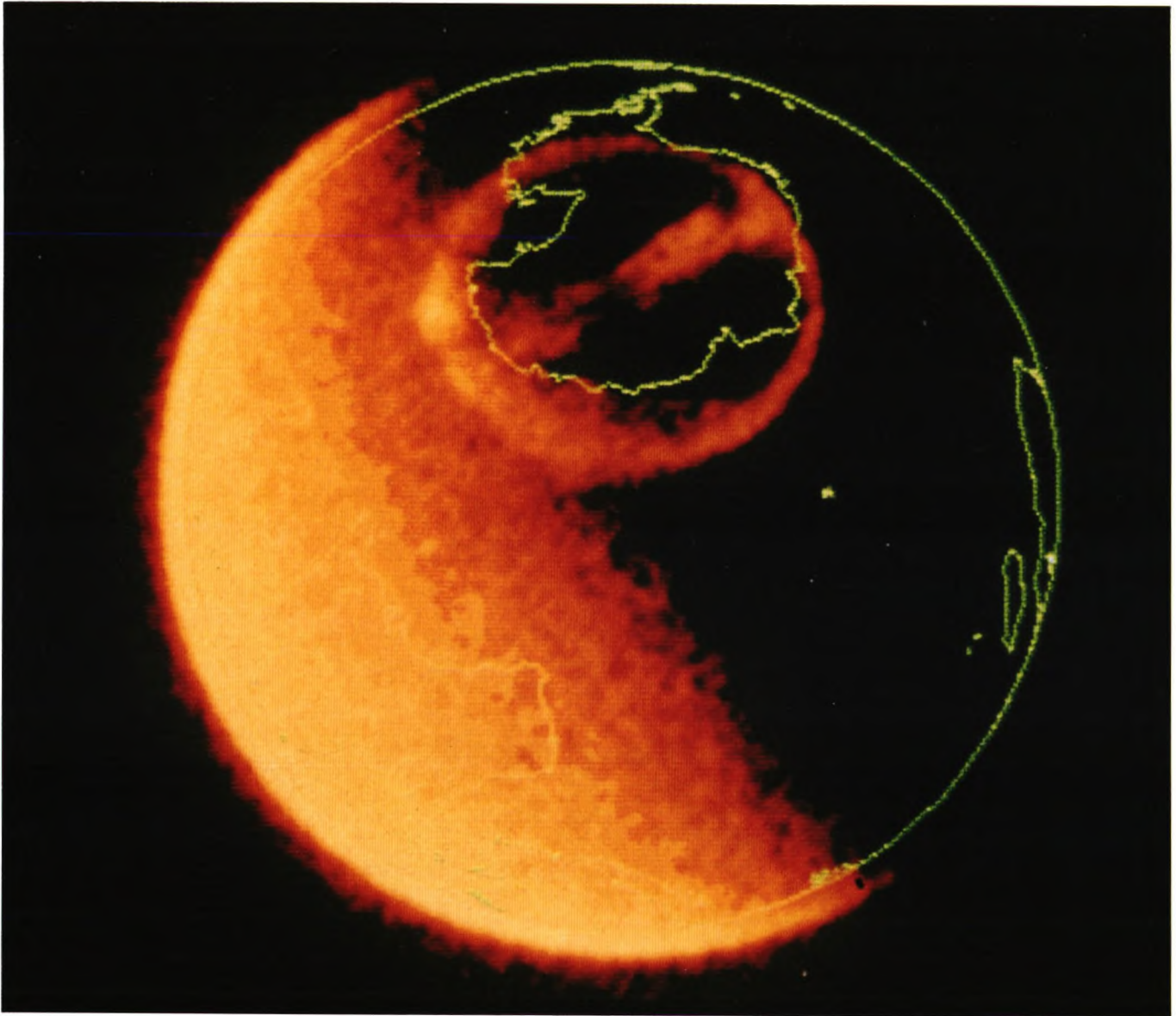


KVANT December 4 1994

Fysisk Tidsskrift

5. årgang



ØRSTED SATELLITTEN • FOTON SPILLET • NEUTRINOPROBLEMET •

BERNOULLITAL OG INTEGRATION •

LØSSALGSPRIS: 35 KR

KVANT

Fysisk Tidsskrift

c/o Ørsted Laboratoriet
Niels Bohr Institutet
Universitetsparken 5
DK-2100 København Ø

Telefax : 35 32 04 60
E-mail : kvant@nbivax.nbi.dk
Giro : 5 84 31 46

Udgives af

Dansk
Fysisk
Selskab



Selskabet for
Naturlærens
Udbredelse



Redaktion

Mads Hammerich (ansv.)
Rungsted Gymnasium
Jørgen Friis Bak
Naturvidenskabeligt fakultet, ÅU
Jørn Christiansen
Torsten Freltoft (annoncer)
NKT Research Centre
Mogens Esrom Larsen
Matematisk Institut, KU
Finn Berg Rasmussen
Ørsted Laboratoriet, KU
Ove Østergaard
Silkeborg Amtsgymnasium

KVANT udkommer 4 gange årligt og er medlemsblad for de udgivende selskaber.
Abonnementspris: 135 kr/år (i Danmark).

Annoncepriser

1/1 side	3000 kr
1/2 side	1600 kr
1/4 side	1000 kr
Farvetillæg	1800 kr

Priserne er excl. moms og gælder for reproklart materiale. Henvendelser om annoncer til Torsten Freltoft, NKT Research Centre, telefon 43 48 35 69, telefax 43 63 00 99.

Oplag: 2000

Tryk: P.J.Schmidt, Vojens

ISSN 0905-8893

Indhold:

Ørsted-satellitten - forskning i Jordens magnetiske felt

- Eigil Friis-Christensen* 1
Den første danske satellit bliver sat i omløb i slutningen af 1995.
Navnet er Ørsted og opgaven: at kortlægge Jordens magnetfelt.

FOTON - et optisk spil

- Lene B. Oddershede, Rune H. Jacobsen,*
Kim Lefmann og Nina B. Thoft 9
Forfatterne har udviklet et kvanteoptisk spil der sender dig rundt på et bræt som en pakkefuld fotoner. Undervejs kan det være at du bliver frekvensfordoblet, men det kan også være at du bliver beam-splittet. Hvis du ikke bliver spredt ud af strålegangen, eller bliver anihilations-opereret, kan det være at du kommer i mål.

En pris for en gåde?

- Ove Nathan* 19
Ove Nathan, har i en periode været udlånt til administrationen ved Københavns Universitet. Nu er han tilbage i dansk fysik. Han fortæller her historien om en mulig gåde der udfordrer både partikel og sol-fysikere. Sol-neutrino problemet.

Fra Bernoullis forunderlige polynomier og tal

via Euler-Maclaurins sumformel til Rombergs integralapproximation - Første del.

- Mogens Esrom Larsen* 22
Bag den forunderlige titel gemmer sig en historie der via Bernoullitalallene fører frem til simple måder løse noget så svært som at udregne π med mange decimaler.
Første del bringes her. Hav papir og blyant parat!

Forsiden:

Sydlys. Den såkaldte Θ -aurora fremkommer over polerne under rolige solvindsforhold. Billedet er optaget i ultraviolet lys omkring 130 nm. Vi bringer det derfor i falske farver. Lyset der udsendes fra auroraen stammer især fra atomar ilt og molekylær nitrogen. Optaget af Lou Frank et al. med satellitten Dynamics Explorer.

Bagsiden:

FOTONspillet praksis. Adskillige fotontilstande er på vej over brættet.
Foto: Lene Oddershede.

Ørsted-satellitten - forskning i Jordens magnetiske felt

Eigil Friis-Christensen

Oprindelsen af Jordens magnetfelt blev af Einstein betragtet som et af de tre vigtigste og uløste problemer i fysikken. Selv om man i dag har en fornemmelse af de betingelser, som skal være til stede, for at Jorden kan have et stærkt magnetfelt, er vi dog stadig langt fra at kunne formulere en egentlig fysisk model, som beskriver magnetfeltet og dets variationer. En af årsagerne hertil er, at vor viden om magnetfeltet er begrænset til målinger fra et begrænset antal observatorier på Jordens overflade samt en enkelt satellitopmåling foretaget for 15 år siden. Da magnetfeltet til stadighed ændrer sig har vi længe ønsket en fornyet nøjagtig opmåling af Jordens magnetfelt. Vi bygger nu Danmarks første egentlige satellit, der skal sendes op i slutningen af 1995. Satellitens formål er at foretage en nøjagtig opmåling af Jordens magnetfelt i højder på mellem 400 og 800 km over jordoverfladen.

Magnetiske felter og elektriske strømme

Fysikken i det 20. århundrede har været præget af en dualisme i den forstand, at nogle fænomener bedst kunne beskrives ved hjælp af felter, medens andre fænomener måtte beskrives form af partikler. En tilsvarende dualisme hersker når det gælder det magnetiske felt og de elektriske strømme. Det magnetiske felt har den fordel, at det er relativt nemt at måle med stor nøjagtighed. Men det magnetiske felt fortæller ikke i sig selv ret meget om Verden omkring os. Det er først gennem fortolkningen af de målte magnetiske felter i form af deres kilder, nemlig de elektriske strømme, at vi er i stand til at sige noget om de processer, der skaber felterne.

Dette gælder også Jordens magnetfelt. Vi er vokset op med dette magnetfelt som en naturgiven ting - en fundamental egenskab ved Jorden som klode. Vi har i århundreder benyttet vort kendskab til Jordens magnetfelt til at finde vej på verdenshavene. Og vi har kunnet anvende dets egenskaber uden i virkeligheden at forstå, hvad der skabte magnetfeltet. Erfaringen har vist os, at Jordens magnetfelt ændrede sig, hvilket betød, at man hele tiden var nødsaget til at lave nye søkort med nye værdier for misvisningen, som forskellen mellem kompasnåleens retning og den geografiske nordretning, blev kaldt. Men hvor meget man end forsøgte, kunne man ikke beregne sig til de nye værdier, og man var derfor nødsaget til systematisk at observere magnetfeltet for at kunne følge dets ændringer. Man opdagede også, at man ikke kunne nøjes med at observere magnetfeltet nogle få steder. Ændringerne i Jordens magnetfelt var ikke de samme målt forskellige steder på Jorden.

