen af hans fortolkning af kvantemekanikken. Under den hurtigt fremvoksende mccarthyisme kom Bohm imidlertid under stærkt pres på grund af sine venstreorienterede synspunkter, et pres der kun tog til, fordi han nægtede at vidne mod tidligere kolleger i en gammel spionsag ved Berkeley Radiation Laboratory under 2. verdenskrig. Som resultat heraf blev hans stilling ved Princeton University ikke forlænget, og han kunne ikke længere finde job som fysiker i USA. Derfor søgte han udenlands ligesom mange andre venstreorienterede videnskabsmænd i perioden. I 1951 forsøgte Bohm ved Einsteins hjælp at få arbejde ved det fysiske institut ved universitetet i Manchester, England, der på det tidspunkt blev ledet af eksperimentalfysikeren P.M.S. Blackett og Rosenfeld. Både Blackett og Rosenfeld var sympatisk indstillede overfor politiske ofre for mccarthyismen, men de havde ikke mulighed for at huse Bohm på instituttet på det pågældende tidspunkt, og han endte med at tage til takke med en stilling i Sao Paulo i Brasilien [2].

Bohms konkurrerende kvanteteori var begrundet i hans ønske om at opnå hvad han opfattede som en mere realistisk teori, dvs. en teori som ikke bare virker og forudsiger de rigtige måleresultater, men som beskriver hvordan atomare systemer opfører sig i sig selv og ikke kun når vi måler på dem. I samme ombæring ønskede han at genindføre de klassisk-fysiske dyder i form af kausalitet og determinisme i kvantemekanikken. Det var ønsker han også fandt belæg for i Marxisme-Leninismens udlægning af den dialektiske materialisme.² Hans publikation indeholdt en kritik af den traditionelle tolkning af kvantemekanikken, som han i tråd med ledende ideologer i det russiske kommunistparti anså for at bygge på idealistiske såvel som positivistiske synspunkter; positivistisk fordi Bohr og specielt Werner Heisenberg havde tillagt observable meget stor vægt i konstruktionen af matrixmekanikken; og idealistisk fordi bl.a. komplementaritetsprincippet blev anset som et løsrevet spekulativt princip, der blev tilskrevet en idealistisk borgerlig tænkeform. Komplementaritetsprincippet blev yderligere opfattet som et udtryk for, at atomare systemers opførsel afhang af den eksperimentelle kontekst og dermed ultimativt var afhængig af iagttageren, altså som om der blev givet afkald på objektivitet. Derfor, hvis komplementaritet

¹Ifølge materialismen er det verden, både naturen og samfundet, der former den menneskelige bevidsthed. Den traditionelle modsætning til materialismen er idealismen, der dækker over en række erkendelsesteoretiske og metafysiske opfattelser, som alle lægger vægt på, at virkeligheden er bestemt og konstitueret af erkendelse og tænkning, dvs. virkeligheden er ikke uafhængig af menneskelig bevidsthed. Dialektikken havde Karl Marx og Friedrich Engels overtaget fra Friedrich Hegel. Ifølge den marxistiske dialektik foregår al udvikling, f.eks. af historien og bevidstheden, gennem modsætninger.

²Marxisme-Leninisme var den af Josef Stalin indførte officielle betegnelse for ideologien i Sovjetunionen og i den kommunistiske bevægelse, der ud over Marx og Engels også byggede på Vladimir Lenins skrifter. Sovjetmarxismen forkortede begrebet dialektisk materialisme til *diamat*.

blev nævnt af russiske fysikere, var det som regel kun som synonymt med Heisenbergs ubestemthedsrelation for konjugerede fysiske størrelser. Bohrs erkendelsesteoretiske fokus på målelighed og iagttagers rolle blev tilskrevet hans tilsyneladende positivistiske indstilling. Den ortodokse fortolkning blev også kritiseret for udsagn om, at bølgefunktionen er et udtryk for vores *information* om kvantesystemer og ikke en beskrivelse af kvantesystemernes faktiske opførsel i sig selv, så at sige, hvilket igen blev opfattet som en subjektiv og idealistisk tolkning. Det bør nævnes, at udover den ideologiske iklædning adskilte de sovjetiske fysikers kritik sig ikke nævneværdigt fra kritikken fremsat af Einstein, de Broglie og Schrödinger tidligere i århundredet.

Bohm havde forventet støtte til sin alternative realistiske og kausale fortolkning blandt de sovjetiske kritikere af Københavnerfortolkningen, men den udeblev. Kritikerne i Sovjetunionen foretrak den såkaldte ensemblefortolkning, ifølge hvilken bølgefunktionen kun refererer til systemer bestående af et stort antal partikler, og ikke til individuelle partiklers opførsel. I det hele taget var der ikke mange fysikere, der støttede Bohms nye fortolkning.



Figur 2. Léon Rosenfeld (1904-1974). Gengivet med venlig tilladelse fra Niels Bohr Arkivet.

Lidt om Rosenfeld

I modsætning til Bohm havde den 13 år ældre Rosenfeld, der var en af pionererne indenfor den tidlige kvantefelteori og kvanteelektrodynamik i 1920'erne og 1930'erne, fået en yderst grundig oplæring i Bohrs tankegang og komplementaritetfortolkning af kvantemekanikken. I 1930 begyndte Rosenfeld et samarbejde med Bohr, der kulminerede med deres fælles artikel i 1933 om måleligheden af det elektromagnetiske felt. Bohr var optaget af hvordan det klassiske feltbegreb skulle fortolkes i kvanteteorien. Han og Rosenfeld udførte derfor et kompliceret og detaljeret studium af måleligheden af de elektromagnetiske feltkomponenter, der involverede raffineret matematisk analyse

såvel som et tankeeksperiment med ekceptionelt komplicerede måleanordninger, faktisk for kompliceret til at blive skitseret. På den baggrund viste de hvordan man skal fortolke feltbegrebet i kvanteteorien for at sikre logisk konsistens mellem teoriens forudsigelser om feltkomponenternes ubestemthed og hvad der kan måles idealiseret set. I 1950 publicerede de yderligere en artikel om måleligheden af de elektriske ladninger, der giver anledning til det elektromagnetiske felt.

Rosenfeld var ligesom Bohm Marxist, men han meldte sig aldrig ind i kommunistpartiet. Han forblev i stedet stærk tilhænger af folkefrontspolitikken, der var udbredt i 1930'erne. I efterkrigstiden blev folkefrontspolitikken imidlertid kvalt i den nye skarpe opdeling mellem øst og vest og kommunistpartiets delvise monopolisering af politikken på den yderste venstrefløj. Rosenfeld støttede kommunistiske organisationer som World Federation of Scientific Workers og Fredsbevægelsen, men tog samtidigt stærk afstand fra den ideologiske drejning det russiske kommunistparti tog på det kulturelle og videnskabelige område. Han fastholdt sin overbevisning om, at filosofi skal tilpasse sig moderne videnskabelige landvindinger og ikke omvendt og at videnskab bør drives af forskernes nysgerrighed, et synspunkt han fandt uforeneligt med det russiske kommunistpartis planøkonomiske styring af videnskaben.

Kontroversen mellem Bohm og Rosenfeld

Bohms alternative kvanteteori kan ses som et eksempel på en mindst ligeså gammel videnskabsteoretisk ide, nemlig Karl Poppers om at nye videnskabelige gisninger eller hypoteser slet ikke behøver at opstå på baggrund af ny empirisk erfaring. Med andre ord, teorier vokser ikke nødvendigvis frem ved induktion; nye teorier kan, ifølge Popper, nærmere betragtes som opfindelser og kan komme hvor som helst fra; de kan bygge på metafysiske eller okkulte overvejelser, eller som i Bohms tilfælde, de kan være delvist motiveret i politisk ideologi.³ Det der betød noget for Popper var, om en teori kan modstå de efterfølgende forsøg på at gendrive eller falsificere den, sådan som Poppers videnskabsteori foreskriver man skal. Nu forelå der ikke umiddelbart observationer, der kunne bruges til at teste den ene kvanteteori mod den anden; Bohms teori ledte til samme resultater som den traditionelle ikke-relativistiske kvantemekanik. Der var med andre ord tale om, at den sædvanlige kvantemekanik med tilhørende Københavnerfortolkning og Bohms teori med skjulte variable var underbestemte i forhold til de forhåndenværende eksperimentelle resultater. Denne empiriske underbestemthed er faktisk et dilemma for realisten, fordi det at der findes to teorier, der redegør ligegodt for de forhåndenværende empiriske resultater, ikke udpeger hvilken der er mest realistisk [7].

Rosenfeld var tilsyneladende sympatisk indstillet overfor Bohm som politisk offer for mccarthyismen, men han oprådte nådesløs i sin kritik af Bohms nye

³Poppers artikel "Gisninger og Gendrivelser" var oprindeligt en forelæsning han gav i 1953 [6].

fortolkning af kvantemekanikken. Han opfattede helt klart Bohms fortolkning som opstået i forlængelse af den ideologiske udvikling i Sovjetunionen. Bohm havde indsendt en artikel til tidsskriftet *Nature* nogenlunde samtidig med den til *Physical Review*, men *Nature* benyttede Rosenfeld som referee, og selvom Rosenfeld intet havde at udsætte på Bohms teori rent formelt, fik han straks bremsset den pågældende publikation. Efterfølgende kommenterede Rosenfeld i skarpe vendinger Bohms teori både i sine private brevvekslinger med Bohm og andre fysikere og offentligt i diverse boganmeldelser og polemiske skrifter.⁴ Et par gange i løbet af 1950'erne havde Bohm og Rosenfeld også anledning til at mødes ansigt til ansigt for at diskutere deres uenigheder.

Bohm var af den overbevisning, at den videnskabelige udvikling følger en uafbrudt dialektisk proces, dvs. at teorier ligesom alt andet er i konstant forandring. Det ledte ham til den relativistiske opfattelse, at der til hvert synspunkt altid hører et modsat, der lige så godt kunne have været fremført. Han argumenterede på den baggrund for, at den traditionelle kvantemekanik, inklusiv Bohrs komplementaritetsfortolkning, var fremkommet på kontingent, dvs. tilfældig, måde. Der lå således ikke nogen *nødvendig* historisk udvikling bag skabelsen af den traditionelle kvantemekanik, ifølge Bohm, i modsætning til hvordan den historie ofte fortælles. Det kunne lige så godt have været de Broglies teori, der var blevet den toneangivende i 1920'erne, mente Bohm, havde det ikke været for Paulis kritik, som majoriteten af fysikerne i 1920'erne, inklusiv de Broglie, accepterede.

Rosenfeld var for så vidt enig med Bohm i, at videnskaben fortløbende gennemgår en dialektisk proces, men for Rosenfeld handlede den proces om det dialektiske forhold mellem empirisk erfaring og forfinelsen af de fysiske teorier og videnskabelige begreber; det var det som han anså som videnskabens uophørlige progressive drivkraft. For Rosenfeld, der således fastholdt en traditionel empiristisk position, var udviklingen af videnskabelige teorier bundet op på eksperimentel erfaring. Rosenfeld plæderede godt nok for, ligesom Popper og andre empirister, at videnskabsmænd skal være åbensindede overfor det faktum, at de nuværende videnskabelige teorier ikke nødvendigvis er endegyldige sandheder, men vil blive erstattet af bedre mere omfattende teorier i fremtiden. Som videnskabsmand skal man altså være omstillingsparat! Men for Rosenfeld var det af yderste vigtighed, at fremsættelsen af nye teorier var empirisk begrundede. Og Rosenfeld var ikke tilhænger af naiv falsifikation og radikal bortkastelse af teorier. På baggrund af ideen om en dialektisk udvikling af videnskaben ville han i stedet sige, at teorierne bliver gradvist forfinede. I forlængelse heraf var Rosenfeld også rygende uenig med Bohm i, at videnskabelige teorier er historisk kontingente. Efter

Rosenfelds overbevisning var kvantemekanikken og dens traditionelle fortolkning fremkommet på baggrund af en *nødvendig* udvikling med udgangspunkt i og i samspil med de eksperimentelle erfaringer. Han skrev kategorisk til Bohm i maj 1952: "Fysikerens rolle er at tilpasse sin tænkning til naturen, uanset om den proces er simpel eller ej. Hovedsagen er, at man ikke accepterer nogen anden guide end naturen selv" [7]. Specielt argumenterede Rosenfeld for, at Bohr var nået frem til sit komplementaritetsprincip ad netop denne vej, gennem møje anstrengelser for at tilpasse teorien til den nye eksperimentelle situation, som foreligger i atomfysikken. Derfor mente Rosenfeld også, at komplementaritetsfortolkningen var materialistisk og dermed i overensstemmelse med marxistisk tænkning. Rosenfelds traditionelle empiristiske synsvinkel betød, at han ikke mente Bohm kunne retfærdiggøre fremsættelsen af en ny teori på det pågældende tidspunkt, når der ikke forelå nye empiriske erfaringer der kunne motivere en ny teori. Rosenfeld var altså imod forandring bare for forandringens egen skyld og han antydede, at Bohm var drevet af ideologiske motiver.

Rosenfeld havde således i modsætning til i Marxisme-Leninismen en pragmatisk holdning til den dialektiske materialisme, som han mente fint kunne kombineres med Bohrs komplementaritetsfortolkning af kvantemekanikken. Han mente ikke, at den dialektiske materialisme og komplementaritetstanken kunne indfanges i strenge definitioner, men opfattede begge som anti-reduktionistiske, erkendelsesteoretiske redskaber, dvs. metoder eller logikker, og ikke som fastlåste metafysiske systemer der partout skulle gøre det ud for virkeligheden. Komplementaritet og dialektisk materialisme skulle, ifølge Rosenfeld, nærmere opfattes som sprog, der gjorde det muligt at *tale* om virkeligheden på det atomare niveau, endda med anvendelsen af gensidigt udelukkende modeller.

Efterskrift

Rosenfeld og Bohm blev aldrig enige om hvordan kvantemekanikken skal fortolkes og heller ikke om Bohrs synspunkter var i overensstemmelse med den dialektiske materialisme eller ej. Bohm brød med kommunismen og Marxisme-Leninismen i 1956, da Nikita Khrusjtjov sendte Den Røde Hær mod folkets opstand i Ungarn. Senere lod Bohm sig inspirere af indisk mystik i sin fysik. Stalins død i 1953 skabte et intellektuelt tøbrud i Sovjetunionen, der førte til en langsom nedtoning af de ideologiske krav til socialistisk videnskab, litteratur og kunst. Fra starten af 1960'erne var ny kritik af Københavnerfortolkningen ikke længere motiveret i marxistisk tænkning, hverken i øst eller vest. Det betød dog ikke, at tilslutningen til ideen om skjulte variable i fortolkningen af kvantemekanikken samtidigt forstummede, nærmest tværtimod. I 1960'erne blev den irske CERN-fysiker John Stewart Bell inspireret af Bohms

⁴Den vigtigste af Rosenfelds polemiske artikler var hans bidrag, "L'évidence de la complémentarité," til et festskrift for Louis de Broglie i forbindelse med dennes 60 års fødselsdag i 1952, der også udkom på engelsk, "Strife about complementarity," i tidsskriftet *Science Progress*. Rosenfelds meget omfattende korrespondance findes på Niels Bohr Arkivet.

teori til et studium af mulighederne for skjulte variable i kvantemekanikken. Han udledte en berømt ulighed, der forudsiger en begrænsning af korrelationen mellem forskellige koordinater af konjugerede variable – f.eks. positions- og impulskoordinater eller de forskellige spinkomponenter – for partikler der har vekselvirket i fortiden, når de måles i EPR-lignende eksperimenter.⁵ Med Bells ulighed blev det dermed muligt at teste den traditionelle kvantemekanik mod lokalrealistiske teorier med skjulte variable, som Einstein var fortalende for, fordi teorierne giver forskellige forudsigelser i forhold til Bells ulighed. Allerede fra starten af 1970'erne begyndte man at teste uligheden eksperimentelt, men det var først med den franske fysiker Alain Aspect's forsøg i 1982, at man fik et entydigt resultat til fordel for den traditionelle kvantemekanik. Bohms teori opererede imidlertid med *ikke*-lokale skjulte variable og blev dermed ikke afvist med Aspect's forsøg. Bohms teori har tilsyneladende kun opnået flere tilhængere med tiden. En forklaring herpå melder denne historie intet om.

Hvad Bohr mente om Rosenfelds kobling mellem komplementaritetstolkningen og den dialektiske materialisme står hen i det uvisse, men Bohr var ligesom Rosenfeld af den overbevisning, at filosofi skal tilpasse sig moderne videnskabelige landvindinger og ikke omvendt. Bohr sørgede for, at Rosenfeld blev professor ved det nyoprettede Nordisk Institut for Teoretisk Atomfysik (NORDITA) i København i 1958, så han må i en eller anden grad have sat pris på Rosenfelds engagement til fordel for komplementaritetstolkningen. Rosenfeld blev i København til sin død i 1974, og han vedblev ihærdigt at forsvare Bohrs komplementaritetstolkning resten af sine dage mod de stadige angreb mod den fra bl.a. fortalere for skjulte variable, mange verdener og hvad har vi. Han bibeholdt ligeledes sine marxistiske synspunkter.

Litteratur

- [1] Bohm, D. (1952). A suggested Interpretation of Quantum Mechanics in Terms of "Hidden Variables". I and II, *Physical Review*, **85**(2), 166-193.
- [2] Freire Jr., O. (2005). Science and exile: David Bohm, the cold war, and a new interpretation of quantum mechanics, *Historical Studies in the Physical and Biological Sciences*, **36**(1), 1-34.
- [3] Faye, J. (2010) Kvantefilosofi – ved erkendelsens grænser? (Aarhus Universitetsforlag, Århus).
- [4] Mølmer, K. (2010) Kvantemekanik – Atomernes vilde verden (Aarhus Universitetsforlag, Århus).
- [5] Jacobsen, A. S. (2011 eller 2012). Léon Rosenfeld: Physics, Philosophy, and Politics in the Twentieth Century, World Scientific, Singapore.
- [6] Erland Brun Hansen (2007), Bohms teori bryder med princippet om impulsbevarelse!, KVANT nr. 3, sept. 2007.
- [7] Popper, K. (1973). Videnskaben: Gisninger og gendrivelsler, i K. Popper, *Kritisk Rationalisme* (Nyt Nordisk Forlag, København), s. 40-68.
- [8] Cushing, J. T. (1998) *Philosophical Concepts in Physics: The Historical Relation Between Philosophy and Scientific Theories* (Cambridge University Press, Cambridge), s. 348-351.
- [9] Rosenfeld, L. (1953). L'évidence de la complémentarité, i A. George (red.), *Louis de Broglie: Physicien et penseur* (Paris), s. 43-65. Den engelske version, "Strife about Complementarity," findes genoptrykt i R. S. Cohen og J. J. Stachel (red.), *Selected Papers of Léon Rosenfeld*, *Boston Studies in the Philosophy of Science*, bd. 21 (Reidel, Dordrecht), s. 465-483.
- [10] Léon Rosenfeld til David Bohm, 30. maj 1952. Bohm Papers, Birkbeck College, Library, London.