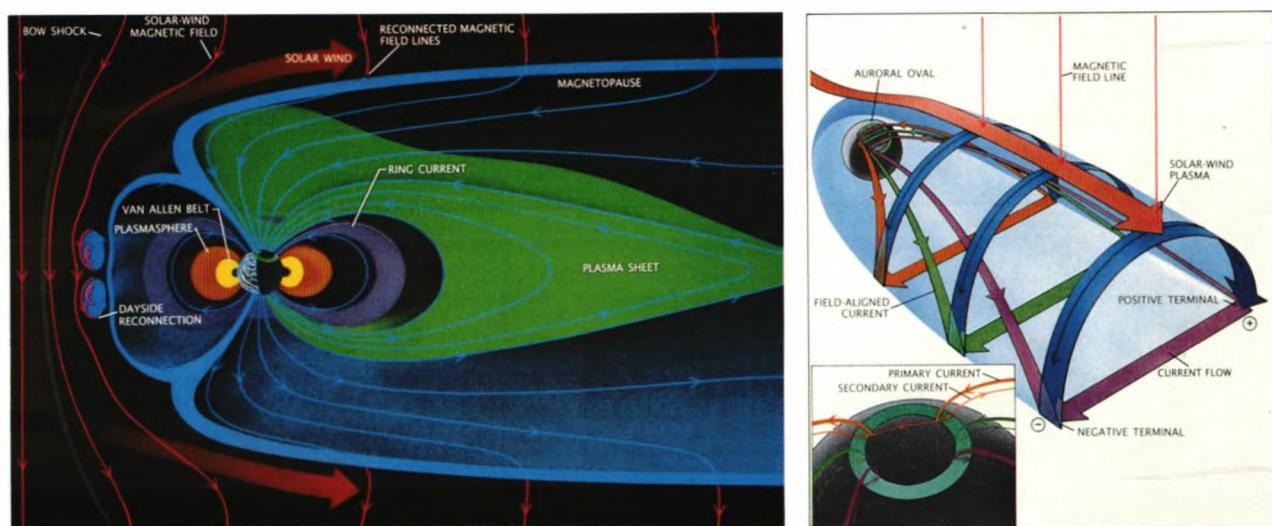
Således opstod i forrige århundrede behovet for

egentlige magnetiske observatorier. Dels for at bidrage med absolut nødvendige værdier til de nationale søkort, og dels fordi man havde det håb, at systematiske observationer skulle kunne give en forklaring på den tilsyneladende tilfældige måde, som magnetfeltet ændrede sig på. Ved hjælp af sådanne observationer lykkedes det Gauss i 1838 at påvise, at det magnetfelt, der måles på Jordens overflade, ikke alene har sin oprindelse i Jordens indre, men at en del af feltet måtte stamme fra strømme i Jordens omgivelser. Gauss udviklede til dette formål et matematisk værktøj, den sfærisk harmoniske analyse, som anvendes utroligt meget den dag i dag inden for mange tekniske og videnskabelige områder. Årsagen til dette værktøjs succes med hensyn til analysen af Jordens magnetiske felt er, at dette er et potentialfelt, fordi målingerne foretaget på Jordens overflade er registreret uden for de elektriske strømkilder. Potentialfeltets egenskaber giver mulighed for, alene på grundlag af målinger på Jordens overflade, at uddrage væsentlig information om kilderne til de målte magnetfelter. Man kan udtale sig om størrelsen af det ydre felt i forhold til det indre, og man kan også, under visse antagelser, beregne, hvorledes de magnetiske felter ville være i forskellige dybder under Jordens overflade - og i forskellige højder over denne.

Gauss indså klart de vidtrækkende konsekvenser af sin opdagelse, som var i modsætning til den herskende opfattelse om et tomt rum, og lancerede i denne forbindelse tanken om, at Solen foruden det synlige lys også udsender elektriske strømme. Senere i århundredet iagttog den engelske fysiker Carrington i 1859, at store variationer i det magnetiske felt målt på Jorden, de såkaldte magnetiske storme, fulgte forekomsten af stærk aktivitet på Solens overflade. Han konkluderede derfor, at de magnetiske storme på Jorden havde deres årsag i energiudladninger på Solen, uden at han dog kunne pege på noget der kunne forklare den fysiske sammenhæng mellem fænomenerne på Solen og variationerne i Jordens magnetfelt.

Kvaliteten af de udsagn, som man kan komme med på grundlag af de matematiske modeller, vil i sagens natur være nøje knyttet til kvaliteten af de observationer, der er anvendt. Med kvaliteten af observationerne menes såvel nøjagtigheden af målingerne som mængden og den rumlige fordeling af målingerne. Derfor vil en matematisk model, der alene baserer sig på de ca. 200 magnetiske observatorier på Jorden, udvise store mangler.

Til at afhjælpe dette problem kunne man forøge antallet af observationer på Jordens overflade, men det er vanskeligt af organisatoriske, logistiske og økonomiske grunde. En nærliggende mulighed i vores satellitalder er at benytte en satellit i en polar bane til at dække



Figur 1. Figuren viser magnetosfæren, som er det område af rummet, hvor Jordens magnetfelt kan måles. Formen af magnetosfæren er bestemt af solvindens tryk samt dens magnetiske felt, som vekselvirker med Jordens. I retning bort fra Solen findes en lang nærmest cylinderformet "hale", hvor magnetfeltlinierne på den nordlige del har retning mod Jorden og mod magnetpolen, medens de på den sydlige halvkugle er rettet bort fra Jorden. Formen af denne hale kan kun opretholdes ved at der til stadighed er strømme, som danner dette magnetfelt. Kilden til disse strømme er solvinden hvis partikler afbøjes ved mødet med Jordens magnetfelt. De positive ioner afbøjes mod vest medens de negative elektroner går mod øst. Spændingsforskellen tværs over halen giver anledning til en strøm, som går gennem halen på tværs af retningen til Solen og derpå deler sig i to dele og vender tilbage langs magnetopausens overflade, en del langs den nordlige del af halen, og en anden del langs den sydlige del. Ved anvendelse af højrehåndsreglen på disse to lukkede strømme kan man umiddelbart se, at strømmen i den nordlige halvdel vil skabe et magnetfelt, der er rettet ind i mod Jorden, medens det magnetfelt, der dannes af den sydlige strøm er rettet bort fra Jorden - i overensstemmelse med den observerede konfiguration. Ikke hele strømmen går direkte langs magnetopausen. Da de magnetiske feltlinier er ledende, vil en del af strømmen bevæge sig ned til Jorden, hvor den giver anledning til et spændingsfald på ca. 100 kilovolt tværs over den polare ionosfære. Da ionosfæren også er ledende, specielt i en ring omkring de magnetiske poler, vil der derfor her gå elektriske strømme, som hele tiden bliver fødet af strømmene ude fra magnetopausen. Med satellitmålinger vil man kunne studere de elektriske strømme langs med magnetfeltlinierne og sammenholde dem med målinger på Jorden af de ionosfæriske strømme. Tilsammen vil man derved opnå et tredimensionalt billede af det globale strømsystem.

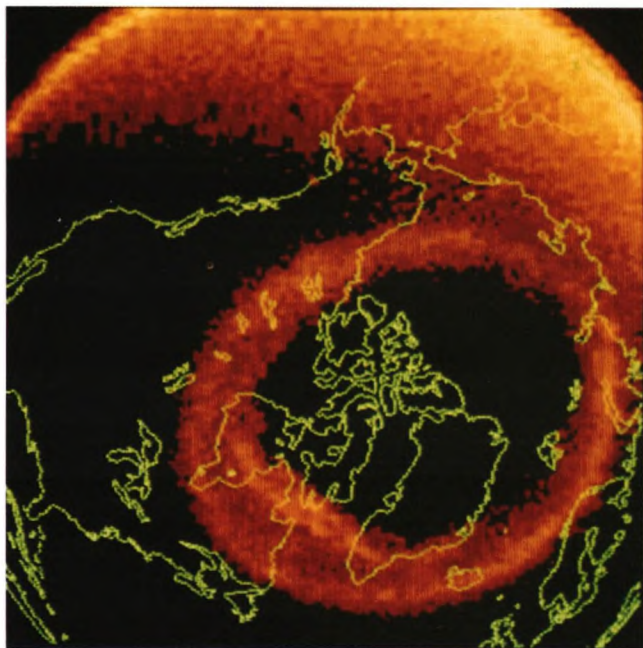
målinger overalt på Jorden. Problemet er i dette tilfælde, om man kan udføre målingerne med den nødvendige præcision. Der er indtil dato kun foretaget én mission med det formål at opmåle Jordens magnetfelt med den nødvendige præcision. Den amerikanske MAGSAT satellit, som var i funktion i 8 måneder i 1979-1980 gav hidtil uovertrufne målinger af Jordens magnetfelt. Dette er nu 15 år siden, og den internationale videnskabelige association for geomagnetisme og aeronomi har kraftig anbefalet at der foretages en fornyet opmåling. Dels fordi Jordens magnetfelt i mellemtiden har ændret sig således at vor viden om det præcise felt er forringet, men også fordi en fornyet opmåling sammenholdt med den eksisterende, vil fortælle betydningsfuldt nyt om den rumlige fordeling af ændringerne, og måske derved kaste nyt lys over mekanismerne bag dem.

Jordens indre felt.

Jordens indre, hvor magnetfeltet har sin oprindelse, kan groft opdeles i tre fundamentalt forskellige områder, som er fundet bl.a. ved seismiske undersøgelser. Inderst er der på grund af det høje tryk en fast kerne, hovedsagelig bestående af jern. Uden på denne faste kerne ligger den

såkaldte flydende kerne. Den smeltede jernmasse, som er hovedbestanddelen i denne del af kernen, er i stadig bevægelse som følge af varmestrømninger og som følge af Jordens rotation. Da materialet er elektrisk ledende, vil bevægelserne i forhold til Jordens magnetiske felt medføre, at der opstår elektriske strømme i materialet. De elektriske strømme vil skabe nye magnetiske felter, som forstærker det eksisterende magnetfelt. Så længe der i Jordens kerne er bevægelser, vil denne såkaldte geodynamo derfor fortsætte med at generere magnetiske felter.

Netop fordi Jordens magnetfelt er nøje knyttet til bevægelser i Jordens flydende kerne, er magnetfeltet ikke konstant. Det ændrer sig hele tiden og det er især den måde, ændringerne foregår på, der kan være med til at kaste nyt lys over de processer, der foregår langt inde i Jordens indre. Men det er til gengæld også målingerne af de relativt små og langsomme ændringer, der kræver de mest avancerede og stabile instrumenter, der kan opdrives.



Figur 2. Nordlyset som en satellit ser det. Billedet er gengivet i falske farver. Optagelsen er foretaget med lys omkring 130 nm hvor atomart ilt og molekylært nitrogen lyser kraftigt.

Magnetfelter fra kilder i Jordens skorpe.

Uden på Jordens flydende kerne ligger det område, man kalder kappen, og alleryderst findes Jordens skorpe. Selvom den største del af det magnetfelt, som måles på Jordens overflade eller i satellithøjde, stammer fra kilder i Jordens indre, er der en betydningsfuld del, som hidrører fra skorpen. Her er det ikke elektriske strømme, der er årsag til magnetfeltet. Men her findes et magnetisk felt, som er "frosset" i bjergarterne, da disse størknede, og derfor vil et præcist kendskab til fordelingen af de "frosne" magnetfelter kunne bidrage væsentligt til forståelsen af jordskorpens struktur og dens udvikling. For at kunne bestemme denne del af feltet er det imidlertid nødvendigt både at vide, hvor stor en del af det målte felt, der stammer fra Jordens indre, og hvor stor en del, der skyldes strømmene uden for Jorden. Med den forventede præcision af målingerne vil Ørsted-satellitten give et værdifuldt bidrag til denne forskning.

Polvendinger

Det er kun inden for de sidste ca. 500 år, at vi med vore instrumenter direkte har målt Jordens magnetfelt. I denne periode har man observeret den såkaldte sekularvariation, dvs. langsomme variationer i Jordens magnetfelt, som er knyttet til bevægelserne i Jorden indre. Over længere perioder har man imidlertid gennem målinger af de "frosne" magnetfelter i Jordens skorpe kunnet konstatere, at bevægelserne i Jordens indre til tider har været så drastiske, at de har vendt op og ned på de magnetiske poler, således at de i løbet af en relativt kort periode (ca. 10.000 år) har flyttet sig fra den ene halvkugle til den anden.

Årsagerne til disse polvendinger, som er forekom-

met med gennemsnitligt med nogle hundrede tusind års mellemrum, gennem i hvert fald de sidste 140 mill. år, er ikke klarlagt, men det forventes, at Ørsted-satellittens opmåling sammenholdt med MAGSAT-satellittens målinger i 1980 vil kunne kaste nyt lys også over denne side af det uløste fysiske problem vedrørende årsagen til polvendingerne.

At polvendinger ikke er noget enestående for Jorden ses af at også Solens magnetfelt vender totalt rundt med en periode, som ganske vist kun er på 22 år, men hvis oprindelse har så stærke lighedspunkter med forholdende på Jorden, at en fælles teori måske er mulig.

Solvinden og Jordens magnetosfære

Det magnetiske felt, som stammer fra Jordens indre varierer kun langsomt i forhold til det felt, som stammer fra Jordens omgivelser. Dette ydre felt har sin årsag i et kompliceret system af elektriske strømme, som skyldes den stadige vekselvirkning mellem solvinden og Jordens magnetfelt. Solvinden er en strøm af elektrisk ladede partikler, fortrinsvis elektroner, protoner og alfa-partikler, som kontinuerligt "fordamper" fra Solens overflade.

Det afgrænsede område omkring Jorden, der kontrolleres af Jordens magnetfelt, kaldes magnetosfæren. Grænsefladen vil til stadighed indstille sig på en ligevægt mellem solvindens varierende tryk og det "magnetiske" modtryk, som Jordens felt yder. Herved opnår magnetosfæren en form, som kan minde om en komet. Magnetosfæren er kendetegnet ved, at grænsefladen i retning mod Solen har en afstand af ca 10 jordradier, medens den i retning bort fra Solen strækker sig ud til en afstand af mindst 200 jordradier. Den del af magnetosfæren, som solvinden "blæser" bort fra Solen, kaldes magnetosfærens hale.

En vigtig egenskab ved solvinden er, at den besidder et magnetisk felt, som har en gennemsnitlig feltstyrke på ca. 5 nanoTesla, titusinde gange mindre end feltet ved Jordens overflade. Det viser sig imidlertid, at det er retningen af dette magnetfelt, som mere end noget andet bestemmer energioverførslen til Jordens magnetosfære. Talrige observationer viser, at når solvindens magnetfelt vender mod syd, dvs. er modsat rettet Jordens felt ved ækvator (det subsolare punkt) sker der den største overførsel af energi til magnetosfæren. Dette viser sig såvel i antallet af nordlys som i hyppigheden af de magnetiske storme. Årsagen hertil er, at der ved denne konfiguration af de magnetiske felter kan der i grænsefladen dannes såkaldt neutrale punkter, dvs. punkter, hvor magnetfeltet er forsvindende. I sådanne punkter kan man forestille sig, at feltlinierne i solvinden og i jordfeltet "forbindes", og at solvindens plasma derigennem får direkte adgang til magnetosfæren. Teorien for denne proces forudsiger ovenikøbet, at solvindspartiklerne direkte kan blive accelereret igennem denne passage. I de perioder, hvor solvindens magnetfelt er rettet mod nord, dvs. parallelt med Jordens felt, vil solvindens plasma blive effektivt afbøjet og strømme langs med magnetosfæren. I dette tilfælde

forekommer der dog muligvis tilsvarende processer langt nede ad magnetosfærens hale, men fordelingen af de elektriske strømme i magnetosfæren vil da have et helt andet udseende.

Grænselaget mellem magnetosfæren og atmosfæren kaldes ionosfæren. Elektrisk ladede partikler har den egenskab, at de har meget lettere ved at bevæge sig langs med det magnetiske felt end på tværs af det. Derfor kan de elektrisk ladede partikler meget hurtigt nå fra de yderste lag af magnetosfæren til den polare ionosfære. Når partiklerne når ionosfæren, er partikeltætheden så høj, at der optræder kollisioner, hvorved en betydelig del af luftens atomer og molekyler ioniseres. Dette medfører, at luften her kan lede elektriske strømme. I ionosfæren optræder derfor en lang række processer, hvoraf nogle er direkte synlige. Det er nordlysene, som forårsages af elektroner, der med stor fart anslår luftens ilt- og kvælstofmolekyler. Andre processer kan kun opfattes gennem målinger med forskelligt udstyr. Man kan således opfatte ionosfæren som en fjernsynsskærm, som kan vise effekter skabt af forhold langt ude i magnetosfæren.

Elektriske strømme i Jordens omgivelser

1. Strømme på magnetosfærens overflade

Magnetosfæren får sin karakteristiske form gennem et system af strømme på grænsefladen mellem solvinden og magnetosfærens. Disse strømme induceres her i et tyndt lag, og deres virkning er, at de afgrænser Jordens magnetfelt i rummet. Eksistensen af disse strømme blev oprindeligt forudsagt som transiente fænomener for at forklare eksistensen af nogle karakteristiske magnetiske forstyrrelser på Jordens overflade ved starten af en magnetisk storm. Senere fandt man ud af, at solvinden altid var til stede, og at overfladestrømmene derfor også måtte være det, omend deres styrke ville afhænge af solvindens hastighed. Da man endnu senere opdagede, at solvinden også altid medfører et magnetisk felt, måtte man yderligere revidere opfattelsen af overfladestrømmene, som nu også måtte afspejle variationerne i solvindens magnetiske felt.

2. Ringstrømmen

En anden strøm, som er permanent til stede i Jordens magnetosfære er ringstrømmen. Strømmen forløber, som navnet antyder, i et ring- eller bælteformet område omkring Jorden i en afstand af nogle jordradier fra Jordens overflade. Ringstrømmen har sin årsag i en systematisk drift rundt om Jorden af de elektrisk ladede partikler, som er indfanget på de lukkede magnetiske feltlinier i Jordens indre magnetosfære. Observationer har vist, at den overvejende del af partiklerne i det område, hvor ringstrømmen løber, består af positivt ladede partikler, som foruden protoner fra solvinden også omfatter en betydelig mængde af positive iltioner, som har deres oprindelse i ionosfæren.

Elektrontætheden for de relevante ennergiområder er i dette område er næsten en størrelsesorden mindre en protontætheden, hvilket medfører, at det er de positivt ladede partikler, der er de dominerende strømbærere i ringstrømmen. Da de positivt ladede partikler bevæger

sig mod vest i Jordens magnetiske felt, vil nettostrømmen derfor også bevæge sig mod vest og på Jordens overflade give anledning til at magnetfeltet påvirkes i sydgående retning, dvs. modsat Jordens hovedfelt.

Dansk Satellit i Rummet.

Gennem nogle år har en gruppe personer fra universiteter, forskningsinstitutioner og industriforetagender i Danmark arbejdet med planer om at bygge og opsende den første rent danske satellit. Opsendelse af en sådan satellit er blevet mulig efter at såvel den europæiske rumfartsorganisation ESA som den amerikanske NASA har besluttet at tilbyde relativt billige opsendelser af mikro-satellitter som "secondary payloads" i forbindelse med opsendelse af større satellitter. Da den højst tilladte vægt af disse mikro-satellitter er ca. 60 kg, har det ikke tidligere været anset for muligt at anvende sådanne satellitter til egentlige videnskabelige formål.

I 1992 gav Undervisningsministeriets rumudvalg støtte til at gennemføre en undersøgelse af de tekniske muligheder og de videnskabelige aspekter i et sådant projekt. Som et led heri blev såvel projektets videnskabelige indhold som de tekniske løsningsforslag vurderet af to internationale paneler, hvis rapporter var særdeles positive i deres bedømmelse af det videnskabelige formål og af de danske forskeres mulighed for at gennemføre projektet. På denne baggrund fremsendtes en ansøgning til Grundforskningsfonden, hvor forslaget blev underkastet en grundig evaluering af fire fremtrædende udenlandske forskere, som hver især har givet udtryk for forslagens enestående videnskabelige perspektiver.

I juni 1993 fik Forsknings- og Teknologiministeriet sammen med Industriministeriet og Trafikministeriet finansudvalgets samtykke til at anvende midler til et sådant projekt. En medvirkende årsag til den positive holdning til ansøgningen var, at NASA havde vist så stor interesse for projektets videnskabelige formål, at man havde tilbudt at finansiere hele opsendelsen med en af NASAs raketter mod til gengæld at få del i satellittens måleresultater.