Anja Skaar Jacobsens forskning kredser om krydsfeltet mellem naturvidenskab, filosofi og samfundskulturelle og politiske strømninger i Romantikken og i det tyvende århundrede. Hun har bl.a. skrevet om H.C. Ørstedes kemi og fysik, metafysik og erkendelsesteori, samt hans syn på matematik; frenologien og Romantikken; og senest om Léon Rosenfeld, hans forhold til Niels Bohr, kvantefilosofiens udvikling, marxistisk ideologi og udviklingen på venstrefløjen i det tyvende århundrede.

PFEIFFER VACUUM

Turbopumpe HiPace™



Ring for yderligere information

Tlf. 4352 3800 Fax 4352 3850
efa@pfeiffer-vacuum.dk

⁵EPR refererer til Einstein, Boris Podolsky og Nathan Rosen som i en artikel i 1935 skitserede et tankeeksperiment, hvor to partikler, der har vekselvirket i fortiden, adskilles over vilkårlig stor afstand hvorefter der foretages en måling af den ene partikels impuls f.eks. På grund af de to partiklers kvantekorrelation vil man med en sådan måling kunne forudsige den anden partikels impuls uden at have foretaget en måling af den. Det kan synes paradoksalt. Ikke desto mindre er denne form for kvantekorrelation et faktum, der i dag søges udnyttet i nye computerteknologier.

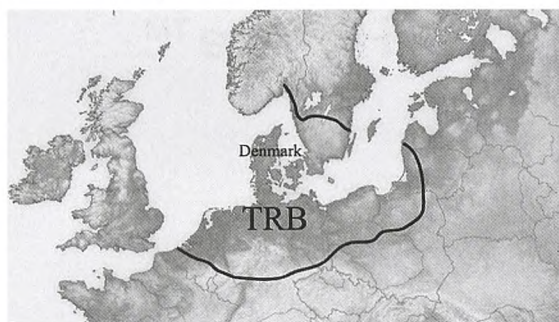
Jættestuer i en astronomisk kontekst II

Af Claus Clausen

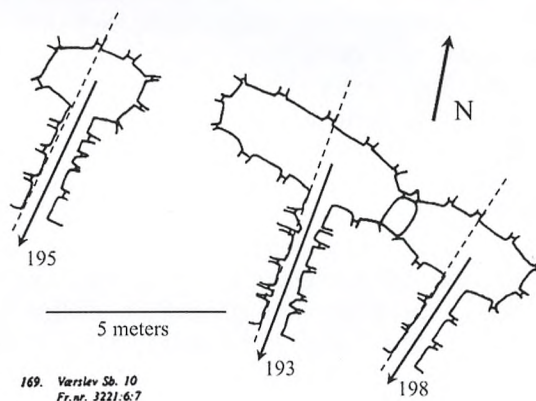
Tidligere undersøgelser af jættestuers gangretninger på Samsø og Sjælland har afsløret, at der kan være en forbindelse til Månen og måneformørkelser. En nyere undersøgelse viser, at der måske er flere lag i forståelsen af betydningen af gangretningerne. Måske kunne måneformørkelserne faktisk forudsiges, og så havde de afstukne retninger måske også en mere jordnær og praktisk betydning.

Tragtbægerkulturen

For ca. 6000 år siden kom landbruget til Danmark og andre dele af det nordlige Europa og sydlige Skandinavien. Denne tidlige bondekultur kaldes for tragtbægerkulturen (på tysk *Tricherrandbecher*, TRB) pga. keramikens tragtbægerform. Tragtbægerkulturen udbredte sig over et relativt stort område i den sydlige del af Nordeuropa (figur 1 øverst) og eksisterede fra omkring 3900 f.v.t. til omkring 2800 f.v.t. Tragtbægerkulturens mennesker anlagde også storstensgrave fra omkring 3550 f.v.t., der er kendt som dysser og jættestuer (figur 2), hvoraf dysserne er de tidligste. De udførte indviklede ritualer i og omkring dysserne og jættestuerne, som vi ikke har en helt tilfredsstillende forklaring på. Andre steder i Europa blev der også bygget storstensgrave. Nogle steder, bl.a. i Frankrig og Portugal, flere århundreder før de danske. Generelt kaldes perioden med storstensgrave for megalitperioden (mega lithos = stor sten).



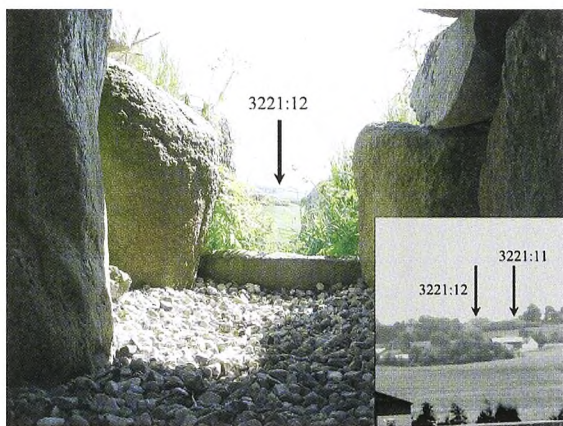
Figur 1. Øverst ses udbredelsen af tragtbægerkulturen omkring 3500 f.v.t. Nederst ses positionen af 8 identificerede og 17 potentielle jættestueklynger i Danmark. Det ses ud som om, Sjælland har haft en central placering.



Figur 2. Øverst: Foto af den store triplegrave 3221:6:7 i nærheden af Kalundborg. Nederst: plantegning af samme grav hvor de stiplede linjer viser de oprindelige sigtelinjer og pilene markerer de målte gangretninger.

Jættestueklynger og linjer

De danske storstensgrave danner klynger (figur 1, nederst), og denne tendens er også kendt fra andre lande. Derimod er det mindre kendt, at de enkelte enheder i en klynge danner strukturer, hvor de udpeger hinanden, også kaldet linjerelationer. Fænomenet er ikke særlig velbeskrevet, men der er i de senere år publiceret nogle få arbejder på området. De bedst beskrevne linjerelationer uden for Danmark kendes fra Irland. Nogle af linjerne kan være op til 40 km lange og har sandsynligvis udelukkende en topografisk forklaring, dvs. de udpeger landskabsmarkører, vigtige punkter i landskabet. Det forholder sig lidt anderledes med de danske linjerelationer.



Figur 3. Udsigten gennem den midterste gang på tripelgrav 3221:6:7 viser positionen af enhed 3221:12. Den målte azimutvinkel gennem gangen er 193° , og GPS-målinger fra de to enheder giver en vinkel på $192,6^\circ$. Det indrammede "close-up" viser positionen for 3221:11 som er målet for den venstre gang (vestligste gang). Afstanden mellem 3221:6:7 og 3221:12 er 2734 meter.

Verificering af linjerne

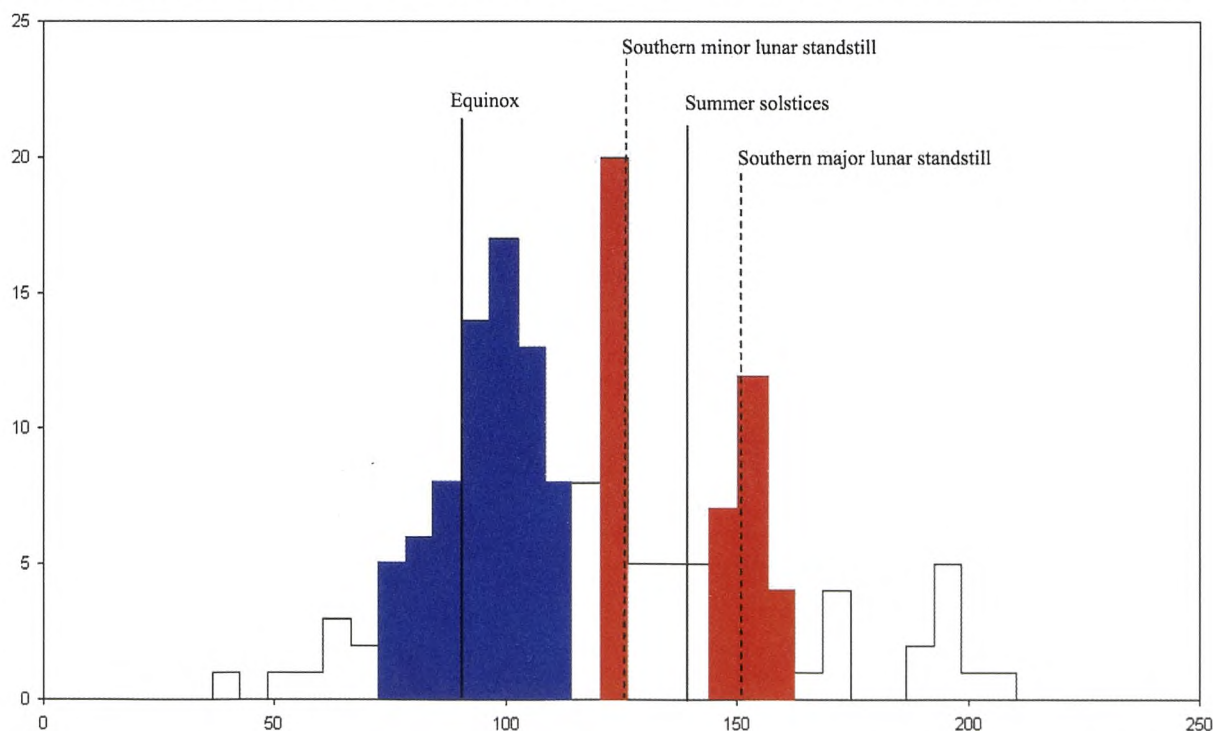
Verificering af de enkelte linjer mellem jættestuerne gøres ved at sammenligne de målte gangretninger med GPS-målinger for de enkelte enheder. Er der sammenfald inden for måleusikkerheden, betragtes linjen som reel. Desværre er sigtelinjen for mange jættestuer brudt enten af bygninger eller skov og træer. Topografiske undersøgelser skal så til for at finde ud af, om man faktisk kan sigte fra det ene punkt til det andet. Det kan være ganske besværligt. Det allerbedste og "ultimate"

bevis er naturligvis en fotografisk dokumentation af en sigtelinje. Det kan faktisk lade sig gøre engang imellem. Figur 3 viser en sigtelinje fra den midterste gang i tripelgraven 3221:6:7 (se figur 2) nær Kalundborg. Alle tre gange har en dokumenteret sigtelinje, hvis umiddelbare forklaring er topografisk. Dvs. de sigter mod det højeste punkt i lokalområdet. I dette tilfælde kernen i en jættestueklynge.

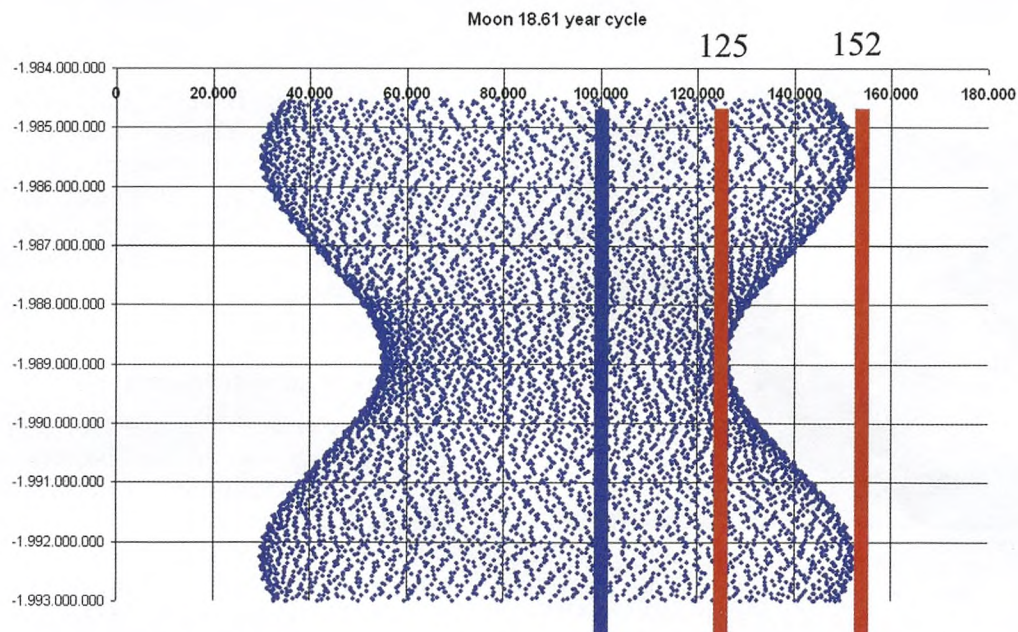
Den nye retningsfordeling

Resultatet af de første undersøgelser af jættestuernes gangretninger viste en statistisk sammenhæng med retninger til punkter i horisonten for fuldmånenes opgang før en måneformørkelse, i gradintervallet fra 80° til 130° (regnet fra geografisk nord med uret). Dette kaldes "finger print feature". Faktisk er sandsynligheden meget tæt på 100 % (96 %) for at de to fordelinger repræsenterer samme fordeling. Fordelingen peger derfor på en sæsonmæssig forklaring. Altså at aktiviteten for det meste fandt sted i sommerhalvåret. Det besynderlige er dog, at der er meget få retninger, der falder sammen med fuldmåneopgange i retninger præcis i SØ (135°), hvilket svarer til midsommerfuldmåner.

Gennem det sidste år er det lykkedes at øge det oprindelige datasæt med omkring 50 % (se figur 4). De to toppe omkring 100° og 123° er blevet mere markante siden de første undersøgelser. Yderligere to toppe er blevet klart tydeligere. En omkring 150° og en anden omkring 200° . Knap 90 % af alle retninger ligger inden for Månens opgangspunkter. De resterende godt 10 % kan relateres direkte til kernen i en jættestueklynge. Dvs. de udpeger den centrale del af en klynge.



Figur 4. Den observerede fordeling baseret på 159 målinger. De tre centrale toppe (blå og rød) er meget markante. De sydlige ekstrempunkter for både Månen og Solen samt jævndøgn (equinox) er markeret. Læg mærke til sammenfaldet med Månens ekstrempunkter (lunar stand stills).



Figur 5. Figuren viser en 18,61 års månecyklus regnet fra 3600 f.v.t. og frem (julianske datoer på akser). Cyklussen er markeret med den røde søjle ved 152° fra tangentpunkt til tangentpunkt. Vandrette linjer svarer til horisonten og de blå fyldte cirkler svarer til Månens opgangspositioner langs horisonten. I alt er der regnet på 9000 måneopgange altså lidt mere end en komplet cyklus.

Månens ekstrepunkter og 18,61 års cyklus

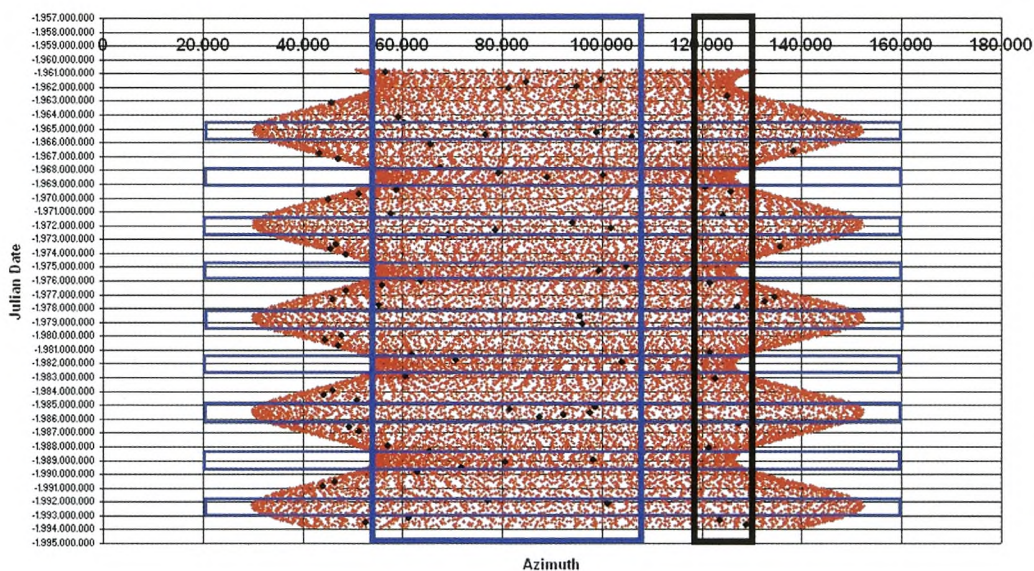
Det overraskende i den nye fordeling er, at toppen omkring 150° er blevet markant tydeligere. Her kan ikke forekomme ægte fuldmåneopgange. Derimod er det meget tæt på Månens sydligste opgangspunkt, som også kaldes det sydlige ydre ekstrepunkt. Månen har også et indre sydligt ekstrepunkt, som er meget tæt på toppen omkring 123°. Der findes tilsvarende to nordlige ekstrepunkter. Ekstrepunkterne er de ydre grænser for op- eller nedgangspunkter i horisonten, som Månen eller Solen kan bevæge sig imellem gennem et år. At Månen har fire ekstrepunkter, og ikke kun to som Solen, skyldes bl.a., at Månens ellipseformede bane skærer Jordens baneplan. Det betyder at Månen nogle gange er over Jordens baneplan og nogle gange under. Yderligere drejer Månens bane omkring Jorden sig én gang på 18,61 år. Effekten er, at Månens projicerede bevægelse i horisonten varierer mellem de ydre og indre ekstrepunkter med en cyklus på netop 18,61 år. Grænserne for ekstrepunkterne er afhængig af variationer i Jordaksens hældning (ekliptikahældningen), omkring 3600 f.v.t. var værdierne på henholdsvis 125° og 152° for det indre og ydre sydlig ekstrepunkt svarende til 56° nordlig bredde (se figur 5).