Satellitten, der har fået navnet Ørsted, opsendes med en amerikansk Delta-II raket omkring årsskiftet 1995/1996 og skal i løbet af de følgende år foretage en nøjagtig og detaljeret opmåling af Jordens magnetfeltet og af fordelingen af elektrisk ladede partikler i Jordens omgivelser.

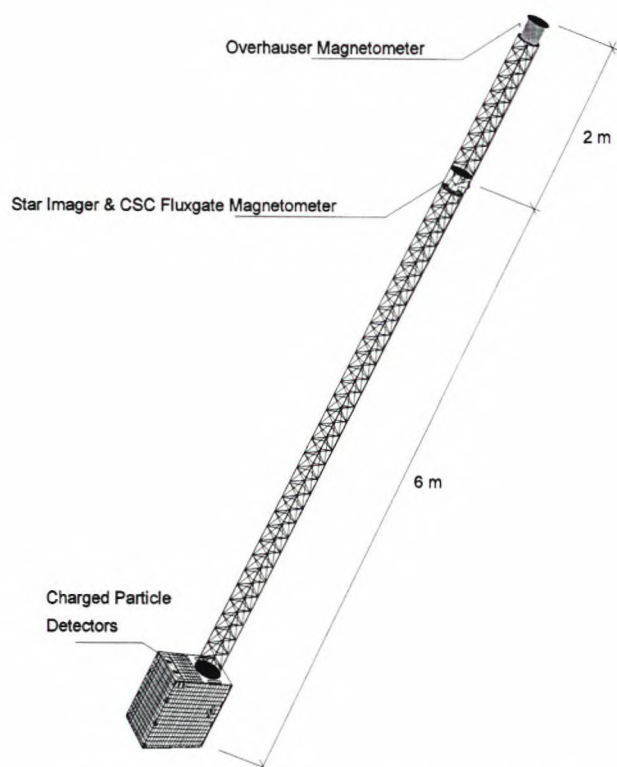
3. Globale ionosfærestrømme

Atmosfæren er i stadig bevægelse som følge af termiske bevægelser og tidevandseffekter. Dette gælder også den øverste del af atmosfæren i de lag, der er elektrisk ledende. På grund af disse atmosfærebevægelser opstår et system af strømme, som har en fast beliggenhed i forhold til ret-

ningen mod Solen, idet Solen både er årsag til de termiske bevægelser og til en stor del af tidevandseffekten. Dette globale strømsystem kaldes for Sq systemet, S for Solar og q for quiet. Det sidste for at indikere, at uanset Solens varierende partikeludsendelse og varierende vekselvirkning med Jordens magnetfelt er Sq systemet altid til stede. Målinger har vist, at langs Jordens magnetiske ækvator er strømstyrken af systemet særlig stor, og denne intense del af systemet kaldes derfor den ækvatoriale elektrojet. Årsagen til at strømstyrken her forøges kraftigt er, at der her sker en stærk forøgelse af ionosfærens ledningsevne. Dette skyldes, at magnetfeltet her er horisontalt og at de ioniserede partikler derfor ikke her, som ved polerne, har mulighed for at bevæge sig langs magnetfeltlinierne bort fra det ledende strømlag. Ophobningen af elektrisk ladede partikler er derfor særlig stor og giver anledning til at strømmene derfor er så stærke, at deres virkning også klart kan ses på de magnetiske instrumenter på Jordens overflade.

4. Strømme, som skyldes solvindens overførsel af energi og impuls til Jordens magnetosfære.

Disse strømme består både af en magnetosfærisk del, som bl. a. omfatter strømme langs med Jordens magnetfelt, og en del, som består af horisontale strømme i den polare ionosfære. Disse strømme er meget større end strømmene, som skyldes atmosfærebevægelserne.



Figur 3. Ørsted satellitten i udfoldet stand. Satellitten er beklædt med fotoceller på fem sider.

Målinger af Jordens magnetfelt, såvel med satellit som fra Jordens overflade, vil blive anvendt til at opstille fy-

siske modeller for skabelsen og fordelingen af de elektriske strømme. Sådanne fysiske modeller er nødvendige for at løse nogle af de fundamentale, men stadig uløste spørgsmål vedrørende overførslen af energi fra solvinden til Jordens magnetosfære. Vi ønsker bl.a. at studere, hvorledes denne energi fordeles og midlertidigt oplagres i magnetosfæren indtil energien pludseligt udløses i form af såkaldte magnetiske substorme, som i gennemsnit optræder fire til fem gange i døgnet.

Ved solvindens møde med Jordens magnetfelt afbøjes de positive ioner mod magnetosfærens morgenside (mod vest) medens elektronerne går mod aftensiden (mod øst). Herved opstår en spændingsforskel tværs over magnetosfæren, som til stadighed søges udlignet gennem elektriske strømme. En del af denne strøm går tværs gennem magnetosfærens hale, men en anden del går via de elektrisk godt ledende feltlinier ned til polare ionosfære. Herved opstår en elektrisk potentialforskel tværs over den polare ionosfære fra morgensiden til aftensiden på omkring 100 kV. Dette elektriske felt driver et system af elektriske strømme i ionosfæren i den såkaldte nordlysoval, som kaldes de polare elektrojetstrømme. Disse strømme har en betragtelig størrelse, ofte over 50.000 A, størst når solvindens magnetfelt er rettet mod syd. De elektriske strømme langs de magnetiske feltlinier består fortrinsvis af elektroner, som på grund af deres lille masse er meget mere mobile end protonerne. Der, hvor elektroner strømmer ned mod ionosfæren (opad rettede strømme), vil de ved sammenstødet med den øvre atmosfæres atomer og molekyler give anledning til nordlys.

Energirige partikler

Medens de elektriske strømme langs med Jorden magnetiske feltlinier i overvejende grad formodes at være båret af forholdsvis energifattige partikler, indeholder magnetosfæren også en del energirige partikler. Ørsted-satellitten er derfor forsynet med detektorer til at måle både energien og fluxen af de energirige partikler. Specielt ønsker vi at undersøge den detaljerede sammenhæng mellem partikelstrålingen og de elektriske strømme, som måles ved hjælp af magnetometeret. Et andet formål med partikeleksperimentet er at sammenligne den energirige partikelstråling i rummet med målinger af partikelstråling på Jordens overflade. Målingerne fra Jorden foretages ved hjælp af en ny teknik, som kaldes et "imaging" eller billeddannende riometer. Et riometer måler hvor meget af den kosmiske radiostøj, der er absorberet under signalets vej gennem Jordens ionosfære. Den stedfundne absorption vil bl. a. være afhængig af ionosfærens øjeblikkelige indhold af elektroner. Ved anvendelse af samtidige målinger i forskellige retninger, kan man ikke alene måle den gennemsnitlige absorption på stedet, men også den rumlige fordeling og en eventuel bevægelse hen over synsfeltet af områder med forhøjet absorption. Herved kan man få fremstillet et billede af ionosfærens egenskaber i et område på ca. 200 gange 200 km omkring instrumentet. Der er derfor planlagt specielt omfattende målinger på



LASERE • ELEKTROOPTIK • FIBER OPTIK • TESTUDSTYR • LASER TEKNIK

AGENTUR

ANDO
ATCOR
BIT
BURLEIGH
CYONICS
EG & G BERTHOLD
EG & G FIBER OPTICS
EG & G GAMMA SCIENTIFIC
EG & G OPTO/-JUDSON
EG & G ORTEC
EG & G PAR ECEM. DIV.
EG & G SCIENTIFIC. DIV.
EXCITON
EXFO
GENTEC
GOULD FIBER OPTICS
GRASEBY OPTRONICS (UDT)
ILEE
ILX LIGHTWAVE
JOBIN YVON
SPEX
KLINGER SCIENTIFIC
LASER PHOTONICS
LASER VISION
LSI
MALVERN
MICROCOATINGS
MICRO-CONTROLE
MOLECTRON
NE-TECHNOLOGY
NEWPORT
OFR
PTI
QUANTA RAY
QUANTEX
QUESTEK
SANTEC
SEASTAR OPTICS
SPECTRA DIODE LABS
SPECTRA-PHYSICS
STORM FIBER OPTICS
UDT SENSORS INC.
UNIPHASE

ANDET:

LEVERINGSPROGRAM:

Fiberoptisk måleudstyr, Datakommunikations testudstyr.
Laser partikelmåling i luft og på overflader.
Fiberoptisk splidseudstyr.
Elektrooptisk analyseudstyr, FCL-Lasere, Scanning Tunnel Mikroskoper.
Luftkølede Argon Ion lasere.
Radioaktivitetsmåleudstyr for miljø og overvågning.
Fiberoptisk testudstyr for Strain og Dispersion.
Radiometrisk/fotometrisk måleudstyr.
LED/Laserdioder - detektorer - halvleder komponenter.
Nukleart forskningsudstyr og detektorer, NIM/CAMAC-elektronik, MCA/MCS systemer.
Ilektrokemisk måleudstyr for korrosion.
Lock-In forstærkere, Optiske Multikanal Analysatorer, magnetometre.
Laser Dyes.
Fiberoptisk testudstyr for LAN-FDDI-FTTH-FTTC-CATV.
Laser powermetre, pyroelektriske detektorer.
Fiberoptiske koblere, optiske isolatorer.
Optisk måleudstyr, Positionsudstyr - PSD, radio/fotometrisk måling.
Halvleder laserdioder for VIS/IR med drivere.
Instrumenter, TEC og drivere for laserdioder.
Monochromatorer, ramansystemer, optiske gitre.
Fluorometre, monochromatorer og Ramansystemer.
Positionering for DC og steppermotorer, optomekanik.
LASERE: Ruby, Alexandrite, Co, Co₂, XEHE, Nd:YAG/GLASS/YLF, Ho:YAG, ER:YAG.
Laserbeskyttelsesbriller og gardiner.
LN₂ lasere og dye lasere.
Laserbaseret partikelanalyseudstyr for luft/væske/pulver/spray/aerosoler.
Optiske interferensfiltre.
Optomekanik, optik, optiske bænke, granitborde og positionering.
Laser powermetre.
Radioaktivitetsmåleudstyr for overvågning og radiologi.
Elektro-optik, vibrationsdæmpende borde, optomekanik og optik.
Præcisionsoptik, optiske isolatorer, beam expanders og mikroskopobjektiver.
Lampesystemer, ratio fluorescence - phosphorescence systemer.
Nd:YAG lasere og dye-systemer.
IR - detektering.
Excimer lasere.
Tunbare halvleder lasere og image process systemer.
Pig-tailed laserdioder og drivere.
Halvleder lasere, høj effekt, CW og PULS, 780-870-910-980 nm.
Ion lasere og Ti:SA lasere og systemer for CW og PULS.
Fiberoptiske samleled, konnektorer, attenuatorer og PatchCabler.
PSD - Ge og Si detektorer.
HeNe lasere 0,5 - 50 mW. Halvleder lasere med gode beam kvaliteter.