Tragtbægerfolket kunne have haft problemer med at bestemme det sydligste ekstrepunkt da fuldmåneopgangen kun når ca. 150° og ikke godt 152°. Hvis man inkluderer mindre højdeforskelle i landskabet (under 2° i målte horisonthøjder), viser beregninger, at det sydligste ekstrepunkt kan sprede sig i gradintervallet fra omkring 149° til omkring 157°, hvilket kan forklare den lidt bredere top omkring 150°. Dette problem er ikke så udtalt ved det indre ekstrepunkt (ved 125°). Derfor bliver denne top smallere.

Forudsigelse af måneformørkelser

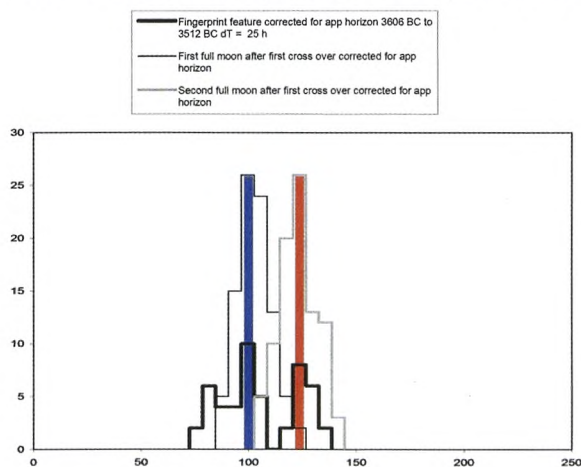
Det interessante er så, at når Månen befinder sig tæt på (omkring $\pm 1,5$ år) et såkaldt "ekstremår", vil fuldmå-

neopgange omkring 100° blive efterfulgt af en formørkelse senere på aftenen eller i løbet af natten med 1, 8, 9 eller 10 års mellemrum. Desuden behøver man ikke markere alle Månens fire ekstrepunkter for at kunne bestemme formørkelsesårene, men kun de to sydlige (eller de to nordlige). Figur 5 viser Månens 18,61 års cyklus og de to sydlige ekstrepunkter markeret med røde søjler. Dette er en særdeles stærk indikator for, at det var formørkelserne det handlede om, og at det altså ikke kun er en statistisk sammenhæng. Figur 6 viser Månens 18,61 års cyklus over en periode på 90 år. Sammenholdt med figur 4, ses at den brede blå ramme i figur 6 svarer til den brede blå top i figur 4, og viser de retninger, hvor fuldmånen vil stå op før en formørkelse omkring tidspunktet for et "ekstremår". Tidspunkterne for disse formørkelser vil være omkring forårs- eller efterårsjævndøgn og udgør godt 1/3 af alle de observerede retninger. Den røde søjle i figur 4 med retninger omkring 123° markerer et område i horisonten med mange fuldmåneopgange. En periode med "ekstremårsformørkelser" indledes eller afsluttes med en fuldmåneopgang omkring 123° efterfulgt af en måneformørkelse. Metoden med at bruge "ekstremår" som indikator for måneformørkelser giver godt halvdelen af alle synlige formørkelser, men ekskluderer altså midvinter og midsommerformørkelser. Det vil i gennemsnit svare til én synlig formørkelse ca. hvert 2. eller 3. år, hvis vejret tillod observationer. Tragtbægerfolket havde altså redskaberne til at kunne forudsige bestemte år hvor der kom måneformørkelser. Nogle retninger ligger meget tæt på grænserne for "ekstremårene" og ville derfor også blive registreret. Samlet passer det med den observerede fordeling mellem 50° og 130°, da rene midvinter- og midsommerformørkelser nu ikke længere skal medregnes. Selve dagen for formørkelsen kunne de også bestemme. Den kan nemlig indtræffe når Månen står op modsat Solens nedgang (Claus Clausen, *Aktuel Naturvidenskab* marts 2011).



Figur 6. Figuren der er opbygget som figur 5 viser næsten 5 hele månecykler over en periode på 90 år. De vandrette blå rektangler markerer de såkaldte "ekstremår". Den lodrette blå indramning viser det azimutinterval som dækkes af "ekstremårsformørkelserne" og den lodrette sorte indramning viser det azimutinterval, hvor fuldmåneopgange omkring det indre sydlige ekstrempunkt kan udløse formørkelser. De sorte fyldte cirkler viser fuldmåneopgange, der udløser synlige formørkelser. Man ser tydeligt, at rene vinter- og sommerformørkelser falder uden for grænserne for "ekstremårene" (sorte fyldte cirkler i røde toppe imellem vandrette blå rektangler).

First and second full moon and "finger print feature" 90 year period



Figur 7. Histogrammet viser spredningen i de retninger som fuldmånen har ved megalitisk "equinox" (jævnøgn) og den efterfølgende fuldmåne, hvor histogrammets lodrette akse angiver antal fuldmåneopgange pr. søjle, og den vandrette akse angiver opgangsvinklen (azimutvinklen) i horisonten regnet i forhold til geografisk nord. Retningerne er beregnet for en periode på 90 år, og er centreret omkring 100° (markeret med blå) og 123° (markeret med rød). Det mindre histogram, markeret med fed streg, viser fordelingen af fuldmåneopgange før en måneformørkelse for "stand still eclipses" og fuldmåneopgangene umiddelbart før og efter et "stand still year" over en periode på 90 år (se figur 6). Denne fordeling er næsten identisk med "finger print feature". Læg mærke til, at der er sammenfald for histogrammerne i forhold til retningerne omkring 100° og 123°, som giver 41 synlige formørkelser i perioden.

Den første kalender

Da tragtbægerkulturens mennesker var et bondefolk, havde de sandsynligvis brug for en kalender der kunne fortælle hvornår der skulle sås, hvornår dyrene skulle på marken, hvornår der skulle høstes og hvornår dyrene

skulle i stald igen. Logik i stenalderen var sikkert ikke det samme som i dag, og derfor ville en helt indlysende definition på en sol-kalender med midvinter, midsommer og jævndøgn, som markante tidspunkter, måske ikke være så indlysende endda.

Retningen omkring 100° er i denne sammenhæng interessant. Det er den retning fuldmånen står op i, når Solens og fuldmånens opgangspunkter i horisonten krydser hinanden om foråret, kaldet "spring full moon". Dette "cross over" forekommer også om efteråret, for lidt andre retninger. I princippet kunne man bruge den begivenhed i en naturligt defineret måne/sol kalender.

Hvis man antager, at tragtbægerkulturens mennesker allerede tidligt indførte en kalender af nævnte type, ville den have været i anvendelse fra omkring 3900 f.v.t. Figur 7 viser fordelingen af retninger (omkring blå markering) for "spring full moon", og repræsenterer det tidspunkt som også kaldes megalitisk equinox (megalitisk jævndøgn), som er et variabelt jævndøgn i marts/april, hvor spredningen i de retninger, hvor fuldmånen står op, svarer til et tidsrum på godt en måned. Observationerne antyder indtil videre, at jævndøgnet i efteråret, svarende til september/oktober, ikke blev anvendt. Ser man lidt nærmere på Månens indre sydlige ekstrempunkt (hvor der er mange fuldmåneopgange), kan det i princippet også definere en eller to "datoer" omkring maj og august. Disse tidspunkter angives af den anden fuldmåne (second full moon), hvis fordeling også er vist i figur 7. Derved opfylder "kalenderen" kravet for anvendelse. Det er værd at nævne, at fuldmåner efter første og anden fuldmåne ikke lader sig definere ved en bestemt hovedretning, hvilket skyldes vandringen af Månens opgangspunkter mellem de to ekstrempunkter.

Formørkelserne var en sidegevinst

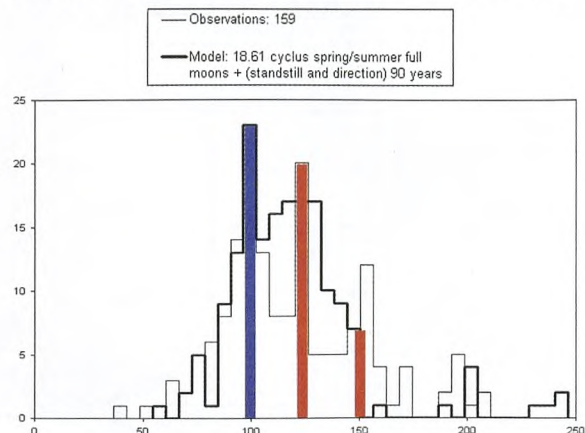
Formørkelserne kommer så ind nærmest ved et tilfælde, hvilket skyldes den måde, som kalenderen er defineret på. "Stand still eclipses" for de viste retninger i figur 7 optræder i tre perioder under tragtbægerkulturen, omkring årene 3900, 3600 og 3300 f.v.t. med varierende længde fra 100 til 200 år og med pauser af tilsvarende længde. Det man skal bemærke sig er, at disse perioder svarer til henholdsvis: 1) begyndelsen af tragtbægerkulturen med konstruktion af de første *langhøje* 2) begyndelsen af den periode hvor man begyndte at bygge *dysser* og endelig 3) det tidspunkt hvor man begyndte at bygge *jættestuer*. Det karakteristiske ved "stand still eclipses" i disse perioder er, at det næsten er de samme "skæve" øst-retninger, som optræder ved "spring full moon". Så tragtbægerkulturens mennesker i Danmark har ikke kunnet undgå at se, at der engang imellem ville komme en måneformørkelse. Og da formørkelserne lige som det megalitiske equinox optræder periodisk, kan det bruges rituelt. Måske gav det anledning til særlige ritualer, hvis der var sammenfald mellem de to begivenheder. Dette har muligvis været så interessant at de har forfulgt fænomenet gennem sommerhalvåret og efterfølgende fundet ud af, at når Solen og Månen stod på linje, var der stor sandsynlighed for, at der ville komme en formørkelse. Under alle omstændigheder peger alle undersøgelser stadig på bestemte fuldmåner i sommerhalvåret, regnet fra marts til oktober. Så hvis de nuværende antagelser holder, havde tragtbægerkulturens mennesker i Danmark altså en kalender, som havde indbygget den funktion, at den også kunne forudsige måneformørkelser; men det skyldes altså mere eller mindre et tilfælde pga. den måde som kalenderen er defineret på.

Beregningsmodellen

Modellen, der sammenlignes med observationerne, er derfor baseret på sommerfuldmåner, hvor grænsen sættes af "spring full moon" kombineret med ekstremårsformørkelserne og retningerne til disse. Beregningerne er baseret på enkle grænser. Ved "spring full moon" skal Månens opgangsvinkel (azimutvinklen) være større end Solens. Og grænserne for "stand still eclipses" er givet ved længden af "ekstremåret". Endelig medregnes retningen til formørkelsens begyndelse, som hovedsageligt er sydlige retninger for sommerhalvåret. De første tests har givet sandsynligheder på 45-60 %, for, at de to fordelinger repræsenterer den samme fordeling i gradintervallet mellem 50° og 160°. Det er således en forbedring i forhold til tidligere ("finger print feature"), at der nu kan testes i et længere gradinterval. De første beregninger er baseret på nutidsfuldmåner og formørkelser (figur 8). Herudover mangler der nogle korrektioner til modellen. Skal f.eks. fuldmåner ved "cross over" om efteråret indregnes, og skal grænserne for "ekstremåret ændres"? Kun et større antal observationer kan besvare dette. Der er i de nuværende datasæt eksempler på, at nogle dobbelte eller tvillingejættestuer (delt kammer som i figur 2) peger mod det aktuelle års

sydlige ekstrempunkt og retningen mod formørkelsesfuldmånens opgang.

Observations (159) and model for present time full moon rises



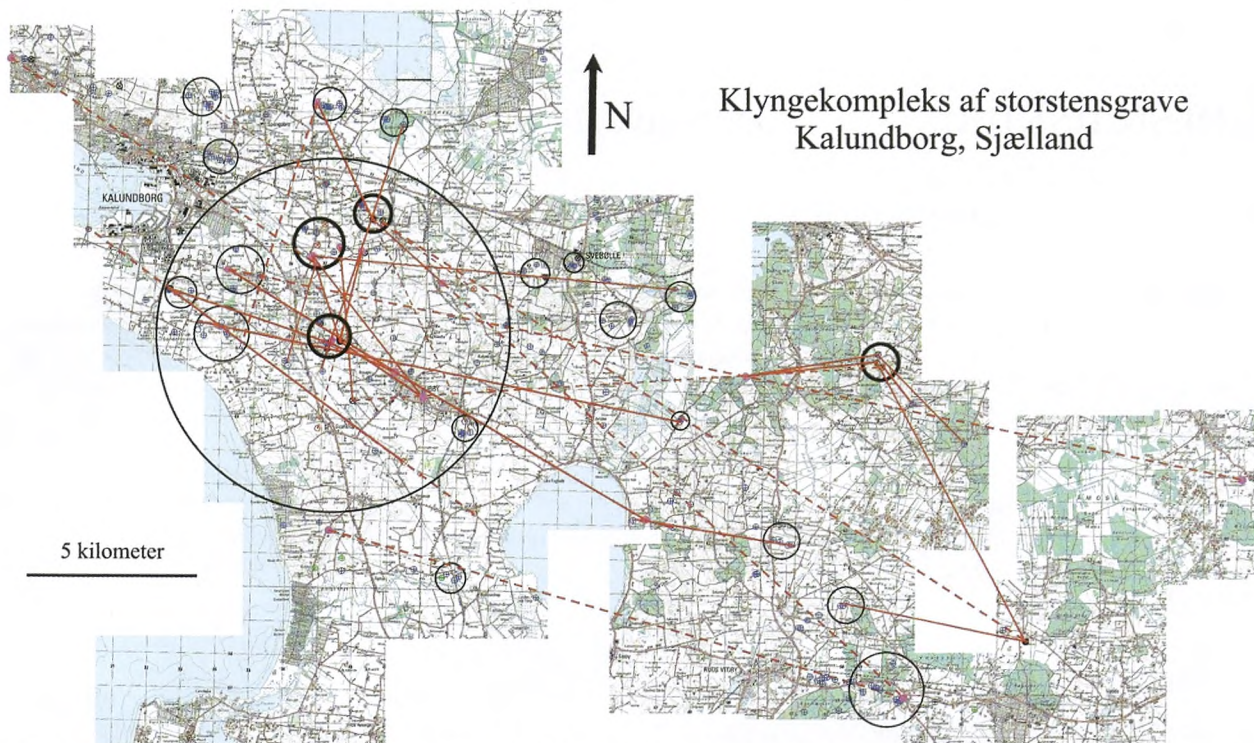
Figur 8. Figuren viser den første simple model, der for sommerhalvåret knytter fuldmåner, formørkelser og retningen til formørkelsernes begyndelse sammen, regnet for midten af Sjælland. Det er værd at lægge mærke til, at de sydlige retninger (retningerne mod formørkelsernes begyndelse) også optræder i modellen i næsten samme retninger som i observationerne. Retningerne mod selve formørkelsen er meget følsom for den geografiske længdegrad. Så retningen mod samme formørkelse er noget forskellig fra f.eks. Bornholm og Jylland, pga. tidsforskellen for formørkelsens begyndelse. Den viste model ligner (visuelt) observationerne (se figur 4) ganske godt i forhold til koncentrationen af retningerne. Blå og røde søjler har samme betydning som i tidligere figurer.

Markører i landskabet

Ud af fire undersøgte jættestueklynger har de tre af dem en kerne med mindst tre jættestuer, der ligger på det højeste punkt i det lokale område. Disse kerneområder kan ses over en afstand på adskillige kilometer, og udpeges af omkringliggende jættestuer. I nogle tilfælde er det muligt at se fra ét kerneområde til et andet. Ofte er det sydlige retninger uden for Månens opgangsområde, der peger mod den centrale del af en klynge. Ud af de 159 retninger der er vist i figur 4, er der 18 uden for Månens opgangspunkt, og 15 af disse er relateret direkte til kernen i en klynge. Der kendes få eksempler på jættestuer, der peger i nordlige retninger uden for Månens opgangspunkt. Mindst én af disse peger mod den centrale del af en klynge. Disse er inkluderet i et meget større datasæt, der er ved at blive analyseret.

Forhistorisk "GPS-system"?

Resultatet af den samlede undersøgelse viser, at det meget sandsynligt er Månen, der har været inspirationskilden til måden, som de danske storstensgrave er anlagt på. De sydlige retninger kan meget vel være retningen mod selve måneformørkelsen. Østlige og sydøstlige retninger er mod fuldmåneopgange, der efterfølges af måneformørkelser, der forekommer i sydlige retninger. Disse retninger var vigtige, og har derfor styret den måde som dysse- og jættestueklynger har udviklet sig på.



Figur 9. På kortet er der fire reelle jættestueklynger markeret med en cirkel med fed streg. Alle med mindst tre jættestuer inden for 1 km². Hele strukturen dækker omkring 800 km² og indeholder 14 dobbelte (to adskilte kamre), eller tvillingjættestuer, to tripeljættestuer, lilla markering, og mindst 21 jættestuer med et enkelt kammer, sort markering (hvoraf nogle er sløjfede, rød markering). De blå (eksisterende) og grønne markeringer er de lidt ældre dysser. Ikke alle dysser er medtaget. Endelig er der åbne cirkler, der markerer udefinerede megalitter. De røde ubrudte linjer er verificerede linjerelationer ud fra GPS-koordinater og gangretninger. Herudover er tre af linjerne dokumenteret fotografisk (den tredobbelte jættestue) og én er bekræftet ved at undersøge de topografiske forhold. De stiplede linjer er mulige linjer.