Mærk af  og udfyld:

Navn: _____

Post nr. By: _____

Firmanavn: _____

Telefon: _____

Adresse: _____

Telefax: _____

Tag kopi af hele siden og fax den til: 31 19 87 47

satellitten, når den passerer de magnetiske feltlinier, der skærer Jordens ionosfære i et sådant område. I øjeblikket eksisterer ca. 5 sådanne faciliteter på den nordlige halvkugle samt et par stykker på Antarktis. Men da "imaging" riometeret baserer sig på en helt nyudviklet teknik, forventes antallet af sådanne forskningsfaciliteter forøget kraftigt inden Ørsted-satellittens opsendelse.

En danskbygget satellit

Ørstedprojektet er blevet til i et omfattende samarbejde mellem industrivirksomheder, forskningsinstitutioner og universiteter. De involverede industriforetagender omfatter bl. a. Computer Resources International (CRI), Per Udsen Company og Terma Electronics.

CRI står for koordinationen af indsatsen af de involverede industrivirksomheder gennem varetagelse af funktionen som "project manager". En del af CRIs opgaver omfatter at integrere satellitten og dens last af videnskabelige instrumenter. Herudover skal CRI udvikle det programmel som skal bruges i selve satellitten samt opbygge og drive et satellitoperationscenter som skal kommunikere til satellitten via de satellitstationer, som etableres i Danmark til modtagelse af signaler og data fra Ørstedsatellitten. Per Udsen Company vil stå for den mekaniske opbygning af satellitten samt den meget specielle mast, som skal bære de magnetiske måleinstrumenter. Masten er en videreudvikling af et japansk patent og det vil være første gang en sådan mast anvendes til præcisionsmålinger af det magnetiske felt og dets retning.

Terma Electronics har som hovedopgave at sørge for satellittens strømforsyning samt at udvikle og fabrikere hovedcomputeren om bord på satellitten. Ud over disse tre hovedparter i samarbejdet, bidrager flere mindre industrivirksomheder og teknologiske institutter til projektet.

Danmarks forskningsmæssige rolle

Danmark er på mange måder i en enestående position til at foretage forskning vedrørende de fysiske processer, som er forbundet med vekselvirkningen mellem Jordens magnetfelt og de partikler og felter, som stammer fra Solen. I Grønland har Danmarks Meteorologiske Institut (DMI) gennem mange år opbygget et net af geofysiske observatorier. Med opsendelse af Ørsted-satellitten til at foretage direkte målinger i rummet, vil man få mulighed for undersøgelser af koblingen mellem solvinden og Jordens magnetfelt, som det ikke hidtil har været muligt at foretage.

I Ørstedprojektet vil DMI, foruden varetagelse af den nationale og internationale koordinering af den forskningsmæssige indsats, primært tage sig af forsknin-

gen vedrørende det ydre felt, dvs. bl. a. vekselvirkningen mellem solvinden og Jordens magnetfelt. En tredje af instituttets hovedopgaver bliver at etablere og drive det videnskabelige datacenter, som skal foretage den grundlæggende bearbejdning af alle satellittens måleresultater, således at de kan anvendes af de danske og de udenlandske forskergrupper. Endelig har DMI til opgave at udvikle og fremstille et instrument til måling af de energirige partikler.

Dansk Rumforskningsinstitut og Danmarks Tekniske Universitet har i mange år arbejdet med at fremstille og anvende meget følsomme magnetometre. Sensorerne i vektormagnetometeret er fremstillet af det nye materiale, metalglas, som besidder ganske særlige egenskaber, som gør, at det er muligt at måle meget små magnetfelter, helt ned til 10 picoTesla (0.01 nanaTesla). En måling med stor nøjagtighed af de tre vektorkomponenter i satellittens koordinatsystem har imidlertid ingen værdi, med mindre man også med meget stor præcision kan referere den målte retning til en nøjagtigt fastlagt retning i Jordens (eller stjernernes) koordinatsystem. Til dette formål er udviklet et stjernekamera, som til stadighed kan give oplysning om vektormagnetometerets orientering i rummet med en nøjagtighed, der er langt bedre end de 20 buesekunder, som hidtil har været anset for den opnåelige grænse med så små systemer.

Geofysisk Afdeling ved Niels Bohr Institutet på Københavns Universitet vil tage sig af analysen af Jordens indre felt.

Internationalt samarbejde

Satellitten er dansk, og indeholder foruden de omtalte dansk udviklede instrumenter også en stor mængde dansk udviklet højteknologi, som f. eks. en letvægtsmast på 8 meter, som har den stivhed som sikrer, at de følsomme magnetfeltssensorer måler feltet i et ganske veldefineret koordinatsystem. Ålborg Universitetscenter har ansvaret for at udvikle et kompliceret servosystem, som ved hjælp af strømme gennem tre på hinanden vinkelrette spoler samt eksistensen af Jordens magnetfelt kan dreje hele satellitten i den til enhver tid mest fordelagtige position, såvel med henblik på optimal udnyttelse af solpanelerne som med henblik på retningen af stjernekameraets linse, som selvfølgelig ikke må pege mod Solen. Positionsbestemmelsen på denne satellit er også simpel, men meget mere nøjagtig end man har kunnet måle med tilsvarende geomagnetiske satellitter. Man benytter simpelthen en kommerciel GPS modtager og har dermed på stedet den korrekte position, som kan sendes ned til Jorden sammen med de tilhørende data. Ved Magsat satellitten, kunne man først efterfølgende indføje positionsbestemmelsen, som i dette tilfælde var beregnet på baggrund af observationer på Jorden af satellittens egne radiosignaler.

Såvel de nye teknologiske principper, der er anvendt i Ørstedsatellitten som de videnskabelige aspekter, som den høje målenøjagtighed medfører, har skabt en betydelig international interesse for projektet. Denne interesse

har Ørstedprojektet ønsket at udnytte i form af et stærkt internationalt samarbejde. Ørstedprojektet udsendte derfor i november 1993 et "Announcement of Opportunity", hvor man udbad sig korte forslag fra internationale forskergrupper vedrørende videnskabelig anvendelse af Ørsted-satellitens data. Den internationale reaktion herpå var overvældende. Ialt 77 forslag repræsenterende mere end 200 forskere fra 55 institutioner i 17 lande blev modtaget. Projektet har på baggrund af de modtagne korte forslag nu rettet henvendelse til forslagsstillerne og anmodet om mere detaljerede forslag, som skal danne grundlag for udvælgelsen af en række forskerhold til at arbejde med specifikke problemer inden for udforskningen af Jordens magnetfelt og dets virkninger.

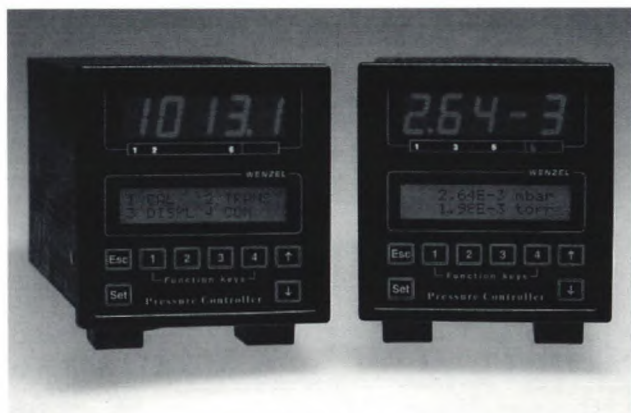
Blandt de mange forslagsstillere vil en udvalgt gruppe blive anmodet om at deltage i en "Ørsted Science Advisory Committee", som skal være rådgivende for den danske vi-

denskabelige projektledelse for at sikre, at de indsamlede målinger kan få så stor en videnskabelig anvendelse som overhovedet muligt.



Eigil Friis-Christensen er geofysiker og ansat ved DMI. Han interesserer sig især for energioverførslen fra Solen til Jordens omgivelser

MODERNE VAKUUMTEKNIK TIL FORSKNING OG INDUSTRI



PRC X1

1x10⁻⁵ TO 1999.9 mbar.

DUALTRANS MICROPIRANI PIEZO

WENZEL VAKUUM TEKNIK har i 23 år solgt ALCA-TEL's vakuumprodukter i Danmark; men trods særdeles stor salgsfremgang i 1994, har ALCATEL pludselig valgt en ny partner. WVT vil dog stadig tilbyde alle vore AL-CATEL kunder fuld mekanisk og elektronisk service på alle vakuumprodukter. Vort store og ofte lagerførte program i standard vakuumfittings til konkurrencedygtige priser er helt uafhængig af ændringen, og gennem ny leverandører kan vi stadig til byde vakuumpumper og tilbehør i høj kvalitet til konkurrencedygtige priser. WENZEL ELECTRONICS dansk udviklede præcisions måle- og styreinstrument, 1x10⁻⁵mb – 1999,9 mb, som leveres med certifikat for sporbarhed, er blevet en stor succes, og vi fortsætter med udviklingen af ny produkter, ligesom vi fremstiller flere og flere specialanlæg til f.eks. sputtering eller elektronkanonfordampning, afgangning og vakuumimprægnering, massespektrometeranalyse etc.