Den tidligere nævnte klynge i nærheden af Kalundborg er en del af en meget større struktur (se figur 9). Strukturen kan umiddelbart se noget indviklet ud, men den er blot udviklet i takt med antallet af observerede måneformørkelser. Man kunne forestille sig at tragtbægerfolket først valgte det lokale højeste punkt med god udsigt til horisonten. Erfaringsmæssigt vidste de at retningerne for de sydlige ekstrempunkter var vigtige. Allerede de tidligere dysser (forgængeren til jættestuerne) viser retningsfordelinger, der svarer til jættestuernes. Derfor skulle der anlægges to grave med retninger mod ekstrempunkterne eller en dobbeltjættestue med samme retninger, én jættestue med retning omkring 100° og én med sydlige retninger (mod formørkelsen). I takt med observationer af flere formørkelser ville der komme flere jættestuer til med lidt forskellige retninger; men de to ekstremretninger er altid de samme. Man kunne antage, at de østlige og sydlige retninger var så vigtige, at det også skulle være de retninger, hvor de næste klynger skulle anlægges. Når nu ikke formørkelserne og ritualerne i denne forbindelse var aktuelle, viser jættestuerne hvilken "dato" det er, og hvor de andre klynger ligger. Hvis tragtbægerkulturens folk boede omkring klyngerne, ja, så viser systemet, hvordan bopladserne lå i forhold til hinanden. Figur 9 viser, hvordan 4 klynger er koblet sammen. Det kunne være måden, man i det daglige orienterede sig på i landskabet, lidt svarende til vore dages vejskilte eller et GPS-system om man vil. Hvor omfattende systemet er vides endnu ikke; men flere steder på Sjælland, bl.a. i området ved Sjællands øde og på Horns Herred, er flere klynger koblet sammen på tilsvarende måde.

Litteratur

- [1] F. Prendergast (2008), In the eye of the beholder: Symbolism and meaning in Irish passage tomb alignment and height. In Coimbra, F. and Dimitriadis, G. (Eds.) Proceedings of the XV World Congress UISPP (Lisbon, 4-9 September 2006) Oxford: BAR, (2008), 3-12.
- [2] C. Marciano Da Silva (2004), The Spring Full Moon, *Journal for the history of astronomy*, xxxv (2004), 475-78.
- [3] Hansen, S. I. (2005), Der var en gang – danske jættestuers indgangskonstruktioner, preprint.
- [4] Claus Clausen og Per Kjærgaard (2011), Orientation of Danish passage grave on the islands of Samsø and Zeeland, *Journal for the history of astronomy*, xlii (2011), in press
- [5] Claus Clausen (2009), Jættestuer i en astronomisk kontekst, *KVANT* nr. 1, marts 2009.
- [6] Claus Clausen (2011), DobbeltSol, *Aktuel Naturvidenskab*, marts 2011.
- [7] Claus Clausen, Spring/summer/fall full moons and lunar stand stills, extended abstract, Proceedings of the SEAC 2011, Evora, Portugal, 19 September to 24 September.



Claus Clausen er uddannet astronom fra 2003 og har til daglig en stilling som vejleder og proceskonsulent. Han har desuden været tilknyttet Tycho Brahe Planetarium, og har undervist i astronomi ved Folkeuniversitetet gennem mere end 20 år. Claus Clausen har i de senere år skrevet flere artikler om arkæoastronomi, og har deltaget i internationale konferencer om emnet.

Skorstensknæk – breddeopgave 44 med didaktisk kommentar

Af Jens Højgaard Jensen, IMFUFA, NSM, RUC

Mit formål med artikelserien om breddeopgaver er – udover at gøre opmærksom på RUCs fysikuddannelse – dobbelt: Dels udvælger jeg opgaverne, så de kan have interesse som fysikproblemer i egen ret. Dels udvælger jeg dem med henblik på at kunne knytte didaktiske overvejelser til dem af interesse for fysikundervisere. I første omgang i forhold til universitetsundervisning. Men i anden omgang kunne der måske også trækkes paralleller til andre undervisningsniveauer.

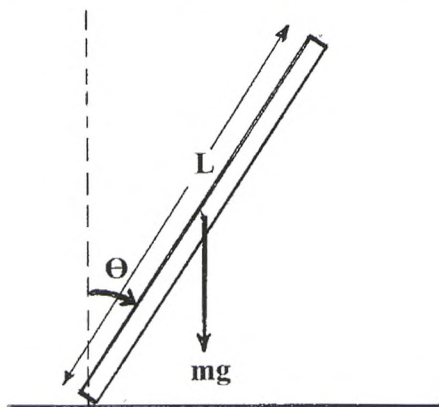
Her bringes løsning og kommentar til opgaven fra forrige nummer samt to nye opgaver. Opgaven i sidste nummer af KVANT var denne opgave (nr. 44 i rækken her i KVANT):

Breddeopgave 44. Skorstensknæk

Hvor knækker en væltende murstensskorsten i faldet? Begrund svaret.



Figur 1. Faldende skorsten (billede fra "Physics in the Toy Room: Toppling Towers", www.physicscentral.com).



Figur 2. Faldende skorsten.

Løsning

Selvom svaret på opgaven er enkel, er løsningen det ikke.

Så længe skorstenen i sin helhed drejer om sit fodpunkt, fås med betegnelserne på figur 2:

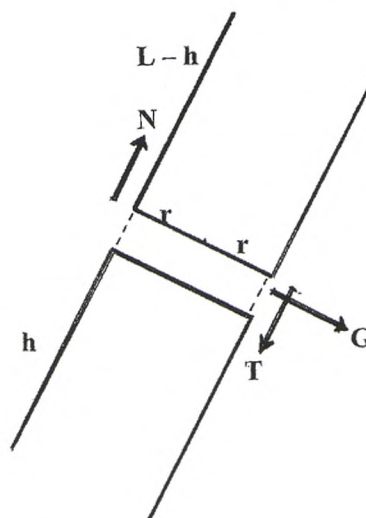
$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot mL^2 \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = mg \frac{L}{2} (1 - \cos \theta), \quad (1)$$

som følge af energibevarelse. Og ifølge momentsætningen med momenter taget om fodpunktet har vi:

$$\frac{1}{3} \cdot mL^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} = mg \frac{L}{2} \sin \theta, \quad (2)$$

idet skorstenen er antaget overalt at have samme tværsnit, og vi i beregningen af inertimomentet $\frac{1}{3} \cdot mL^2$ i de to ligninger har set bort fra bredden af skorstenen.

Hvis skorstenen, som det ofte ses, knækker i to stykker i faldet, vil den øverste del falde bagover i forhold til den nederste del. Af både ligning (1) og ligning (2) ses, at skorstenen falder langsommere jo større dens højde er. Før den knækker, er det derfor den nederste del af skorstenen, der trækker den øverste del med sig, medens den øverste del holder den nederste tilbage i faldet. Og derfor er det den nederste del, der løber fra den øverste, når skorstenen knækker. Når skorstenen er knækket, vil dens nederste del fortsætte sit fald med en øgende vinkelhastighed i overensstemmelse med ligning (2) med en justeret værdi af L . Medens dens øverste del vil dreje med konstant vinkelhastighed, da der da ikke er noget kraftmoment om delens massemidtpunkt.



Figur 3. Snit vilkårligt sted i faldende skorsten.

At svare på, ikke hvad der sker, når skorstenen er knækket, men hvor skorstenen knækker, hvis den knækker, er ikke så lige til. Et tilnærmet svar kan gives, hvis vi regner på en forenklet model af skorstenen. Vi tænker på skorstenen som en stabel skiver fæstnet til hinanden i de to yderpunkter i faldretningen som antydnet på figur 3. Herefter må vi fx anvende momentsætningen om tyngdepunktet og tyngdepunktssætningen for en vilkårlig øvre del af skorstenen som den på figuren. Så længe de to dele hænger sammen som en helhed, vil den øverste del være påvirket af et kraftmoment omkring sit tyngdepunkt hidrørende fra berøringskræfterne fra den underste del svarende til vinkelaccelerationen givet ved ligning (2) og være påvirket af en resulterende kraft hidrørende fra tyngden og berøringskræfterne fra den underste del svarende til accelerationen af den øverste dels tyngdepunkt givet ved ligning (1) og ligning (2). På figur 3 er berøringskræfterne angivet som en samlet statisk gnidningskraft G , og svarende til at den øverste del tendentielt falder bagover i forhold til den nederste del, en trykkraft eller normalreaktion N , i det venstre kontaktpunkt og en trækraft T i det højre kontaktpunkt.

Hvis $b = h/L$ (jf. figuren) betegner brøkdelen af skorstenen under snittet i forhold til hele skorstenen, har stykket over snittet længden $(1 - b)L$, massen $(1 - b)m$, inertimomentet om sit tyngdepunkt $\frac{1}{12}(1 - b)m(1 - b)^2L^2$ (hvis vi ser bort fra skorstenens bredde), og en radius for tyngdepunktets cirkelbevægelse på $(1 + b)L/2$. Med betegnelser og orienteringer i figur 3 får vi da:

$$(T + N)r - G(1 - b)\frac{L}{2} = \frac{1}{12}(1 - b)^3mL^2\frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (3)$$

$$G + (1 - b)mg \sin \theta = (1 - b)m(1 + b)\frac{L}{2}\frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (4)$$

$$T - N + (1 - b)mg \cos \theta = (1 - b)m(1 + b)\frac{L}{2}\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \quad (5)$$

Ved indsættelse af $\frac{d^2\theta}{dt^2}$ fra ligning (2) i ligning (4) fås:

$$G = \frac{1}{4}(1 - b)mg \sin \theta(3b - 1), \quad (6)$$

som indsat sammen med $\frac{d^2\theta}{dt^2}$ fra ligning (2) i ligning (3) giver:

$$T + N = \frac{1}{4}(1 - b)mg \sin \theta(1 - b)b\frac{L}{r} \quad (7)$$

Endelig giver indsættelse af $(d\theta/dt)^2$ fra ligning (1) i ligning (5):

$$T - N = \frac{1}{2}(1 - b)mg(3(1 + b) - (5 + 3b) \cos \theta) \quad (8)$$

Ligningerne (6) og (8) viser, at under faldet er både den samlede statiske gnidningskraft G og differencen $T - N$ mellem træk- og trykkraften i hver side af skorstenen

af størrelsesordenen mg . Herimod er summen $T + N$ ifølge ligning (7) af størrelsesordenen mgL/r , hvor r er skorstenens radius eller halve bredde. Da L for skorstene er op til flere størrelsesordener større end r , er både den tangentielle statiske gnidningskraft G og differencen imellem de to normalkræfter T og N derfor ubetydelig i forhold til deres sum. Heraf kan to ting konkluderes. For det første betyder det, at det mere er skorstensmørtelens evne til at fæstne en overliggende og en underliggende mursten til hinanden i lodret retning, end det er mørtelens evne til at hindre murstenene i at skride sidelæns i forhold til hinanden, der er afgørende for skorstensknæk. For det andet betyder det, at vi kan springe løsning af ligningerne (7) og (8) med de to ubekendte T og N over, da de tilnærmelsesvis er lige store.

Skorstenen knækker der, hvor kravene til sammenklistringskraften T først overskrider, hvad mørtelen kan levere. Da højresiden af ligning (7) differentieret med hensyn til b er 0 for $b = 1/3$, ses svaret på opgaven at være, at en væltende skorsten, hvis den knækker i faldet, gør det i en tredjedels højde.

Mørtelens evne til at forhindre skridning imellem murstenslagene i skorstenen er som sagt ikke det størrelsesordensmæssigt afgørende i forhold til dens evne til at klistre lagene sammen, så de ikke vipper fra hinanden. Ifølge ligning (6) er der slet ikke nogen statisk gnidningskraft under faldet det sted i skorstenen, hvor knækket potentielt finder sted.

Kommentar

Litteraturen om skorstensknæk går mange år tilbage. I det mindste til 1905 (Routh, E.J.: Dynamics of a System of Rigid Bodies, Part 1, Dover, New York (1960), pp 124-125. Bogen er et genoptryk fra 1905.). Her og senere (f.eks. Reynolds, J. B.: Falling Chimney, *Am. J. Phys.*, **14**, p. 275 (1946) og Madsen, E. L.: Theory of the chimney breaking while falling, *Am. J. Phys.*, **45**, pp 182-184 (1977)) regnes skorstenen for at knække i det punkt, hvor kraftmomentudvekslingen imellem den øvre del og den nedre del er størst. Det svarer til at vi i ligning (7) finder maksimum for $(T + N) \cdot r$ som funktion af b . Og så er svaret, at den knækker i en tredjedels højde, alment gældende. Svaret afhænger ikke af opgavebesvarelsens indførte model med kun to kontaktpunkter mellem lagene i skorstenen. Det ses også, at vinkelafhængigheden i ligning (7) alment udgør en faktor for sig, således at knækkedet ikke afhænger af, hvornår i faldet skorstenen knækker. Men svaret en tredjedels højde afhænger af antagelsen om, at skorstenen har ens tværsnit hele vejen op. Med en anden skorstensform vil ligningerne i opgaveløsningen skulle justeres. I den justerede ligning (7) vil vinkelafhængigheden stadig være givet ved $\sin \theta$, men ganget med et andet polynomium i b . Knækket vil være uafhængigt af, hvornår skorstenen knækker, men et andet end for skorstene med ens tværsnit fra top til bund.

Men måske er opgaveløsningens idealiserede model

med maksimalt krav til T som knæpunktskriterium mere realistisk end idéen om, at skorstenen knækker, hvor kraftmomentudvekslingen imellem lagene er størst, uafhængigt af hvordan kræfterne imellem de to lag er fordelt. Som sagt i opgavebesvarelsen har ikke blot det samlede kraftmoment lagene imellem men også T maksimum for $b = 1/3$, forudsat at skorstenens bredde er forsvindende i forhold til dens højde. Hvis dette ikke er tilfældet skal T udledes ved kombination af ligningerne (7) og (8). Og så ses knæpunktet udover at fjerne sig fra $b = 1/3$ også at komme til at afhænge af, ved hvilken værdi af θ skorstenen knækker. I artiklerne (Bundy, F.P.: Stresses in Freely Falling Chimneys and Columns, *J. Appl. Phys.*, **11**, p 112 (1940) og Varieschi, G. and Kamiya, K.: Toy models for the falling chimney, *Am. J. Phys.*, **71**, pp. 1025-1031 (2003)) er der udført en del regninger desangående. Blandt andet har Bundy regnet på skorstenen på figur 1. Ved at tage højde for dens ikke forsvindende bredde og dens koniske form forklarer han, hvorfor skorstenen, som det ses på billedet, ved den forholdsvis lille vinkel, hvor knækket finder sted, nærmere knækker på midten end i en tredjedels højde. Forfatterne af den anden artikel har sammen med Jully, I.R. oprettet "The Falling Chimney Web Page"; <http://myweb.lmu.edu/gvarieschi/chimney/chimney.html>.

Så langt for regning på skorstensknækket. Jeg har selv en del år spekuleret på dets løsning og egnethed som breddeopgave, fordi jeg erindrer at have set fænomenet både på gaden og på film. Men jeg har ikke på egen hånd kunnet finde ud af at takle problemet. Den præsenterede løsning af opgaven er i det væsentlige kopieret efter (David Morin: Introduction to Classical Mechanics, Cambridge University Press, pp 363-364, (2008)), hvor jeg tilfældigt første gang så den behandlet.

Opgaven har ikke været stillet som eksamensopgave ved Breddekurset på RUC. Den er for svær. Og det er ikke meningen med breddeopgaver, at lærerne herigennem skal kunne udfordre deres studerende med problemer, lærerne finder interessante uden selv at have hold på dem. Tværtimod skal de studerende under

usikkerheden ved de ofte åbent og upræcist formulerede spørgsmål i breddeopgaverne kunne føle sig trygge ved, at i alle tilfælde læreren som opgavestiller har følt sig i stand til at fokusere spørgsmålene på en måde, der gør opgaverne løsbare.

Den skorstensknækopgave, der har været stillet (ved sommereksamen 2003 og uden figur 1) har denne ordlyd:

Når en høj skorsten bygget af mursten vælter, vil den i faldet ofte knække i to stykker (eller flere). Vil den øverste del falde forover eller bagover i forhold til den underste del. Begrund svaret.

Løsningen i artiklen her på problemet om, hvor skorstensknækket finder sted, startede med besvarelsen af denne mere overkommelige opgave.

I stedet for at være anvendelig som breddeopgave, er udfordringen at finde ud af, hvor skorstenen knækker under fald, velegnet som udgangspunkt for et længerevarende projektarbejde, hvor det godt kan være en pointe, at læreren udfordres af projektets problem sammen med de studerende.

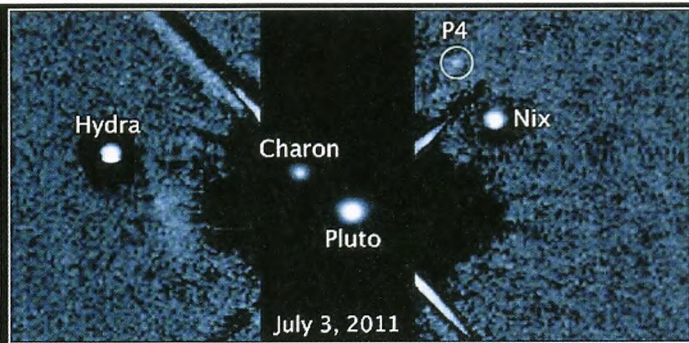
Breddeopgave 45 og 46. Afkølingstid

Inden næste nummer af KVANT udkommer, kan læserne eventuelt overveje løsningerne til disse to opgaver fra breddekurset på RUC (fra henholdsvis vintereksamen 2010 og vintereksamen 2005, nr. 45 og 46 i rækken her i KVANT):

Hvad er størrelsesordenen af tiden, det vil tage for varmen at fordele sig i en jernklump af Jordens størrelse med et opvarmet indre? I E. S. Johansens ældre lærebog i varmelære er der følgende data for jern: massefylde ved 18 °C: 7,86 g cm⁻³, lineær udvidelseskoefficient mellem 0 °C og 100 °C: 0,0000125 grad⁻¹, varmeyfylde ved 18 °C: 0,111 cal g⁻¹ grad⁻¹ og varmeledningsevne ved 18 °C: 0,20 cal grad⁻¹ cm⁻¹ s⁻¹. Begrund svaret.

Når man sætter hånden på et stykke koldt metal mærkes en kraftig varmestrøm fra hånden ud i metallet. Hvordan ændrer varmestrømtætheden sig med tiden (til korte tider)? Begrund svaret ved en dimensionsanalyse.

Løsninger og kommentar bringes i næste nummer.



Plutos fjerde måne

ASTRONOMI. Ved at udnytte Hubble Rumteleskopets skarpe syn er det lykket at afsløre endnu en måne i kredsløb om dværgplaneten Pluto. I forvejen kendte vi til de tre måner, Charon, Nix og Hydra, og den nye måne kaldes foreløbigt for P4.