ALLE FORMER FOR OLIEFRI & OLIESMURTE ROTATIONSVAKUUMPUMPER • FEDTSMURTE TURBOMOLEKULAR- SPIRO- & HYBRIDPUMPER • DIFFUSIONS- & CRYOPUMPER • VAKUUMMÅLEINSTRUMENTER, VENTILER, HV & UHV FITTINGS • HELIUMLØKSØGERE & MASSESPEKTROMETRE • SPUTTER- ELEKTRONKANON & ÆTSEANLÆG • RF & HV STRØMFORSYNINGER • RUSTFRI SPECIALKAMRE & DELE • OMBYGNING AF VAKUUMANLÆG

**WENZEL VAKUUM TEKNIK APS • NYBROVEJ 283 • DK-2800 LYNGBY • TLF. 45 87 97 35
SHOWROOM, SERVICE, LAGER • NYBROVEJ 193 • BIL 30 42 63 00 • FAX 45 93 32 93**

FOTON- et optisk spil

Lene B. Oddershede, Rune H. Jacobsen, Kim Lefmann og Nina B. Thoft

Historien

På Sandbjerg afholdtes i januar 1994 "*Vinterskole i Fysik for ph.d. studerende*", hvor lektor Klaus Mølmer (IFA, AU) holdt en foredragsrække om kvanteoptik. Han lagde der op til, at vi skulle udnytte nogle af kvanteoptikkens fascinerende effekter, styret af tilfældigheder, i et "kvantekasino" med "projektionspoker", "beamsplitter-bridge" etc. Resultatet af vores arbejde der og siden er blevet til denne "FOTON-feber". FOTON-spillet er sjovt at spille, også for folk uden specielt kendskab til kvanteoptik.

FOTON er et brætspil, hvor brættet forestiller en opstilling i et optisk laboratorium. Hver FOTON-spiller starter med ét lyskvant (en foton), der skal løbe fra laseren, hvor den blev skabt, til detektoren. Undervejs mødes forskellige optiske apparater, hvilket kan være både godt og skidt: Den ene foton kan blive til flere - eller helt forsvinde. Til hjælp på den hårde vej er spillerne udstyret med et antal *operatorkort*, som kan anvendes efter eget valg. Vinderen er den første, der får i alt seks fotoner frem til detektoren.

Vi har forsøgt at konstruere spillet, så det passer bedst muligt til virkeligheden. Man kan blandt andet opleve, hvordan en fotonpuls bliver forstærket ved stimuleret emission i en simpel laser. Frekvensfordobling (farveændring) illustreres i spillet ved, at fotonerne visse steder bevæger sig med den dobbelte hastighed. Nogle steder har vi været nødt til at gå på kompromis med naturlovene, f.eks. kan fotonerne sidde fast i beamsplitteren, så lyshastigheden bliver nul! Beamsplittere placeret rundt omkring på vejen deler fotonpulserne i to, der fortsætter hver sin vej, og kan også samle dem igen. En god portion held kan undertiden være meget nyttig, hvis man ikke skal se sine fotoner forsvinde ud i en stråledåse, der er den visse død for dem. Under spillet kan man også støde på mere eksotiske ting som *foton-ekko* og *self-induced transparency* (selvinduceret gennemsigtighed). Foton-ekko opstår i et stof, der kan absorbere en fotonpuls og udsende den igen, når stoffet påvirkes af en anden fotonpuls. Tiden, der går fra den første fotonpuls absorberes, til den anden fotonpuls passerer, er præcist lige så lang som tidsrummet mellem, at den anden puls passerer, og fotonekkoet udsendes. Vi har opgivet at holde nøjagtigt regnskab med denne forsinkelse, men spillets "ekkoer" bygger på kvanteoptikkens. I et stof med self-induced transparency kan fotonbundter af ganske bestemte størrelser passere, mens de, der ikke har den "magiske" størrelse, mister den overskydende energi til stoffets atomer.

Man skal regne med, at spillet tager 2-3 timer for 3 deltagere, og at spilletiden øges med antallet af deltagere. Spillereglerne samt en formindsket spilleplade kommer

lige i forlængelse af dette. I afsnittet "Om elektromagnetisk stråling og fotoner" kan man læse en kort introduktion til de mest basale begreber i kvanteoptik. I afsnittet efter spillereglerne findes tabeller over, hvordan beamsplitteren virker - samt en forklaring på, hvorledes tabellerne er udregnet.

Selvfølgelig behøver man ikke kende al fysikken, før man tager hul på at spille. Det er blot at tage bræt, brikker og regler - og så lige at finde nogle at spille med.

God fornøjelse!

Spilleregler for FOTON

Følgende skal anvendes til spillet:

- 1 spilleplade - nemmest er at fotokopiere den her viste op i A1-størrelse (4 A3-ark) og evt. lime den op på pap.
- 3 spillebrikker til hver deltager. Spillebrikkerne skal kunne indeholde ca. 10 tændstikker og have en markeret bevægelsesretning. Hver deltager har sin egen farve spillebrikker og skriver farvens navn på et af de seks rektangulære felter i nederste venstre hjørne af spillepladen. En brik svarer til en *ket*, som er beskrevet i teoriafsnittet, og brikken kan evt. formes så den ligner en ket.
- Mindst 2 terninger.
- 1 æske tændstikker.
- 44 operatorkort - symbolerne tegnes på kort, der højst er den dobbelte størrelse af spillefelterne (se senere: Operator-kort).
- Ca. 10 stk. 2ν -mærkater, der laves af papir og markeres med 2ν .
- Ca. 3 stk. 4ν -mærkater, se ovenfor.
- 1 kort med påtegnet spejl og bevægelsesretning (til interferometeret).
- 8 små kort med (blå) elektroner til at vise excitation af gain-mediet.

Start: Hver spiller starter med tre operatorkort og én 1-foton-tilstand, d.v.s. en tændstik (foton) i en spillebrik på startfeltet. Spillebrikkerne starter ved laseren, der er placeret i spillepladens venstre side.

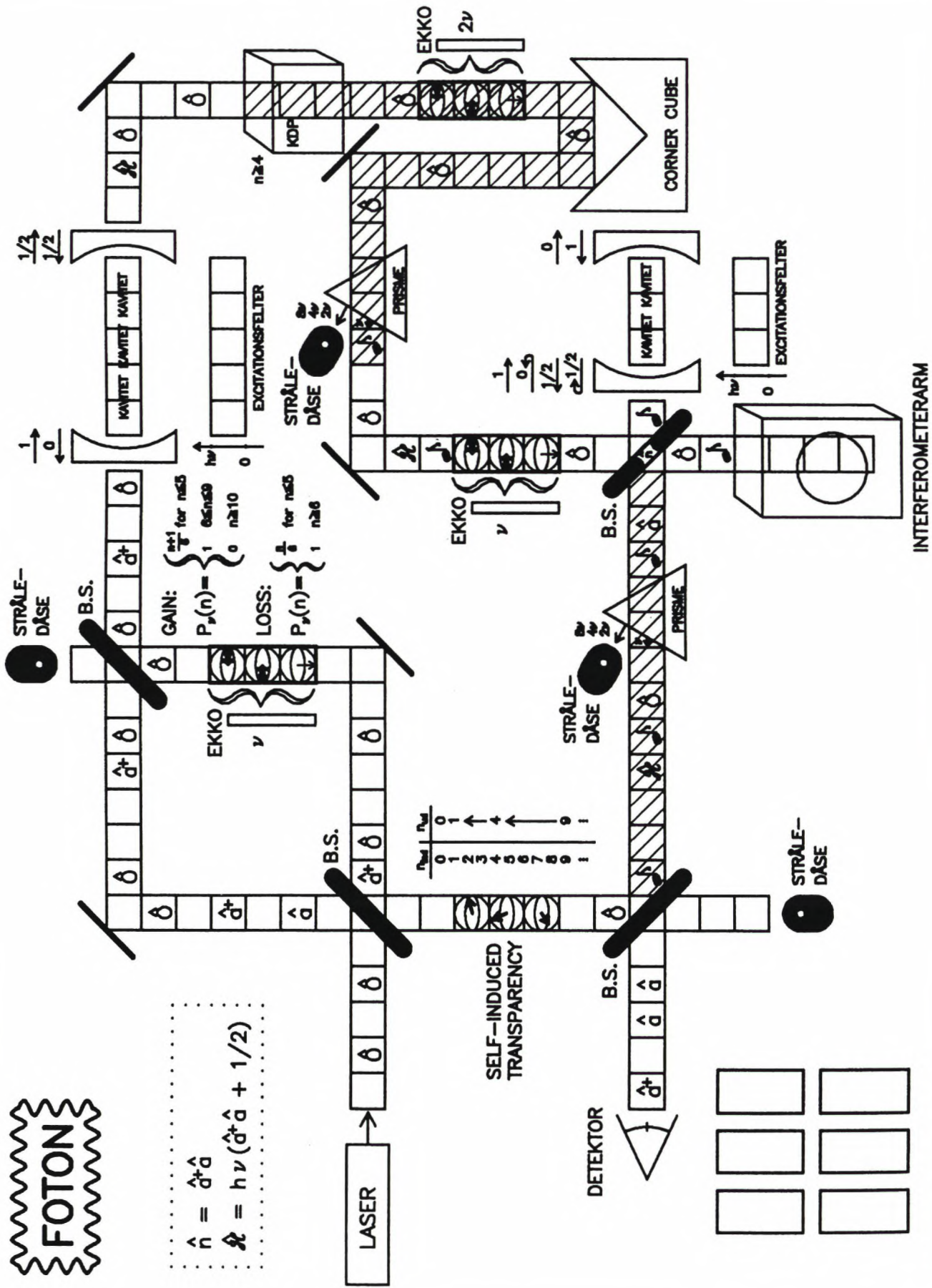
Afslutning: Den spiller, der først får i alt seks fotoner i mål (i detektoren), har vundet.

Symboler:

FOTON

$$\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$$

$$\mathcal{E} = h\nu (\hat{a}^\dagger \hat{a} + 1/2)$$



n	antal fotoner (fotontal)
$ n\rangle$	n -fotontilstand
$\hat{n}$	antalsoperator
ν	frekvens
$\hat{a}^\dagger$	skabelsesoperator
$\hat{a}$	annihilationsoperator
$\hat{\mathcal{H}}$	Hamilton-operator

Generelle spilleregler:

De forskellige spilleres brikker svarer til forskellige modes; men alle har fra starten samme frekvens, ν . En brik med et antal fotoner (evt. 0) kaldes en *tilstand*. Antallet af fotoner i en tilstand kaldes dens fotontal. Hver spiller må højst have tre tilstande - skabes der flere (se senere), vælger spilleren selv, hvilken af hendes/hans tilstande, der spredes ud af strålegangen og derved går tabt. Når man ikke har flere tilstande på spillepladen, får man en vakuum-tilstand (tilstand med nul fotoner), der starter forfra ved laseren. Man har ét terningkast per tur, og man flytter alle sine brikker ifølge dette slag. Man bestemmer på ethvert tidspunkt selv, i hvilken rækkefølge man vil flytte sine tilstande. Sidder en tilstand fast, flyttes med eventuelle andre tilstande. Sidder alle ens tilstande fast (afventer måling i beamsplitter eller ved $\hat{\mathcal{H}}$), må man trække et operatorkort fra bunken. Er det derefter muligt at få en tilstand fri ved at måle, må man slå med terningen og flytte den frie tilstand.