Den nyopdagede måne er væsentligt mindre end de tre andre. Den måler omkring 13-34 km. Det skal ses i forhold til Plutos største måne, Charon, der med en diameter på 1200 km, er omkring halv så stor som Pluto. De to andre måner, Nix og Hydra, er mellem 32 og 113 km store, og de blev opdaget af Hubble Rumteleskopet i 2005.

Månen, P4, blev opdaget i forbindelse med forberedelserne til ekspeditionen med NASA-rumsonden New Horizons. Rumsonden blev opsendt den 19. januar 2006 og skal om fire år flyve tæt forbi Pluto, hvor den skal undersøge Pluto og dens måner.

Det formodes at de fire måner er blevet dannet ved en gigantisk kollision mellem Pluto og et andet objekt fra Kuiper-bæltet, som er en donut-formet ring af dybfrosne objekter i de ydre dele af Solsystemet. Pluto og de andre medlemmer af Kuiper-bæltet er meget interessante, idet de formodentligt er de overskydende rester af det materiale, som Solsystemet blev dannet af for 4,6 mia. år siden.

Kilder: <http://hubblesite.org/newscenter/archive/releases/2011/23/full/>;
<http://www.tycho.dk/article/view/6485/1/445/>

Partikeleksperiment på Rumstationen

ASTROPARTIKELFYSIK. Den 19. maj i år blev det hidtil største videnskabelige eksperiment monteret på Den Internationale Rumstation (ISS). Det drejer sig om Alpha Magnetic Spectrometer 2 (forkortet AMS-02), der skal give de hidtil mest præcise målinger af den kosmiske stråling. AMS-02 blev bragt op til ISS på rumfærgen Endeavour's sidste opsendelse.

Den kosmiske stråling er egentligt ikke elektromagnetisk stråling som lys men elektrisk ladede partikler med en høj hastighed og dermed med en stor energi. Det er forskernes håb, at AMS-02 kan give os en bedre forståelse af Universets grundlæggende sammensætning ved at finde antistof og mørkt stof. Observationer af galakser og galaksehobe indikerer tydeligt, at Universet indeholder langt mere usynligt, mørkt stof end synligt, almindeligt stof. Teoriene forudsiger, at det mørke stof kan bestå af ukendte partikler, og det vil

være lidt af et scoop at finde disse partikler.

I slutningen af maj blev de første begivenheder (events) indsamlet af AMS-02. De første målinger var en 20 GeV elektron og en 42 GeV kulstof kerne. Der er altså store forventninger til AMS-2, der er planlagt til at fungere i mindst ti år, idet eksperimentet kan serviceres af astronauterne på Rumstationen.



Kilder: www.tycho.dk/article/view/6407; <http://www.ams02.org/>

Guld fra rummet?

ASTRONOMI. Jordens sammensætning af forskellige metaller har været lidt af et mysterium. Forskerne har haft svært ved at forklare de relativt store mængder af ædelmetaller i Jordens kappe. Teorien forudsiger at de tunge metaller skulle synke ind mod Jordens kerne, så hvorfor kan man finde tungmetaller i Jordens kappe?

Britiske forskere har måske fundet beviset for den primære teori, hvor ædelmetaller er kommet senere til Jorden i form af meteoriter. De har undersøgt meteorstenen fra Isua i Grønland, der ramte Jorden for 3,8 milliarder år siden. Stenene fra Isua stammer fra før den sidste periode med meteorregn, og ved at sammenligne disse sten med moderne sten har forskerne fundet, at meteoriterne har ændret på Jordens sammensætning. Resultaterne er opnået igennem undersøgelser af den isotopiske sammensætning af tungmetallet Wolfram, som har det højeste smeltepunkt af alle metaller.

Kilder: <http://videnskab.dk/miljo-naturvidenskab/aedelmetaller-stammer-maske-fra-rummet>; <http://www.nature.com/nature/journal/v477/n7363/full/nature10399.html>

Foreningsnyt – foredrag i efteråret

Foredragskalender

Dato	Tid	Foredragstitel	Foredragsholder	Forening
Sep.				
5/9	19.15	Supernovaer (oversigt)	Henry Nørgaard	AS (Kbh)
12/9	19.00	Supernovaer (oversigt)	Henry Nørgaard	AS (Årh)
13/9	17.00	Umulighed i Matematik: Fra meta-udsagn til matematiske sætninger	Jesper Lützen	VHS
19/9	19.30	Katalyse: En vigtig del af fremtidens energiproduktion	Ib Chorkendorff	SNU
26/9	19.15	Supernovaer og de ældste stjerner	Birgitta Nordström	AS (Kbh)
Okt.				
3/10	19.00	Supernovaer og de ældste stjerner	Birgitta Nordström	AS (Årh)
3/10	19.30	Nye resultater fra Center for Metalstrukturer i 4 Dimensioner	Henning Friis Poulsen	SNU
10/10	19.15	Støv fra supernovaer	Anja C. Andersen	AS (Kbh)
11/10	17.00	Philipp Frank and the Definition of Relativism	David Bloor	VHS
31/10	19.00	Støv fra supernovaer	Anja C. Andersen	AS (Årh)
31/10	19.30	Nye resultater fra Center for Membranpumper i Celler og Sygdom	Poul Nissen	SNU
Nov.				
7/11	19.15	Supernovaneutrinoer	Steen Hannestad	AS (Kbh)
14/11	19.00	Supernovaneutrinoer	Steen Hannestad	AS (Årh)
21/11	19.30	Smag på kemien	Ole G. Mouritsen	SNU
28/11	19.15	Sorte huller fra supernovaer	Malene Flagga	AS (Kbh)
Dec.				
5/12	19.00	Sorte huller fra supernovaer	Malene Flagga	AS (Årh)
12/12	19.30	Om nye resultater fra Center for Geogenetik	Eske Willerslev	SNU

AS (Kbh): Astron. Selskab (København), Auditorium 4, H.C. Ørsted Instituttet, Universitetsparken 5, 2100 København Ø (www.astronomisk.dk).

AS (Årh): Astron. Selskab (Århus), Matematisk Inst., Aarhus Universitet, Ny Munkegade, Bygn. 1530, Aud. D2, 8000 Århus C.

SNU: Geologisk Museum, Øster Voldgade 5-7, 1350 København K (www.naturvidenskab.net).

VHS: Videnskabshist. Selskab, H.C. Ørsted Inst., aud. 10, Universitetsparken 5, 2100 Kbh Ø (www.math.ku.dk/videnskabshistorie).

Astronomisk Selskab

Denne foredragsrække omhandler nogle af de voldsomste begivenheder i Universet: supernova-eksplosioner. Supernovaerne kan siges at være grundlaget for livet på Jorden, da de er årsagen til, at de tunge grundstoffer der dannes i stjernernes indre, eller i selve supernova-eksplosionen, bliver spredt ud i galaksen. Disse tunge grundstoffer indgår herefter i byggematerialet for nye generationer af stjerner, for planeter og, i den sidste ende, mennesker. Vi skal i denne foredragsrække høre om supernovaerne, om hvordan de gennem tiderne har beriget vores galakse med tunge grundstoffer, om neutrinoer skabt i supernova-eksplosionerne, og om sorte huller dannet i forbindelse med supernovaer.

Foredragene afholdes i samarbejde mellem Astronomisk Selskab, Tycho Brahe Planetarium og Folkeuniversitetet. De er tilrettelagt af Anja C. Andersen, Torben Arentoft og Michael Quaade.

Selskabet for Naturlærens Udbredelse

Fortsættelse af temarækken om nye resultater fra centre under Grundforskningsfonden.

Videnskabshistorisk Selskab

Foredragene afholdes på H.C. Ørsted Instituttet i København. Kl. 16.30 byder selskabet på kaffe, te og frugt i Institut for Matematiske Fags frokoststue, rum 04.4.19 på 4. sal. Man er velkommen til at gå med ud at spise med foredragsholderen efter foredraget, på egen regning.

Astrometri fra antikken til i dag

Af Erik Høg

Der er hidtil kun opsendt en eneste astrometrisk satellit, Hipparcos, og dens observationer fra 1989-93 betød et kvantespring med hensyn til nøjagtighed og antal af stjerner med nøjagtigt målte afstande, egenbevægelser og positioner. I 2013 vil ESA opsende en endnu større astrometrisk satellit, Gaia, som ventes at betyde et nyt kvantespring for astrometrien. Jeg vil i det følgende skildre astrometriens udvikling og dens betydning for astronomien.

Jeg beskriver først nogle træk af astronomiens udvikling med fokus på astrometriens betydning samt på de danske bidrag hertil. Dernæst skildrer jeg det videnskabelige udbytte af Hipparcos-satellitten, idet der sammenlignes med resultaterne fra astrometri målt fra Jorden, og jeg nævner lidt om det man venter af observationerne fra Gaia. I en senere artikel i Kvant vil jeg beskrive Gaia-satellitten og den tekniske udvikling, vi måtte igennem for at nå frem til et godt design.

Astronomi siden de gamle grækere

De to projekter Hipparcos og Gaia vil tilsammen forbedre den astrometriske nøjagtighed med mere end det, der blev opnået gennem de forudgående 500 år. Det giver god mening således at tale om århundreder i forbindelse med netop astrometriens udvikling, idet astronomer har målt positioner for stjerner og planeter gennem mere end 2000 år. Mange typer af instrumenter er blevet udviklet og anvendt gennem århundrederne, men jeg havde det held at leve i en periode, hvor instrumenter kunne udvikles enormt ved anvendelse af elektronisk teknik og rumteknologi. Flere gange havde jeg det held at være på det rette sted til det rette tidspunkt med de rette ideer, først egnet til en gammel type instrument på Jordens overflade og senere to gange til en ny type satellitter.

At udføre måling af positioner og at anvende dem blev altid kaldt *astronomi*. Formålet var at forstå stjerners og planeters bevægelser baseret på mekanikkens love, dvs. hastighed, acceleration, massetiltrækning, osv. som defineret af Isaac Newton i 1687 i hans berømte bog "Naturfilosofiens matematiske principper".

Ordet *astrometri* er det moderne ord for positionsmålinger, som man begyndte at bruge omkring 1900 for at skelne den fra astrofysik, den nye og hurtigt voksende gren af astronomien, hvor de fysiske teorier for varme og atomer anvendes for at forstå stjerner og hele universet som fysiske objekter.

Stjerner består af atomer, derfor må man forstå atomers egenskaber, inden man kan forstå stjerners struktur og udvikling. Begrebet atomer har man kendt siden de gamle grækere, men det var først omkring 1912, at det blev almindelig anerkendt, at atomer virkelig findes. En dyb forståelse af atomer blev mulig gennem de store fremskridt i atomfysikken, der skete i 1920'erne, hvor Niels Bohr og hans institut i København spillede en vigtig rolle i skabelsen af kvantemekanikken, den

matematiske teori, som lige siden har været basis for al atomteori.

Dansk astrometri siden Tycho Brahe

Den mest berømte danske astronom, Tycho Brahe (1546-1601), havde ingen forbindelse til Københavns universitet, som på den tid var meget konservativt. Men Tycho havde direkte forbindelse til kongen, Frederik den Anden, som gav mildt understøttede ham og lod ham bygge et observatorium på øen Hven i Øresund nordøst for København. Man skønner at kongens støtte beløb sig til én procent af statsbudgettet i tyve år, den stærkeste forskningsstøtte nogen sinde, både før og siden.

Dette observatorium var det mest moderne på den tid, og gennem de tyve år målte han 1000 stjerner og alle planeterne meget nøjagtigere end nogen tidligere havde gjort.

Boks 1: Astrometri – Positioner af stjerner

En stjernes position angives med to tal svarende til længde og bredde for et sted på Jorden. På himlen kaldes de to tal for rekt-ascension og deklination. En stjernes position ændres så lidt over mange hundrede år, at stjernebillederne for romere og grækere for to tusind år siden så ud som de gør for os i dag. Men faktisk bevæger stjernerne sig i forhold til hinanden, hvad man opdagede for tre hundrede år siden. Denne bevægelse kaldes "egenbevægelse", og den måler man med astrometri.

Ud over den retlinede egenbevægelse har en stjerne en bølgebevægelse på grund af Jordens bevægelse omkring Solen på et år. Hvis en stjerne er nær ved os, er denne såkaldte "parallaksebevægelse" større, og måling af bølgens størrelse, kaldet "parallaksen", giver derfor afstanden til stjernen.

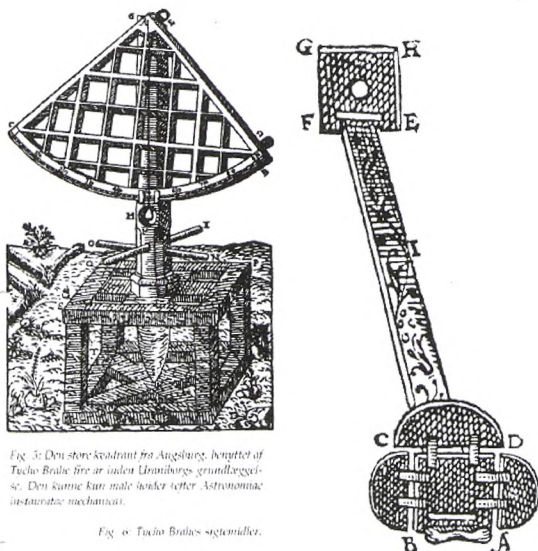
Positionerne af Solen, Månen og planeterne ændrer sig meget hurtigere end for stjernerne, hvad enhver kan se, hvis han er opmærksom på den slags.

Den græske filosof Hipparchos (græsk: "Ἰππάρχος" Hipparkhos; ca. 190-ca. 120 f.Kr.) kaldes ofte astronomiens fader, fordi han udviklede astronomien og målte positioner for 1000 stjerner. Kendskab til disse gamle positioner er bevaret gennem de mange århundreder op til vor tid.

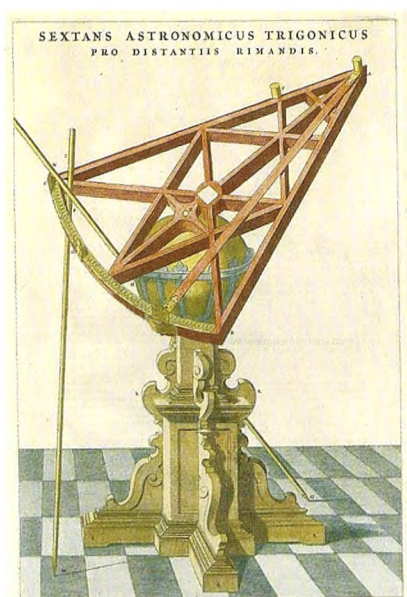
Satellitten Hipparcos staves uden h og navnet blev oprindeligt i 1979 foreslået som et akronym HIP-PARCOS: HIgh Precision PARallax Collecting Satellite.

Tycho Brahe ville først og fremmest måle afstanden til Mars, fordi Mars har vidt forskellig afstand ifølge Kopernikus og Ptolemæus, som han derfor ville kunne skelne imellem. Hvor vigtigt dette var for Tycho har historisk forskning påvist for en snes år siden. Tycho målte derfor Mars særlig hyppigt. Han nåede dog ikke sit mål, fordi alle afstande i solsystemet var 20 gange større end han troede, men de mange målinger blev af stor betydning for Keplers arbejde med Mars.

Tycho målte i alt 1000 stjerner, men nogle få af dem udgjorde hans *referencestjerner*, som blev målt hyppigere og med forskellige instrumenter. Alle de andre stjerner og planeterne blev målt i forhold til disse meget nøjagtigere stjerner.



Figur 1. Til venstre: Den store kvadrant fra Augsburg, benyttet af Tycho Brahe fire år inden Uraniborgs grundlæggelse. Den kunne kun måle højder. Til højre: Tycho Brahes sigtemidler.



Figur 2. Tycho Brahes sekstant fra 1580. Bemærk den fine gradinddeling og sigtelinealen med plade forneden og cylinder øverst og i det hele taget den perfekte udførelse af hele instrumentet.

Tycho forbedrede sine instrumenter på mange måder, så sigtenøjagtighed var på et bueminut efter ti års udvikling på Hven. Tychos målinger har ca. fem gange mindre fejl end opnået af hans nærmeste forgængere, Landgreven af Hessen. Han var klar over, at forbedring ikke kunne opnås ved at bygge meget større instrumenter, det havde han allerede prøvet som assistent for borgmesteren i Augsburg (se figur 1), men det store fritstående instrument blev væltet i en kraftig storm. Tycho indførte et bedre sigtemiddel, (se figur 1 og 2) men kikkert havde han jo ikke. Han indførte en nøjagtigere inddeling af delekredsen, hvor vinkelen skulle aflæses, og selve aflæsningen blev forbedret. Alt sammen selvfølgelig takket være instrumentmagere, der blev dygtigere og dygtigere, og som Tycho havde råd til at betale med de store midler, som kongen skaffede ham.

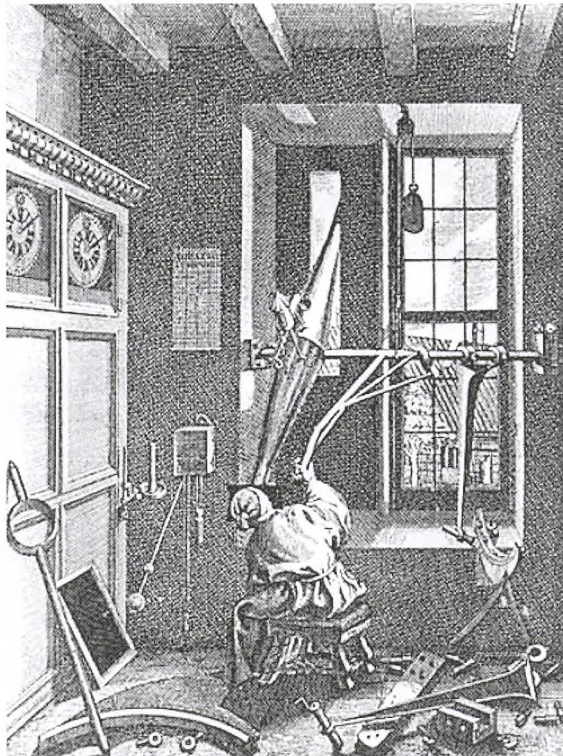
Tycho var meget berømt, mens han levede, men hans observationer kom efter hans død til at spille en uventet stor rolle i udviklingen af videnskab og teknologi. Dette skete, for det første, fordi Johannes Kepler (1571-1630) fandt lovene for planeters bevægelser ved nøje analyse af Tychos observationer. Dernæst benyttede Isaac Newton (1643-1727) denne viden til at finde de matematiske love for mekanik og for massetiltrækning.

Kikkertens opfindelse i 1608 fik straks stor betydning for astronomien, idet Galileo Galilei allerede anvendte den i 1609 og fandt Jupiters måner, bjerge på Månen, pletter på Solen osv. Men anvendelsen af kikkerten til astrometri gik meget langsomt. Som sigtemiddel kunne den ikke konkurrere med de af Tycho Brahe indførte. Der skulle først opfindes trådkors af spindelvæv til centrering af stjernen og mikrometre til at flytte trådene nøjagtigt til måling af stjernerne i synsfeltet, og det tog et par generationer. John Flamsteed var den første Royal Astronomer fra 1675 og observerede i Greenwich med en kvadrant forsynet med kikkert. Han opnåede fem gange mindre fejl end Tycho Brahe i et katalog med 3000 stjerner. En stor udvikling fortsatte i udlandet, se [1], hvad jeg kun kan nævne punktvis, da denne artikel fokuserer på dansk astrometri.



Figur 3. Rundetårn i København for 100 år siden. Det blev fuldført i 1642.

Ved Københavns Universitet kunne astronomiske observationer i princippet begynde i 1642 efter bygningen af det monumentale Rundetårn (figur 3), som resultat af en stor indsats fra professor Longomontanus (1562-1647), der havde været Tycho Brahe's assistent på Hven og i Prag. Virkelige observationer begyndte imidlertid først senere i århundredet, da Ole Rømer (1644-1710) overtog.

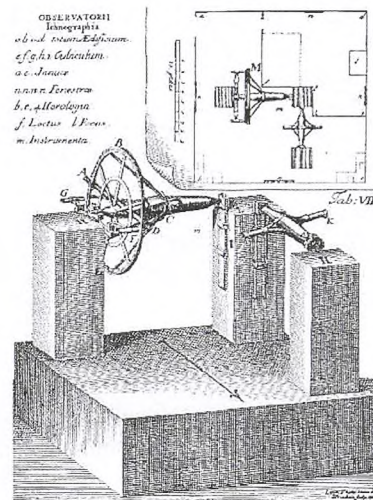


Figur 4. Ole Rømers passageinstrument fra 1691 som var opstillet i hans hus i Store Kannikestræde, mellem Universitetet og Rundetårn. Observatøren ser stjernen bevæge sig gennem kikkertens synsfelt på grund af Jordens rotation. Han registrerer tidspunktet ved hjælp af urene til venstre og får således den ene koordinat af stjernens position, rektascensionen. Dette instrument var det første af sin art og blev meget anvendt i de følgende århundreder, idet det efterhånden blev udviklet til stadig højere teknisk fuldkommenhed.

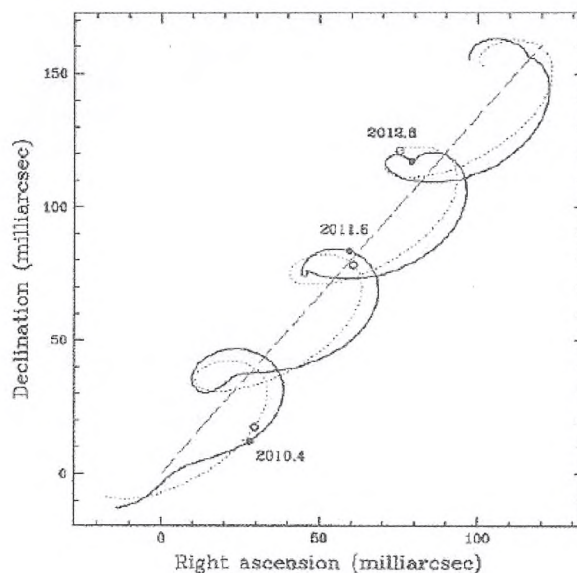
Ole Rømer opholdt sig i Paris i årene 1672 til 1681. Han blev medlem af Academie des sciences, og boede i det netop opførte monumentale nye observatorium, der stadig findes, og nu anvendes til kontorer. Efter omhyggelige studier af omløbstiderne af den inderste Jupitermåne, Io, gjorde han den opdagelse, der gjorde ham verdensberømt. Han drog den slutning, at lyset har en endelig hastighed. Dette var i modstrid med den opfattelse, som mange videnskabsfolk havde haft siden oldtiden, at lyset udbreder sig øjeblikkeligt, altså med uendelig hastighed. I Frankrig viste Rømer sin praktiske sans på mange måder, f. eks. ved at konstruere pumper til vandforsyningen til Solkongens paladser, og som matematiklærer for kronprinsen konstruerede han maskiner, der viste planeternes bevægelse.

Da han var tilbage i København fra 1681 blev han professor i astronomi og direktør for Rundetårn. Desuden blev han dommer i Højesteret, politimester

i København, sørgede for vandforsyningen i byen og for at der kom gadebelysning – men det er en anden historie. Han indså snart, at Rundetårn var for ustabil til at nøjagtige observationer af stjerners positioner kunne udføres fra dets top på grund af rystelser fra de tunge hestevogne i Købmagergade nedenfor. Han byggede derfor et observatorium i sit hus i Store Kannikestræde, idet han opstillede verdens første passageinstrument (figur 4) i 1691. I 1704 opstillede han den første meridiankreds (figur 5) i en meget beskedne bygning nær Vridsløsemagle, langt uden for København – hvilken kontrast til det pompøse Rundetårn.



Figur 5. Ole Rømers meridiankreds fra 1704. Kikkerten ved AD er fastgjort på delekrederen. Til højre ses et lille passageinstrument, der kunne anvendes til observation af stjerner, når de passerede øst-vest retningen.



Figur 6. Bane på himlen af en stjerne, som har afstanden 50 parsec (=165 lysår), med en egenbevægelse på 0,05 buesekunder pr. år og som ledsages af en planet med en masse på 15 gange Jupiters. Banens ekscentricitet er 0,2 og halvaksen er 0,6 gange afstanden mellem Jorden og Solen. Den lige linje med brudt streg viser systemets bevægelse set fra Solen. Den prikkede linie viser virkningen af parallaksen. Den fuldt optrukne linie viser stjernens bevægelse som følge af planetens tiltrækning, dog forstørret 30 gange for tydelighedens skyld. Tallene angiver tiden ved årstal.

Boks 2: Relativ og absolut astrometri

Nogle stjerner har en nabostjerne tæt ved, og de bevæger sig i baner om et fælles tyngdepunkt. De kaldes fysiske dobbeltstjerner i modsætning til de optiske dobbeltstjerner, hvor de to stjerner kun tilfældigt ses tæt ved hinanden, men i virkeligheden befinder sig i vidt forskellige afstande fra os. Det kræver nøjagtige observationer gennem adskillige år for at skelne egenbevægelsen, den parallaktiske bevægelse og somme tider banebevægelsen for en stjerne. At udføre alt dette er en opgave for astrometri. Se figur 6 af en stjernes bane på himlen.

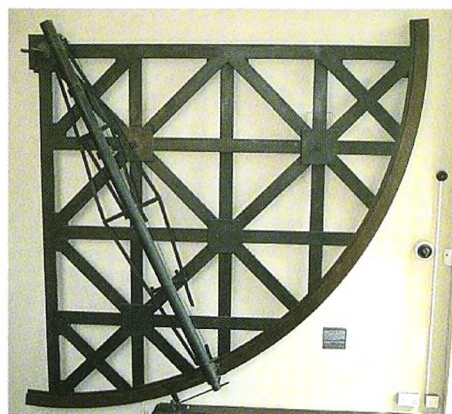
En dobbeltstjernes komponenter kan måles i forhold til hinanden inden for synsfeltet af en særlig egnet kikkert. Det sker efter optagelse på en fotografisk plade eller en CCD, eller med et mikrometer, der er egnet til at måle små vinkler. Måling af små vinkler på himlen kaldes *relativ astrometri* for at skelne fra *absolut* eller *fundamental astrometri*, hvor det drejer sig om at måle store vinkler i et koordinatsystem, der dækker hele himlen. Relativ astrometri ved hjælp af titusinder af fotografiske plader fra hele det 20. århundrede har leveret kataloger med over en milliard stjerner, og målinger af dobbeltstjerner gennem to hundrede år har givet baner til beregning af stjerners masse. Denne artikel er begrænset til absolut astrometri, men det må betones at Hipparcos var unik ved at måle små og store vinkler med samme høje nøjagtighed.

I virkeligheden giver den måling, der beskrives i boks 3, kun stjernens position i forhold til den drejende Jord. Målingen skal omsættes til et koordinatsystem, der ikke drejer sig i forhold til universet af stjerner og galakser, og denne vanskelige opgave har optaget astrometrien gennem alle tider. Vor tids løsning af opgaven hedder ICRS, der står for International Celestial Reference System, som er defineret ved positionerne for 212 punktformede objekter uden for vores galakse, mest meget fjerne kvasarer, der både er radiokilder og optisk lysende. Hipparcos katalogets 120.000 stjerner har meget nøjagtige positioner og egenbevægelser i ICRS og definerer systemet i praksis. I daglig astronomisk praksis anvendes det knap så nøjagtige Tycho-2 katalog, da det indeholder 2,5 millioner stjerner.

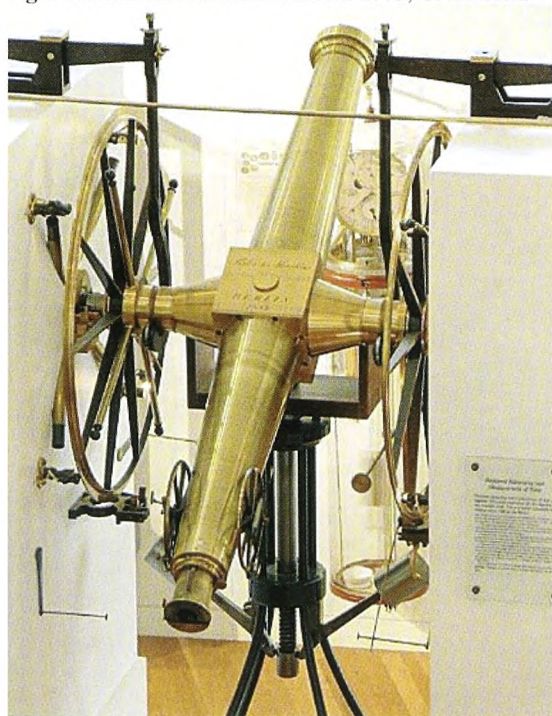
Rømer ville konstruere et stjernekatalog fra nøjagtige observationer for at påvise den parallaktiske bølgebevægelse, man måtte forvente for de nærmeste stjerner som følge af Jordens bevægelse om Solen på et år (se figur 6 af en stjernes bane på himlen). Denne bevægelse fulgte af Kopernikus' teori af 1543 for solsystemet, men afstanden til stjernerne er så umådelig stor, at dette bevis for det heliocentriske systems rigtighed først lykkedes i 1838, da meget større og nøjagtigere instrumenter var blevet udviklet.

De fleste af Rømers observationer gik tabt ved den store brand i København i 1728, men observationer fra tre nætter i 1706 blev bevaret, fordi Rømer havde sørget for at opbevare afskrifter flere forskellige steder af netop disse tre nætter, som han må have anset for særligt værdifulde. De kom til at spille en vigtig rolle i forbindelse med observationer udført halvtreds år senere, da det viste sig, at nogle af stjernerne havde bevæget sig

i mellemtiden. Disse og andre egenbevægelser brugte William Herschel i 1783 til at vise, at Solen bevæger sig i forhold til stjernerne, og endog at Solens bevægelse går i retning af stjernebilledet Hercules.



Figur 7. John Birds murkvadrant fra 1773, Greenwich.



Figur 8. Denne prægtige meridiankreds blev opstillet på observatoriet i København i 1861, og er nu udstillet i Aarhus. Instrumentet kom til at spille en afgørende rolle hen imod Hipparcos, da Bengt Strömberg anvendte det i 1925, som jeg har beskrevet udførligt i den foregående artikel i Kvant. Billede fra Steno Museet.

Ole Rømers første meridiankreds gav gode astrometriske resultater, men alligevel blev der ikke bygget meridiankredse i de følgende år, fordi de gamle typer af astrometriske instrumenter, især kvadranten, blev forbedret og gav gode resultater. John Birds murkvadrant (figur 7) fra 1773 var sin tids bedste. Fremstilling af en meridiankreds krævede en meget nøjagtig mekanisk bearbejdning af dens dele og en nøjagtig inddeling af delekredsen, som teknikken først kunne præstere efter 1800. Men så gik udviklingen hurtigt, og i det 19. århundrede blev en meridiankreds hovedinstrument i de fleste astronomiske observatorier, også i København, se figur 8.

Boks 3: Astrometri med meridiankredse

En meridiankreds er et optisk instrument til nøjagtig måling af stjerners positioner. Stjernerne observeres én efter én, medens de passerer meridianen, dvs. nord-syd retningen på himlen. Kikkerten på en meridiankreds er fastgjort vinkelret på en akse, hvis ender bæres af to meget stabile piller, en i øst og en i vest (se figur 5 og 8). Ved drejning om akse kan kikkerten peges mod det punkt på meridianen, hvor stjernen ventes at passere. Tidspunktet for passagen observeres, og kikkertens retning registreres meget nøjagtigt ved aflæsning af delekredsen, som udgøres af en ring med nøjagtige streger, der aflæses med mikroskoper, som man ser på billedet af en meridiankreds, figur 5 og 8.

Disse to målinger giver stjernens retning eller position, dvs. de to koordinater *rektascension* og *deklination*. Dette er en forenklet beskrivelse af en observation med en meridiankreds. Meridiankredsen var i to århundreder det bedste instrument til måling af store vinkler, altså til absolut astrometri.

Udvikling af teknikken for meridiankredse for at opnå den bedste nøjagtighed har optaget astronomer og ingeniører i de 300 år siden instrumentet blev opfundet af Ole Rømer omkring 1700.

Meridiankredsen var det nøjagtigste instrument til fundamentale astrometriske observationer indtil Hipparcos-satellitten blev opsendt i 1989. Da satellitten observerede meget nøjagtigere og mange flere stjerner, blev meridiankredsen faktisk forældet. Efter Hipparcos og Tycho-2 katalogernes fremkomst blev meridiankredse kun brugt til relativ astrometri i forhold til stjernerne heri. Men til det formål var meridiankredse begrænset ved kun at kunne observere nær meridianen, i modsætning til andre astronomiske teleskoper, der kan rettes mod ethvert område af himlen.

Ledet af Leif Helmer blev meridiankredsen i Brorfelde automatiseret og i 1983 overført til La Palma, hvor den blev drevet i samarbejde med England og Spanien i hen ved tyve år. Denne "automatiske Carlsberg meridiankreds" er kulminationen af denne instrumenttype, både mens den leverede absolut astrometri indtil 1998, og senere da den med en CCD-detektor udførte astrometri af millioner af stjerner relativt til Hipparcos-kataloget.

Udviklingen i udlandet er kun omtalt punktvis, da fokus her er på dansk astrometri, hvis vigtige bidrag ligger i det 20. århundrede. Efter Rømer begyndte dansk udvikling af astrometrisk teknik i 1925, da Bengt Strömgren udførte eksperimenter med fotoelektrisk registrering af stjernepassager. Bengt Strömgren var også ansvarlig for, at en ny meridiankreds blev opstillet på observatoriet ved Brorfelde, 50 km vest for København. Her lå det sidste observatorium i verden, der opstillede en ny meridiankreds som observatoriets hovedinstrument.

Fra Brorfelde over Hamburg til Hipparcos

Meridiankredsen ved Brorfelde blev opstillet i 1953, og jeg fik allerede året efter som student til opgave at undersøge dets stabilitet, hvilket skete ved fotografiske optagelser af en *polarissima*, en stjerne så tæt ved himlens nordpol, at den holdt sig inden for den lille

fotografiske plade gennem hele natten. Senere udmåling af pladen i et måleinstrument i København gav de ønskede resultater, meridiankredsen var stabil indenfor måleusikkerheden. Det var i sandhed ikke en opgave, der krævede stor dybsindighed, hvad en studenteropgave vel ellers skal give mulighed for, men sådan var tiderne dengang, og arbejdet var jo vigtigt for at retfærdiggøre den store investering, som Carlsbergfonden havde betalt.

Og dog var der en, der havde betænkelighed ved at give mig den opgave. Det var min vejleder dr. phil. Peter Naur, der i et brev til observatoriets ledelse, som jeg langt senere har fået fat i, spørger om denne opgave ikke ville være egnet til at afskrække en student fra astronomien? Jeg vadede somme tider op til instrumentet på bakken iført store gummistøvler, der blev hængende i sej, dyb mudder. Det var inden husene blev bygget, så der var ingen andre bygninger på stedet end netop den med meridiankredsen. Afskrækket blev jeg ikke, men det blev Peter Naur, efter at han havde boet og arbejdet derude i et par år, hvor jeg var hans medarbejder fra 1957. Han fik orlov til Regnecentralen og forlod astronomien helt (se min første artikel).

Min overgang fra Brorfelde til satellitten Hipparcos skete via et ophold ved observatoriet i Bergedorf ved Hamburg fra 1958-73. Der fandt jeg i 1960 på en teknisk bedre metode end Strömgrens fra 1925 til at realisere fotoelektrisk astrometri, en metode med tælling af fotonerne. Metoden blev udviklet til Hamburgs meridiankreds, som i 1967 blev sendt til Perth i Australien, hvor der i fem år blev observeret 25.000 stjerner af ti observatører, der arbejdede på skift ved instrumentet i hold på to personer. Observationerne blev hullet på strimler, som observatører snart efter behandlede med Algol programmer i den medbragte GIER regnemaskine, der var købt hos Regnecentralen i Danmark.

Denne succes med fotoelektrisk astrometri var min forudsætning, da jeg gik ind i udviklingen af en satellit for ESA i 1975. Min første artikel skildrer udviklingen af Hipparcos og de store beregninger.

Udnyttelsen fra 1983 af den automatiserede meridiankreds fra Brorfelde på en bjergtop på øen La Palma er omtalt i boks 3.