Man kan, når man har tur, anvende ét operator-kort på sin(e) tilstand(e), der står på et **tomt felt**: Et felt, der enten er blankt, skraveret (om skraverede felter se senere) eller mærket med et $\hat{O}$ eller en node. Desuden kan man til hver en tid med et tilstands-kort starte en ny tilstand (idet hver spiller dog højst kan have tre tilstande på brættet). Virkningen af operatorkortene er beskrevet nedenfor. Idet man forlader et tomt felt, kan man efterlade en "mine" i form af et operatorkort med bagsiden opad. Rammer en tilstand et felt med en mine, anvendes mine-kortet straks på tilstanden.

Hvis to tilstande i samme mode, med samme frekvens og kommende fra samme retning mødes (f.eks. afventende måling eller i kaviteten), interfererer de konstruktivt: Den ene tilstand overtager alle fotoner, den anden udgår (f.eks. en to-fotontilstand, der møder en tre-fotontilstand, bliver til én fem-fotontilstand). Der sker intet med to tilstande (i samme mode), der mødes frontalt, eller tilstande i forskellige modes, der mødes.

Felter:

- $\hat{O}$: Træk et operatorkort. Kortet kan gemmes.
- $\hat{a}^\dagger$: Skabelsesoperator. En tilstand, der rammer dette felt, får sit fotontal øget med én.
- $\hat{a}$: Annihilationsoperator. En tilstand der rammer dette felt, får sit fotontal formindsket med

én. **NB:** Virkes med annihilationsoperatoren på en vakuumtilstand, forsvinder den: $\hat{a} |0\rangle = 0$, og tilstanden fjernes fra spillepladen.

- $\hat{\mathcal{H}}$: $\hat{\mathcal{H}} = h\nu(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2})$. Her står en fysiker, der vil vide, hvad ens energi er. Man kan ikke gå videre, før man har lagt en kombination af operatorkort, der giver $\hat{a}^\dagger\hat{a}$ og fortalt fysikeren resultatet.
- **////:** **Område med dispersion.** Frekvensfordoblede tilstande, der starter omgangen i dette område, flytter det dobbelte af terningens øjne. (Brydningsindekset er $n(\nu) = 1/\nu$, så hastigheden, $v = c/n(\nu)$, er proportional med ν .)
- **Node:** Interferometer-felt. Når en tilstand lander på dette felt, skal den pågældende spiller rykke spejlet i interferometerarmen ét felt. Hvis spejlet derved ville lande på et felt, hvor der står en brik, bliver det stående, hvor det var.

Optiske elementer etc.:

Laser: Laseren er en pulseret laser (evt. en farvestof-laser). Alle nye tilstande starter her. En tilstand, der rammer laseren igen, reflekteres. **Stråledåsen:** Tilstande, der ender i stråledåsen, er tabt. **Spejl:** Hvis der ved et spejl ikke er angivet en sandsynlighed for refleksion, er spejlet 100% reflekterende. Ellers slås med en terning svarende til de angivne sandsynligheder for refleksion. Spejlene tælles ikke som felter; en tilstand kan altså ikke lande på et spejl, men vil selvfølgelig altid mærke spejlet, når den passerer det. Når der vendes helt om ved et spejl, tæller det som at rykke et felt, i modsætning til, naar der bare drejes om hjørnet (ved de skrå spejle).

NB: Spejlet ved indgangen til den korteste kaviteten har forskellige sandsynligheder for transmission og refleksion afhængig af, hvilken retning tilstanden kommer fra.

Eksempel: Spejlet ved udgangen af den længste kaviteten har sandsynligheden 1/2 for refleksion og 1/2 for transmission (fra begge sider). Om tilstanden reflekteres eller ej bestemmes ved at kaste en terning, f.eks.: fås 1,2 eller 3 reflekteres tilstanden, slås 4,5 eller 6 transmitteres den.

Frekvensfordoblingskrystal (f. eks. KDP): Landes på et af disse felter fordobles tilstandens frekvens, såfremt den har tilstrækkelig intensitet, hvilket er defineret til et fotontal $n \geq 4$. På grund af energibevarelse halveres antallet af fotoner i tilstanden (der rundes ned). For at markere frekvensfordoblingen placeres et 2ν -kort ved/i spillebrikken. Bliver en 2ν tilstand fordoblet, bliver frekvensen 4ν osv. **NB:** Frekvensfordoblede tilstande, der står i det dispersive område, flytter det dobbelte af terningens øjne, 4ν -tilstande flytter fire gange så hurtigt, osv.

Prisme: I et prisme afbøjes lys afhængigt af dets frekvens (farve). Frekvensfordoblede tilstande, der lander på et prismefelt, afbøjes ud i en stråledåse, idet prismet tænkes orienteret således, at kun en foton med energien $h\nu$ forsætter i strålegangens retning.

Beamsplitter (forkortet B.S.): En beamsplitter er et halvgennemsigtigt spejl, der deler/samler strålen (beamet). I forbindelse hermed laves "Quantum Nondemolition"-måling af foton-tallet i den ene gren. Spillere skal selv aflevere et eller to operatorkort, der giver en $\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ til denne måling, ellers må spillebrikken blive stående, indtil måling kan finde sted. Måling skal foretages umiddelbart inden, der flyttes videre – eventuelt midt i et flyt. Ender en tilstand på beamsplitteren, foretages målingen først i begyndelsen af næste runde. Hvordan strålen deles, afgøres ved terningkast efter den tabellerede sandsynlighedsfordeling. To tilstande, der mødes fra direkte modsatte retninger, mærker ikke hinanden. Der fortsætter altid tilstande i begge retninger efter måling ved beamsplitter. Er der ingen fotoner i den ene retning, fortsætter en vakuumtilstand (som man kan vælge at lade spredes ud, hvis man allerede har 3 tilstande i gang på brættet). En vakuumtilstand deles ved beamsplitteren i to vakuumtilstande. Beamsplitteren virker på **alle** (passerende) tilstande uanset, hvor langt terningkastet rækker.

N.B. Beamsplitteren ved interferometeret har allerede de nødvendige operatorkort til måling, så her kan måling foretages direkte uden brug af operatorkort.

Foton-ekko: Hvis en tilstand lander på et foton-ekko med samme frekvens som tilstanden, afleveres én foton, hvis der ikke allerede ligger en tændstik (foton) i feltet ved siden af ekko-felterne. Et ekko udløses, når en brik med mindst én foton rammer et ekko-felt med samme frekvens, hvor der allerede ligger en tændstik (foton). Der startes derved en 1-fotontilstand, $|1\rangle$, tilhørende den spiller, der udløste ekkoet. Den nye tilstand kommer i spil én runde senere. Herved tømmes ekko-feltet. Hvert foton-ekko svarer til tre felter på spillepladen, og der kan kun oplagres én foton pr. ekko. Det kan ske, at en tilstand med mindst to fotoner først afleverer en foton til ekkoet, og i næste runde igen lander på ekko-felterne, før nogen anden tilstand. I så fald udløser tilstanden ekkoet, ganske som enhver anden tilstand med mindst én foton ville gøre.

Kavitet: Består af to spejle og et gain-medium. Gain-mediet, der tænkes at være en gas af to-niveau-atomer, er inverteret fra starten, d.v.s. alle atomer er exciterede (markeres ved, at elektronen (lille kort) er i den øvre tilstand i det tilhørende excitationsfelt nedenfor). Landes der på et felt i kaviteten, afgøres med et terningkast, om det tilsvarende atom henfalder til grundtilstanden. Sker dette, flyttes elektronen ned i grundtilstanden i excitationsfeltet, og tilstandens fotontal øges med én. Sandsynligheden for dette afhænger af antallet af fotoner i tilstanden (se tabel på brættet). Næste gang den brik, der fik atomet til at henfalde, flyttes, inverteres mediet i dette felt igen (elektronen flyttes til den øvre tilstand). Landes på et felt i grundtilstanden afgøres på tilsvarende vis (den anden tabel på brættet), om man mister en foton til atomet, der derved exciteres. For frekvensfordoblede tilstande har gain-mediet ingen effekt.

Eksempel: En 1-fotontilstand kommer ind i kaviteten. Hvis spilleren slår 1 eller 2, får tilstanden en ekstra foton (d.v.s. den bliver en 2-fotontilstand, og en elektron hen-

falder til grundtilstanden). Hvis 2-fotontilstanden efter næste ryk ikke har forladt kaviteten, er det så muligt at vinde en ekstra foton, hvis der slås 1, 2 eller 3.

Interferometer: Består af to arme, hvori lyset splittes op ved beamsplitteren. Den ene arm indeholder en kavitet. Den anden arm er symboliseret ved en højttaler på spillepladen og indeholder et spejl, som flyttes frem og tilbage for at ændre den vejlængde, lyspulsens bevæger sig i interferometerarmen. Spejlet er 100% reflekterende. Hver gang, en spiller lander på et interferometer-felt (et felt med en node på), skal spejlet flyttes ét felt. Hvis spejlet derved lander på et felt, hvor der allerede står en brik, bliver det stående, hvor det var. En pil på spejlet hjælper til at huske, hvilken vej spejlet er i gang med at flytte.

Self-Induced Transparency: I dette medium kan kun tilstande med et bestemt antal fotoner (0,1,4,9,16,...) slippe igennem. Eventuelle overskydende fotoner absorberes og fjernes fra spillebrikken.

Eksempel: En 3-fotontilstand, der lander i mediet, bliver til en 1-fotontilstand; en 4-fotontilstand, der lander i mediet, sker der intet med.

Detektor: Når en tilstand når detektoren, lagres dens fotoner i den rubrik, der tilhører pågældende spiller og den tomme brik tages ud af spillet. Den spiller, der først har fået mindst 6 fotoner i detektoren, har vundet spillet.