Resultaterne fra Hipparcos

Den videnskabelige udnyttelse af resultaterne fra Hipparcos har været meget omfattende med over 2000 publikationer allerede i de første ti år efter offentliggørelsen i 1997. En bog af Michael Perryman fra 2009 [2] på 670 sider gennemgår alt dette.

Anvendelsen af positioner og egenbevægelser i Hipparcos og Tycho-2 katalogerne til definition af det internationale referencesystem er beskrevet i boks 2. Jeg vil nedenfor fokusere på anvendelsen af parallakser, altså afstande til stjernerne til astrofysiske formål.

Egenbevægelser og afstande til stjerner kan anvendes til undersøgelse af Galaksens struktur og udvikling, hvad jeg vil komme ind på i den følgende artikel, hvor jeg medtager de forventede resultater fra Gaia.

Gaias nøjagtighed og antallet af stjerner betyder at hele Galaksen og nogle nabogalakser kan nås, mens Hipparcos "kun" rækker ud til få procent af Galaksens udstrækning.

Fotometrien fra Hipparcos har haft stor betydning for undersøgelse af stjerners variabilitet, idet de ca. 100 målinger af hver stjerne gennem tre år gav en meget nøjagtig måling af lysstyrken i et bredt spektralbånd i tilgift til astrometrien. Med Tycho måltes i to spektralbånd så et farveindeks kunne bestemmes. Faktisk udgjorde disse fotometriske databaser af hidtil uset omfang og nøjagtighed en ekstra bonus, som vi ikke havde tænkt på, inden missionen blev vedtaget i 1980.

Stjerners afstande og aldersparadokset

Fra oldtiden overtog man i middelalderen den opfattelse af kosmos, som Claudius Ptolemæus (ca. 100-170) havde beskrevet. Jorden var i centrum af verden og hele himlen med Måne, Sol, planeter og stjerner drejede sig om Jordkloden på 24 timer. Solen havde en afstand, der var 20 gange mindre end den sande. Stjernerne sad på en kugleskal med centrum i Jorden og en radius, som han beregnede til 20.000 jordradier svarende til 0,000014 lysår, næsten det samme som den sande afstand til Solen. Det var faktisk resultat en beregning baseret på målinger af planeternes bevægelser, men Ptolemæus kom til et helt forkert resultat, fordi hans

beregning var baseret på helt forkerte teorier.

Denne opfattelse af kosmos og afstanden til Solen og stjernerne havde også Tycho Brahe, selvom Kopernikus havde fremsat en helt anden teori for kosmos allerede inden Tycho blev født.

Det var Kepler, der efter 1600 først blev klar over at afstandene var forkerte, men det tog ca. hundrede år, før man havde en nogenlunde rigtig afstand til Solen, og lige indtil 1838 før de første afstande til stjerner faktisk blev målt med den astrometriske parallaxemetode.

Også derefter gjorde man kun langsomme fremskridt. Omkring 1900 havde man målt parallakser for omkring 200 stjerner, men nøjagtigheden var ikke god. Da Ejnar Hertzsprung i 1905 påviser, at der findes kæmper og dværge blandt stjerner, benytter han afstande baseret på stjerners egenbevægelser, idet parallakserne var alt for unøjagtige.

Udviklingen gik derefter meget hurtigere, idet man målte parallakser på fotografiske optagelser med store linseteleskoper med lang brændvidde. Det sidste samlende katalog med resultat af hundrede års arbejde med mange teleskoper, mest i USA, blev offentliggjort af W. van Altena i 1995, og indeholdt 8112 stjerner. Af disse var 940 stjerner angivet med en nøjagtighed på bedre end 10 %. Tabellen viser, at denne nøjagtighed opnås for 20 til 30 gange så mange stjerner i de to Hipparcos kataloger. Gaia vil give yderligere 1000 gange så mange stjerner med bedre end både 1 og 10 % nøjagtighed.

Maksimal standard fejl på afstanden	Jenkins	Van Altena	Hipparcos	Hipparcos-2	Gaia Forudsagt i 2011
Årstal for publication	1950	1995	1997	2007	2021
1 %	1	1	168	719	11 millioner
10 %	500	940	20870	30580	150 millioner
Luminositeter, M_V (mag)		+17 til -1	+14 til -4	+14 til -4	+20 til -8

Tabel 1. Antal af stjerner med en vis maksimal fejl på afstanden, givet i procent af afstanden. Den ene stjerne der angives med bedre end 1 % nøjagtighed i 1950 og 1995 er Solen. Gaia giver over tusind gange så mange stjerner som Hipparcos. Tallene for 1997, 2007 og 2021 er fra Jos de Bruijne i juli 2011, baseret på Luri, Babusiaux & Lindegren for Gaia.

Imidlertid viste det sig ved sammenligning med de meget mere nøjagtige resultater fra Hipparcos, der blev offentliggjort i 1997, at de jordbaserede afstande gennemsnitlig var 10 % for små. Det fik vidtrækkende konsekvenser, for det betød, at alle afstande i Universet blev 10 % større, eftersom alle disse afstande var baseret på fotometri, som var kalibreret med stjerner, for hvilke man havde anvendt de astrometriske parallakser. Derved blev stjernernes overflader i virkelighed 20 % større, hvilket betød at de udstrålede mere, så deres energiforråd kun rakte til 20 % kortere tid. Stjernerne blev således 20 % yngre! Før Hipparcos havde man skønnet helt op til 18 mia. år for de ældste.

Ikke nok med det, for de 10 % større afstande gjaldt jo også de galakser, med hvilke man havde målt universets ekspansion. Derved blev hele universets ekspansionsalder 10 % større og den blev omkring midten af 1990'erne skønnet til mellem 10 og 20 mia. år. Herved fik man endelig løst det såkaldte *aldersparadoks*, som man faktisk havde kæmpet med, siden Edwin Hubble i

1929 havde angivet en ekspansionsalder på 2 mia. år ud fra galaksernes radialhastigheder og afstande.

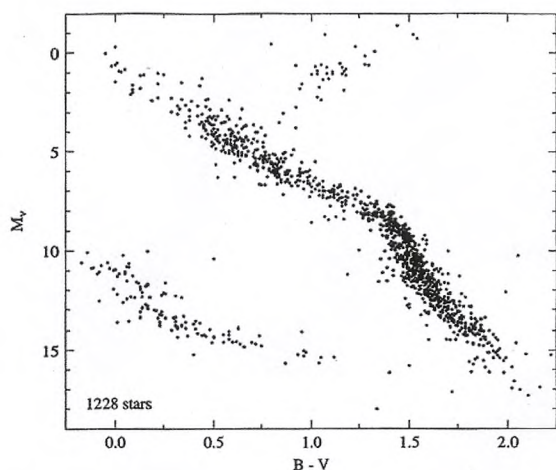
Den alder gjaldt stadig i 1950, og da vidste man, ud fra måling af radioaktivitet, at Jorden og nogle meteoritter var ældre. Omkring samme tid var man nået til at kende stjernernes struktur og energiindhold så godt, at man kunne beregne deres alder, og da fandt man at de ældste stjerner var meget ældre end universet. Dette aldersparadoks blev løst gradvis, idet man efterhånden fandt systematiske fejl i galaksernes afstande, men den endelige opløsning af paradokset skete altså, da afstandene fra Hipparcos kom frem.

Nu til afrunding: universet er 13,7, altså knap 14 milliarder år gammelt siden Big Bang, og de ældste stjerner er kun lidt yngre, det har nu holdt sig i en halv snes år og det kan vi godt stole på.

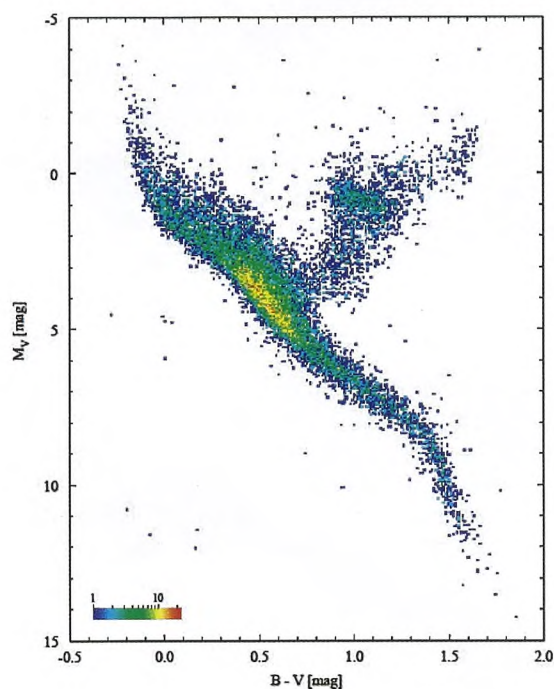
HR diagrammet

Til denne enkle forklaring på løsningen af aldersparadokset må føjes, at hele den videnskabelige proces førte

til udvikling af meget bedre teorier for stjernernes struktur og udvikling, muliggjort af de nøjagtige afstande og dermed luminositeter for stjernerne.



Figur 9. HR diagram for de 1228 stjerner i det jordbaserede katalog fra 1995 med UBV-fotometri og med fejl i afstande på mindre end 15 %.



Figur 10. Hertzprung-Russell diagram (M_V , $B - V$) for de 16.631 enkeltstjerner i Hipparcos kataloget med bedre end 10 % nøjagtighed på afstanden og farveindeks $B - V$ nøjagtigere end 0,025 mag. Farven angiver antal stjerner i en celle på 0,01 mag i $B - V$ og 0,05 mag i V -magnituden (M_V).

Ved sådanne undersøgelser spiller HR diagrammet (Hertzprung-Russell) en stor rolle. I dette diagram afbildes stjernens luminositet (= absolutte lysstyrke) som funktion af temperaturen på stjernens overflade.

Teoretiske beregninger på en stjerne med given masse og kemisk sammensætning fører til at stjernen kan anbringes et bestemt sted i diagrammet, som så gerne skulle stemme med observation af virkelige stjerner. "Kemisk sammensætning" angiver hyppigheden af H, He og de tungere grundstoffer (der i astronomien under ét kaldes "metaller"). I praksis (figur 9 og 10) er på den vandrette akse afbildet et farveindeks, som direkte kan observeres og som er et mål for overfladetemperaturen.

Man har gerne forlangt en nøjagtighed på 10-15 % på afstanden for at anvende en stjerne i HR diagrammet. Men med Hipparcos har man fået mange stjerner med 1 % nøjagtighed og med Gaia får man over tusind gange så mange, som det fremgår af tabellen. Det vil betyde enormt for udviklingen af nøjagtige modeller for stjerner af alle typer. Tabellen viser udviklingen af vort kendskab til afstande siden 1950.

Fra Hipparcos til Roemer og Gaia

I 1990 indledte jeg et samarbejde med russiske kolleger, og snart efter også med Lennart Lindegren, om design af en ny satellit, der skulle være meget bedre end Hipparcos. Det førte til mit forslag i 1992 [3] af Roemer, en astrometrisk satellit med anvendelse af CCD detektorer, og det blev til en ny ESA mission med navnet Gaia [4], som forventes opsendt i 2013. Denne udvikling vil jeg komme ind på i en tredje artikel i Kvant.

Litteratur

- [1] E. Høg 2008, 400 Years of Astrometry: From Tycho Brahe to Hipparcos. Indeholdt i [3].
- [2] M. Perryman 2009, Astronomical Applications of Astrometry – Ten Years of Exploitation of the Hipparcos Satellite Data. Cambridge University Press, 670 pages.
- [3] E. Høg om astrometriens historie: www.astro.ku.dk/~erik/History.pdf
- [4] Gaia: ESAs oversigt: www.esa.int/science/gaia, projektets egne sider: www.rssd.esa.int/GAIA.



Erik Høg, dr. scient i astronomi. Har arbejdet ved Hamborg Observatoriet 1958-73 og ved Københavns Universitet 1953-58 og 1973-2002, hvor han gik på pension. Hans videnskabelige arbejde har været koncentreret indenfor maling af positioner, bevægelser og afstande af stjerner med højest mulig præcision. Han har bl.a. bidraget med design af to astrometriske satellitter: Hipparcos og Roemer/Gaia.

Om det uendeligt smaa og det uendeligt store i Mathematikken¹

Af Mogens Esrom Larsen, Institut for Matematiske Fag, Matematisk Afdeling, Københavns Universitet

Man er tilbøjelig til at betragte den sædvanlige udvidelse af de rationale tals legeme til de reelle tals som nærmest kanonisk. Det kom som en overraskelse, at John Conways generalisering af Dedekinds snit førte til en langt mere omfattende udvidelse, der gav uendeligt mange flere tal, både uendeligt små og uendeligt store, samt en naturlig definition af begrebet "spil".

Allerede Euklid er betænkelig ved at tage ordet "uendelig" forfængeligt. Han skriver, at der er flere primtal end ethvert (endeligt) tal. Argumentet herfor er enkelt: Hver gang vi har et antal primtal, $p_1, p_2, \dots, p_n$ så vil enhver primfaktor i tallet $p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_n + 1$ være et nyt primtal.

Endnu tidligere måtte Pythagoras sande, at selv de uendeligt mange rationale tal ikke slår til. Den retvinklede ligebenede trekant med kateter af længden 1 har et kvadrat på hypotenusen (eller et areal²) der er lig 2. Og intet rationalt tal har kvadratet 2. Da fjernsynet kom til Danmark, optrådte Svend Bundgaard på skærmen med denne oplysning. Han skrev et rationalt tal som en uforkortelig brøk, p/q , og sluttede, at hvis $p^2 = 2q^2$, så må p være lige og derfor q ulige, altså $p = 2r$, hvor r også et helt tal. Men så kan vi forkorte til $2r^2 = q^2$, hvorfor q må være lige. En modstrid. Det fortælles, at dette ikke gav den ventede PR for faget.

Grækerne valgte at fokusere på geometriske størrelser frem for tal, men løb straks ind i problemer: En terning med rumfanget 2 forlanger jo konstruktionen af $\sqrt[3]{2}$, en suspekt konstruktion. Og cirkelns kvadratur, dvs konstruktionen af et kvadrat med arealet π , kommer man ikke i nærheden af.

De rationale og de reelle tal

Et uendeligt fænomen inden for de rationale tal er det såkaldte "Zenons paradoks." I en bevægelse mod et mål tilbagelægges først halvvejen, så halvvejen af resten osv. Strækningen deles op i uendeligt mange bidder, så man aldrig når frem! Men en fysiker vil måske sige, at med jævn hastighed bliver tiden også delt op efter samme recept, så klokken bliver aldrig hel. Altså, vi har blot bemærket formlen

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = 1.$$

I det 19. århundrede tog man sig sammen til at udvide de rationale tal til de reelle tal på en måde, så disse fyldte alle hullerne mellem hine på tallinien.

¹Frit efter Georg Brandes, der skrev en artikel i Illustreret Tidende den 26. september 1869 med titlen "Om det uendeligt smaa og det uendeligt store i Litteraturen". Den var et gennembrud i litteraturkritikken.

²Pythagoras handler om arealer. At der findes heltallige løsninger til ligningen $x^2 + y^2 = z^2$ er et mirakel, jvf. Fermats sætning, at erstattes tallet 2 med et større heltal, så er der ingen heltallige løsninger (med mindre ét af tallene er 0).

Enten ved at definere uendelige decimalbrøker eller ved Dedekinds snit, der definerer et reelt tal ved mængden af rationale tal, der er større. Altså er der tale om en nedad begrænset ikke tom delmængde, A , af de rationale tal:

$$\emptyset \neq A \subset \mathbb{Q}$$

med egenskaben, at

$$\forall a \in A : [a, \infty[\subseteq A,$$

altså, for hvert $a \in A$ er halvlinien $[a, \infty[\subseteq A$, eller

$$\forall a \in A \forall r \in \mathbb{Q} : r > a \Rightarrow r \in A,$$

altså, hvis $a \in A$ og r er et rationalt tal, der er større end a , så er $r \in A$. Ved halvlinien $[a, \infty[$ forstås mængden af rationale tal, der er $\geq a$, altså $[a, \infty[= \{x \in \mathbb{Q} | x \geq a\}$. De to definitioner er ensbetydende.

Fx defineres $\sqrt{2}$ som

$$\sqrt{2} = \{x \in \mathbb{Q} | x > 0 \wedge x^2 > 2\}.$$

Georg Cantor gør nu den interessante iagttagelse, at hvad enten man bruger uendelige decimalbrøker eller de ovenfor præciserede "snit" får man identiske mængder af reelle tal, dvs. enhver af disse er ækvivalente. Cantor bemærkede desuden, at der er flere reelle tal end rationale! Uendelige størrelser er ikke nødvendigvis lige store. Vi definerer 'ligestørhed' på samme måde, som vi indser, at der er lige mange fingre på vore to hænder, nemlig ved at der eksisterer en korrespondance mellem dem. Altså, A og B er lige store, hvis vi kan finde en bijektiv funktion

$$f : A \rightarrow B,$$

dvs.

$$x \neq y \in A \Rightarrow f(x) \neq f(y)$$

og

$$\forall b \in B \exists a \in A : f(a) = b.$$

Hvis vi nu har en funktion fra de naturlige tal ind i de reelle tal, altså en følge af reelle tal, og disse, $r_1, r_2, \dots, r_n, \dots$ skrives som decimalbrøker,

$$r_n = r_n^h, r_{n1}r_{n2}\dots r_{nm}\dots,$$

med $r_n^h \in \mathbb{Z}$ og $r_{nj} \in \{0, 1, \dots, 9\}$, så vil et tal $s = 0, s_1 s_2 s_3 \dots$ med egenskaben $r_{jj} \neq s_j \in \{0, 1, \dots, 9\}$ ikke være med i følgen. Dette kaldes Cantors diagonalargument. Vi slutter heraf, at allerede Dedekinds delmængder af $\mathbb{Q}$ er flere end $\mathbb{Q}$ selv, idet det er let at se, at $\mathbb{Q}$ kan udtømmes af en passende følge. (Brøkerne $\frac{p}{q}$ med $|p| + |q| \leq n$ er endeligt mange.)

Men værre endnu! Cantor indså, at det er et generelt fænomen i mængdelæren, at der er flere delmængder af en mængde, end der er elementer i den. Det gælder i det små: Den tomme mængde har én delmængde, nemlig sig selv, men ingen elementer! Og en mængde med n elementer har 2^n delmængder, og $n < 2^n$ for alle $n \in \mathbb{N}$.

Det generelle argument er egentlig enkelt: Det er klart, at umiddelbart er der flere delmængder end elementer, husk blot på delmængderne af formen $\{x\}$. Hvis der er lige mange delmængder og elementer, må der findes en korrespondance mellem dem, altså en funktion fra mængden A til mængden $D(A)$ af dens delmængder, $f: A \rightarrow D(A)$, så enhver delmængde bliver billede af et element i A . Men definerer vi delmængden

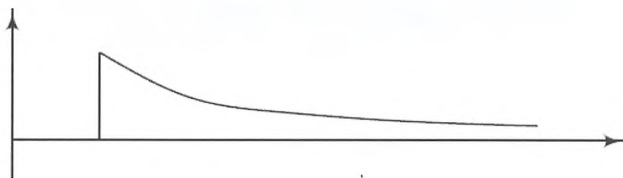
$$B = \{x \in A \mid x \notin f(x)\},$$

så er spørgsmålet, om vi kan finde $b \in A$, så $B = f(b)$. Men er $b \in B$? Hvis $b \in B$, så siger definitionen, at $b \notin f(b) = B$. Og hvis $b \notin B = f(b)$, så siger definitionen jo, at $b \in B$.

Dette argument blev berømt som Russells paradoks, at "mængden af alle mængder" ikke giver mening. Der er heller ikke nogen største mængde.

Det uendelige kræmmerhus

Et spøjst eksempel på et forvirrende fænomen er det uendelige "kræmmerhus" dannet af funktionen $\frac{1}{x}$ på intervallet $[1, \infty[$ ved drejning om x -aksen.



Figur 1. Profilen af et uendeligt kræmmerhus.

For hvert x dannes en cirkel med radius $\frac{1}{x}$. Kræmmerhusets rumfang bliver derfor

$$\int_1^\infty \frac{\pi}{x^2} dx = \pi.$$

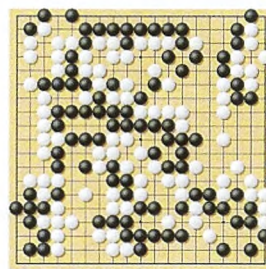
Men overfladen bliver jo

$$\int_1^\infty \frac{2\pi}{x} dx = \infty.$$

Som en fysiker vil sige: Vi kan fylde det med maling, men vi kan ikke male det!

Spil

Nu stødte Dedekinds definition John Conway i 1970'erne ved at være i to trin, først $\mathbb{Q}$, så $\mathbb{R}$. Samtidig var Conway optaget af at generalisere spils additive struktur fra upartiske spil til partisanspil. Et spil kaldes "upartisk," hvis de to spillere har de samme træk til rådighed. Det afgørende er altså, hvis tur det er. Et spil, der ikke er upartisk, kaldes et "partisanspil". Conway var især inspireret af formanden for The British Go Association, John Diamond. Deres iagttagelse af go-spillet var, at dette spil på naturlig måde splittes op i en sum af spil ligesom de upartiske spil.



Figur 2. Spillet "Go".

Det typiske upartiske spil er NIM, opfundet og navngivet af C. L. Bouton i 1902. Det er en sum af uhyre enkle spil, nemlig bunker af tændstikker med spillereglen, at den spiller, der har tur, fjerner et antal på mindst én tændstik. Vinderen er spilleren, der fjerner den sidste tændstik. Er der kun 1 bunke, vinder han let ved at fjerne hele bunken. Men allerede ved 2 bunker, er situationen anderledes. Er de lige store, har den anden spiller den vinderstrategi at kopiere første spillers træk i den urørte bunke. Er de ikke lige store, vinder første spiller ved at gøre dem lige store. Er der 3 eller flere bunker, kompliceres situationen betydeligt.

Det viser sig, at alle upartiske spil er ækvivalente med NIM.

Spil og talmængder

Partisanspil er spil med fuld information, hvor spillerne har hver sine muligheder. Typiske eksempler er skak, dam og go, hvori spillerne opererer med hver sine brikker. Netop spillet go, der har som mål at afgrænse det største areal på spillebrættet, reduceres i slutspillet til spredte grænsefægtninger rundt om på brættet. Derved opstår den naturlige sum af spil: Spilleren vælger, i hvilken konflikt han vil sætte ind og så hvordan.

Conway ønsker at starte fra bunden og definere spil, naturlige tal, rationale tal og reelle tal med samme opskrift. Mens Dedekind har én opskrift på de rationale tal og derefter en helt anden på de reelle tal, definerer Conway spil rekursivt som følger. Der er to spillere, V (venstre) og H (højre). De har hver sine muligheder, der alle er allerede definerede spil. Svarende til en stilling på go-brættet, hvor den ene spiller kan besætte et tomt felt med en sort sten, den anden et tomt felt med en hvid sten.

Vi har fra starten kun et spil, som vi kan skrive $\{\emptyset|\emptyset\}$, altså spillet, hvor ingen af spillerne har noget

træk til rådighed. Vi betegner dette spil som 0, og forstår det som det spil, hvor den spiller, der er i træk, har tabt. Nu kan vi definere tre nye spil: $\{0|\emptyset\}$, $\{\emptyset|0\}$, $\{0|0\}$, idet vi skriver 0 for $\{0\}$. Her er de to første partisanspil, mens det sidste er upartisk. Spillet $\{0|\emptyset\}$ er altid vundet for V. Er det hans tur, vælger han spillet 0, der ikke giver H noget træk, så H har tabt. Er det H's tur, har han intet træk og har derfor tabt. Vi betegner dem som hhv $\{0|\emptyset\} = 1$ og $\{\emptyset|0\} = -1$. Disse spil er tillige eksempler på tal. Tallene er spil, hvor alle mulighederne for begge spillerne tillige er tal, og hvor intet tal, der er til højre, er $\leq$ noget tal til venstre. Spillet $\{0|0\}$ er derfor ikke noget tal, men et meget simpelt upartisk spil, der betegnes med $*$ og er vundet for den spiller, der er i træk.

Bemærk, at bunken med 1 tændstik i NIM er et eksempel på spillet $*$.

Med denne start opbygger Conway spil og blandt dem tal, der snart viser sig at omfatte alle kendte tal og en mangfoldighed af hidtil ukendte størrelser.

Også i almindelighed betyder summen af flere spil, at spilleren i tur vælger et af spillene at trække i og så efterlader summen af det heri valgte spil og de urørte spil. Dvs. at efter at spiller 1 har trukket et eller andet sted, så kan spiller 2 vælge at svare i samme spil eller at spille i et af de urørte spil i summen af spil. Som man i Go-spillet vælger et hjørne af brættet at trække i.

Betragt nu spillet

$$S = \{0|1\} + \{0|1\} + \{\emptyset|0\}.$$

Nu kan V trække til

$$0 + \{0|1\} + \{\emptyset|0\},$$

som H trækker til

$$\{0|\emptyset\} + \{\emptyset|0\},$$

som V trækker til

$$0 + \{\emptyset|0\},$$

som H trækker til 0, og V har tabt.

Og H trækker til

$$\{0|\emptyset\} + \{0|1\} + \{\emptyset|0\},$$

som V trækker til

$$\{0|\emptyset\} + 0 + \{\emptyset|0\},$$

som H trækker til

$$\{0|\emptyset\},$$

som V trækker til 0, og H har tabt.

Med andre ord, $S = 0$, og derfor er

$$\{0|1\} = \frac{1}{2}.$$

Ethvert spil, som tabes af den, der har tur, regnes for 0. Spillene har en partiel ordning defineret ved, at spil, der altid kan vindes af V, er positive. Rekursivt defineres

$$-\{x|y\} = \{-y|-x\},$$

fx

$$-\{0|\emptyset\} = \{\emptyset|0\}.$$

Ordningen defineres derfor som sædvanlig

$$x > y \Leftrightarrow x - y > 0.$$

Hvis hverken $x - y > 0$ eller $y - x > 0$, så er der to muligheder: $x - y = 0$ og $x - y = *$. Med andre ord, at $x - y$ tabes af første spiller hhv. vindes af første spiller. Vi skriver hhv. $x = y$ og $x || y$. Fx $0 || *$. Alle NIM-bunker undtagen den tomme er $||0$, mens jo $\emptyset = 0$.

Tallene er simpelthen de ordnede spil, og vi har set starten på de rationale med en potens af 2 i nævneren.

Fx sætter vi $\omega = \{0, 1, 2, \dots\}$ og finder fx $\omega + 1 = \{0, 1, 2, \dots | 0\}$. Conway definerer også produkt og kvotient, hvorved hans udvidede talmængde bliver et legeme. Dette indeholder explicitte infinitesimaler, fx $\frac{1}{\omega} = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots\}$.

Spillet $\uparrow = \{0|\ast\}$ opfylder $0 < \uparrow < 2^{-n}$ for alle n , den simpleste positive infinitesimal. Man regner med dem, så fx er $\{0|\uparrow\} = \uparrow + \uparrow + \ast$, og $\{\uparrow|\uparrow\} = \{0|\uparrow\}$.

Et endnu mindre positivt spil er

$$+_n = \{0|\{0|-n\}\} \text{ for } n > 0.$$

Conways spil omfatter tallene som den ordnede delmængde, der omfatter de sædvanlige reelle tal, men udgør et langt mere omfattende legeme – kaldet de “surrelle tal” – med uanede mængder af uendeligt små og uendeligt store størrelser.

Litteratur

- [1] Michael H. Albert, Richard J. Nowakowski, David Wolfe (2007), *Lessons in Play*, A.K. Peters, Natick 2007
- [2] Elwyn R. Berlekamp, John H. Conway, Richard K. Guy (1985), *Winning Ways for your mathematical plays* (2 Vol.), Academic Press, London 1985.
- [3] Jörg Bewersdorff (2005), *Luck, Logic, and White Lies*, A.K. Peters, Natick 2005.
- [4] Charles L. Bouton (1901-02), Nim a game with a complete mathematical theory, *Ann. of Math.* (2)3, 1901–02, s. 35-39.
- [5] John H. Conway (1976), *On Numbers and Games*, Academic Press, New York 1976.
- [6] John H. Conway (1996), Richard K. Guy, *The Book of Numbers*, Copernicus, New York.
- [7] John H. Conway (2001), *On Numbers And Games*, A.K. Peters, Natick.
- [8] H.-D. Ebbinghaus, H. Hermes, F. Hirzebruch, M. Koecher, K. Mainzer, J. Neukirch, A. Prestel, R. Remmert (1995), *Numbers*, Springer, New York.
- [9] Richard K. Guy (1989), *fair game*, Comap Mathematical Exploration Series, Arlington, Mass.
- [10] Donald E Knuth (1974), *Surreal Numbers*, Addison-Wesley, Reading, Mass.



Mogens Esrom Larsen er lektor emeritus i matematik på Københavns Universitet og redaktør ved Kvant siden starten.

Aktuelle bøger

Af Anja Skaar Jakobsen

Kvantefilosofi

Af: Jan Faye

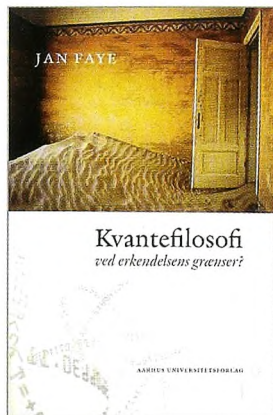
“Kvantefilosofi: Ved erkendelsens grænser?”

Aarhus Universitetsforlag

2010,

169 sider, ca. 199 kr.

<http://www.unipress.dk>.



Denne bog, af filosof ved Københavns Universitet Dr. Phil. Jan Faye, indeholder en grundig og lærerig indføring i diskussionerne om kvanteteoriens filosofiske betydning. Bogen er sjældent dybsindig og eftertænk-som og den er et kærkomment og værdifuldt bidrag til emnet. Faye tager meget naturligt udgangspunkt i Niels Bohrs fortolkning af kvanteteorien, og Bohr fylder i det hele taget meget i bogen. Der findes imidlertid ikke nogen nem genvej til Bohrs synspunkter, og Faye forsøger ikke at foregøgle, at der er. Han gør læseren opmærksom på nuancerne i Bohrs subtile tænkning og redegør for dens udvikling. Vi får kendskab til hvordan korrespondensprincippet gennemgik en udvikling fra den første spæde formulering i forbindelse med Bohrs atommodel til Werner Heisenbergs matematisering af princippet i matrixmekanikken, samt til hvordan komplementaritetsbegrebet blev udviklet og udvidet i slutningen af 1920'erne og i starten af 1930'erne. Vi får også en diskussion af de forskellige fortolkninger af Heisenbergs usikkerheds- eller ubestemthedsrelation, og forfatteren dvæler ved de tankeeksperimenter, som Bohr og Albert Einstein diskuterede i perioden 1927-1935, samt de tankeforsøg der senere blev realiseret i laboratoriet.

Faye gengiver dog ikke blot Bohrs idéer historisk set; han diskuterer også den oplagte analogi mellem dele af Immanuel Kants filosofi og Bohrs, og han diskuterer Bohrs komplementaritetsfortolkning i lyset af udviklingen i kvantemekanikkens fortolkning i slutningen af det tyvende århundrede. Faye adskiller yderligere Bohrs idéer fra Heisenbergs, for eksempel hvad angår forståelsen af kausalitet i fysikken. Han argumenterer for, at Heisenbergs fortolkning kan have overskygget Bohrs – ikke mindst fordi Heisenberg er meget lettere at læse end Bohr – og derved har ledt til mange misforståelser af Bohr. Også Eugene Wigners og John von Neumanns idéer vedrørende iagttagersens og bevidsthedens

rolle i den kvantemekaniske måleproces fremlægges og diskuteres. Begge betragtes traditionelt som repræsentanter for den såkaldte Københavnerfortolkning. Og det selvom de faktisk slet ikke synes at have anerkendt Bohrs idéer og vice versa. Derfor bør man måske, som Faye foreslår, tale om Københavnerfortolkninger eller måske nuancere billedet ved at indskyde Göttingenfortolkningen eller Princetonfortolkningen.

Ifølge Faye spiller Bohrs synspunkter stadig en betydelig rolle for forståelsen af kvantemekanikken. Det kan måske vække undren hos nogen, specielt i Danmark, hvis det ikke skulle være tilfældet. Faye lægger imidlertid ikke skjul på, at Bohrs erkendelsesteoretiske synspunkter ikke kun har nydt anerkendelse men også har været kontroversielle. Teksten er gennemsyret af stor beundring for Bohrs synspunkter men uden at missionere, og vi får også en seriøs diskussion af de filosofiske svagheder og styrker ved forskellige alternative fortolkninger såsom David Bohms skjultvariabel-fortolkning, Mangeverdenfortolkningen, samt dekohærens- og modalfortolkningen.

Selvom bogen er forholdsvis overskuelig i omfang, lader det sig ikke gøre at læse den i en ruf. Det skyldes emnets sværhedsgrad. For at få fuldt udbytte af bogen forudsætter det nok, at man har et vist for-kundskab til emnet. Faye lægger vægt på, at debatterne om kvantemekanikkens fortolkning primært handler om forskellige metafysiske overbevisninger, og for at forstå dem må man skelne mellem ontologiske, erkendelsesteoretiske og sprogfilosofiske argumenter. På den baggrund får vi bl.a. en meget nyttig redegørelse for de forskellige realistiske positioner, der ofte kommer i spil i diskussionerne om fortolkningen af kvantemekanikken. Forfatteren tager sig også tid til at undre sig undervejs, og bogen er underfundigt skrevet. Derudover har Faye givet sig tid til at finde danske oversættelser for begreber der sædvanligvis kun forekommer på engelsk, såsom “entanglement:” sammenfiltrethed, “delayed choice experiment:” forhalingsforsøg, “pilot wave:” lodsølge. Selve teksten kunne godt have tålt et ekstra redaktionelt gennemsyn. Undertitlen på omslaget *Ved erkendelsens grænser?*, afviger for eksempel fra undertitlen på titelbladet: *Ved virkelighedens grænser?*, en ikke helt trivial skelnen i netop denne sammenhæng. Hvad Fayes pragmatiske holdning til forholdet mellem fysiske teorier, erkendelsen og virkeligheden rent faktisk er, kan man finde en diskussion af i bogens sidste kapitel. I denne anmelders øjne giver den rigtig god mening.

Anja Skaar Jakobsen

En stjernes smukke død

Et af de største astronomiske vidundere er det fantastiske lysshow, der opstår, når en sol lignende stjerne afslutter sit lange liv. Billedet nedenfor viser en stjernes død observeret af Hubble Rumteleskopet. Den planetariske tåge har katalognavnet PN G054.2-03.4, men kaldes af gode grunde også for Halskædetågen. Tågen består af en gigantisk ring af kompakte klumper af glødende gas, hvilket får dem til at minde om glimtende ædelsten i en halskæde.

Planetariske tåger opstår, når stjerner med en masse svarende til Solen, befinder sig i de sidste faser af deres liv. Den døende stjerne svulmer op og slynger dens yderste lag af gas ud i rummet. De resterende indre dele af stjernen danner en hvid dværgstjerne, der påvirker tågens gasser med sin intense

stråling. Denne stråling får gassen til at lyse op i forskellige farver afhængigt af hvilke grundstoffer, som gassen består af. Her gløder hydrogen f.eks. blå, oxygen grønt og nitrogen rødt.

Halskædetågen har en mere indviklet historie end de fleste stjernetåger, idet der ikke bare findes én, men to stjerner, som kredser tæt omkring hinanden. For omkring 10.000 år siden opslugte den ene stjerne op og opslugte sin ledsager. Ledsagerstjernen ophørte ikke med eksistere, men vedblev med kredse inde i den opsvulmede stjerne. Den opsvulmede stjernes rotation blev derved forøget så meget, at store dele af gassen blev slynget ud i rummet langs stjernes ækvator. Dette resulterede i den gigantiske ring med en diameter på omkring 9 lysår, der minder om en halskæde.

Kilder: <http://videnskab.dk/miljo-naturvidenskab/hubble-fanger-stjernes-dod>;
http://www.nasa.gov/mission_pages/hubble/science/necklace-nebula.html



Halskædetågen, som den er set af Wide Field Camera 3 (WFC3) detektoren på Hubble Rumteleskopet. Tågen ligger ca. 15.000 lysår fra Jorden i retning af stjernebilledet Sagitta (Pilen). Tågen blev opdaget i 2005 af det jordbaserede Isaac Newton teleskop på de Kanariske øer.