Operator-kort:

Skal benyttes i begyndelsen af ens tur (undtagen ved målinger i beamsplitter). Kort kan lægges som "miner" på tomme felter. I parentes er angivet et anbefalet antal af kort af den pågældende slags.

$\hat{a}^\dagger$ (14 stk), $\hat{a}$ (12 stk), $\hat{a}^\dagger \hat{a}^\dagger$ (3 stk), $\hat{a} \hat{a}$ (2 stk), $\hat{a}^\dagger \hat{a}$ (3 stk), $\hat{P}_{|0\rangle}$ (1 stk), $\cdot \cdot \cdot$ (støv) (1 stk), $| \cdot \rangle$ (2 stk), $| 0 \rangle$ (2 stk), $| 1 \rangle$ (3 stk) og $| 2 \rangle$ (1 stk).

Kortene kan man anvende på en (eller flere) af sine tilstande, såfremt denne (disse) står på et tomt felt. Der må kun benyttes ét kort pr. tilstand i hver spillerunde. Dog må der benyttes to kort, når det er nødvendigt for måling.

$\hat{a}^\dagger$ og $\hat{a}$ virker som beskrevet i afsnittet: "Felter".

$\hat{a} \hat{a}$ annihilerer (fjerner) to fotoner fra en tilstand: vakuum- og 1-fotontilstande udgår eftersom $\hat{a} \hat{a} |1\rangle = \hat{a} |0\rangle = 0$ og $\hat{a} \hat{a} |0\rangle = \hat{a} 0 = 0$.

$\hat{a}^\dagger \hat{a}^\dagger$ skaber to ekstra fotoner i tilstanden.

$\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ måler fotontallet. (Kan f.eks. benyttes i beamsplitter.)

$\hat{P}_{|0\rangle}$ projicerer på vakuumtilstanden - tilstanden tømmes for fotoner.

$\cdot \cdot \cdot$ (støv) spreder tilstanden, som herved udgår.

$| \cdot \rangle$ (spejl): Må lægges foran en af ens egne tilstande. Spejlet forsvinder, når man har anvendt det én gang. Tilstanden reflekteres med sandsynlighed 2/3 og transmitteres med sandsynlighed 1/3.

$|0\rangle$, $|1\rangle$, $|2\rangle$ giver nye tilstande, der starter forfra i begyndelsen af ens tur. Har man i forvejen tre tilstande, vælger man selv, hvilken af ens tilstande, der spredes ud.

Ved måling kan flere kort kombineres. Her skal operatorerne anvendes i den rigtige rækkefølge.

Eksempel: Måling ved beamsplitter (d.v.s. $\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$) ønskes. I mangel af bedre lægges $\hat{a}^\dagger \hat{a}^\dagger$ og $\hat{a} \hat{a}$. Operatorerne anvendes fra højre, hvorved fotontallet først sænkes med én (en vakuumtilstand går tabt!), dernæst udføres målingen, og strålen splittes, og til sidst får spilleren en ekstra foton i én af de to tilstande efter eget valg.

Flere skøre idéer:

Her har vi samlet de af vore idéer, som vi har valgt ikke at tage med i denne udgave af reglerne. Læseren er velkommen til at prøve sig frem med disse og egne skøre idéer - helt på eget ansvar.

Interferens: Indhenter én spillers tilstand en anden spillers tilstand, som står på et **tomt felt**, opstår interferens mellem de to tilstande. Dette betyder, at den indhentede spillers tilstand forsvinder væk fra spillebrættet og den indhentende overtager den indhentes fotoner. På denne måde indføres det fra Ludo kendte jagtbegreb i FOTON. Bemærk dog, at denne regel er i modstrid med spillets antagelse om, at forskellige spillers brikker repræsenterer forskellige modes.

Møde: Operatorkrig. Lander en spiller på et felt (ikke beamsplitter eller $\mathcal{H}$), hvor en anden spiller står, må han/hun bruge et operator-kort på den andens eller sin egen tilstand. Derefter må den anden spiller, såfremt dennes tilstand stadig eksisterer, bruge et kort. Derefter skiftes spillerne til at bruge kort, indtil én af spillerne vælger at lade være, eller én af tilstandene er forsvundet.

Måling: Ved måling skal man sige energien højt til de andre spillere. Hvis man regner den forkert ud, er målingen forkert og skal gøres om, og de anvendte operatorkort er gået tabt.

Andre målinger: Man kunne lave andre målinger end quantum non-demolition målinger, disse må dog koste mindst én foton.

Matricelementer: Hvis to tilstande, der kommer fra modsatte retninger, $\langle n |$ og $| m \rangle$, mødes, så deres tilstande danner et matricelement (bra, operator, ket: $\langle n | \hat{O} | m \rangle$), skal matricelementet udregnes.

Forslag 1: Hvis dette viser sig at give nul, udgår begge tilstande. Giver målingen derimod et tal, får begge tilstande dette antal fotoner ekstra i deres tilstande, inden de går videre.

Forslag 2: Begge spillere får lov at trække så mange operatorkort, som matricelementet giver, og tilstandene udgår.

Kommutatorrelationer: Her kan man udnytte sin viden inden for kvantemekanik til selv at danne de ønskede operatorer ud fra kommutatorrelationer, der involverer de operatorer, man har kort til. F.eks. kan udnyttes at $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = \hat{a} \hat{a}^\dagger - \hat{a}^\dagger \hat{a} = 1$.

Det er op til læserens fantasi at bestemme, hvorledes de dannede konstanter skal benyttes.

Kavitæt, alternativ regel: En tilstand, der rammer det halv-gennemskinnelige spejl, deles som ved beamsplitter.

En spiller vil altså kunne tjene fotoner i gain-mediet i lang tid og hele tiden "spytte" små portioner videre. Reglen kræver, at man tillader mere end 3 tilstande pr. spiller.

Chopper: Lader tilstande passere med en given sandsynlighed (ens for alle).

Polarisation: Ud over at karakterisere sine tilstande ved antallet af fotoner(n) og udbredelsesfrekvens (ν eller 2ν), kan man give hver tilstand en polarisation. I opstillingen kan nu opsættes polarisationsfiltre, der f.eks. kun tillader den vertikale del af polarisationen at passere. Desuden kan opsættes dobbeltbrydende krystaller, hvis brydningsindeks afhænger af lysets polarisation (birefringence).

balzers

Den enkleste metode til
pålidelig gasanalyse



Sænk udgifterne ved erkendelse
af proces-problemer, før kostbar
produktionstid tapes



Nordiska Balzers AB
Baunegårdsvej 7L
DK-2820 Gentofte
Tel 31 68 32 61
Fax 31 68 22 55

Nordiska Balzers AB
Box 10412
S-434 24 Kungsbacka
Tel *46-300 710 80
Fax *46-300 172 85

Beamsplittertabeller

I disse tabeller ses, hvorledes strålen deles efter passage af beamsplitteren. Fotontilstande, der passerer beamsplitteren samtidigt, interferer kun med hinanden som beskrevet i tabellerne, såfremt de tilhører samme spiller og ikke kommer direkte mod hinanden (tilstande, der kommer fra samme retning interfererer konstruktivt – se Generelle spilleregler), dvs. såfremt der entydigt er en brik, der kommer fra højre, og en fra venstre. Man forestiller sig altså, at man står mellem de to veje, brikkerne kommer fra, og kigger på beamsplitteren. Retningerne højre og venstre efter interferensen ved beamsplitteren er derved også fastlagt. Har man kun en enkelt tilstand ved beamsplitteren, da defineres de to mulige udveje hhv. højre og venstre ved, at lyset reflekteres og/eller transmitteres ved beamsplitteren.

Den samlede fotontilstand før beamsplitteren, ϕ_{12} , betegnes med to tal, n og m , således: $|n, m\rangle$, hvor tallet n fortæller, hvor mange fotoner der er i tilstanden, der kommer fra venstre, og m tilsvarende er antallet af fotoner i tilstanden fra højre. Den udgående stråle ϕ_{34} karakteriseres også ved to tal: $|n', m'\rangle$, hvor n' og m' angiver, hvor mange fotoner der er i de tilstande, der henholdsvis fortsætter til venstre og højre efter beamsplitteren.

Benyttelse af tabellen

- ϕ_{12} : Indkommende (total) fotontilstand.
 N : Antal terninger, der skal benyttes.
 r_1 : Antal øjne på terning 1.
 r_2 : Antal øjne på terning 2.
 r : Resultat af terningkast, for $N=2$ givet ved $r = (r_1 - 1) * 6 + r_2$.
 ϕ_{34} : Udgående (total) fotontilstand.
 $P_{12 \rightarrow 34}$: Angiver den præcise sandsynlighed udregnet jvf. nedenstående teori.

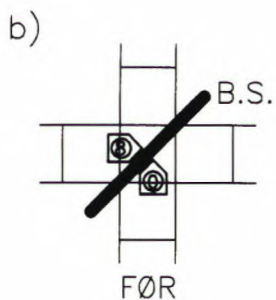
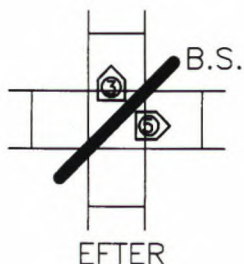
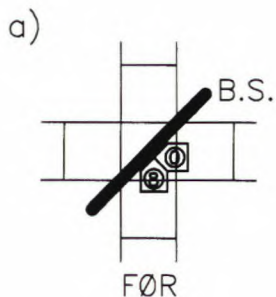
Man kan enten vælge at benytte den præcise sandsynlighedsfordeling ($P_{12 \rightarrow 34}$) for ϕ_{34} , eller man kan bruge den simplificerede indgang i tabellen (r). 4-, 8-, 10- og 12-sidede terninger (eller en lommeregner, der kan genere tilfældige tal) er nyttige, hvis man vil benytte den præcise sandsynlighedsfordeling. Under den simplificerede indgang til tabellen er den præcise sandsynlighedsfordeling approksimeret ved tal r . r ligger mellem 1 og 6 for $N=1$ og mellem 1 og 36 for $N=2$. Dette gør det muligt at bestemme den samlede udgående fotontilstand ved hjælp af ét terningkast med højst to terninger.

For $N=2$ slås et tilfældigt tal mellem 1 og 36 således: r_1 og r_2 er antallet af øjne på henholdsvis terning 1 og 2. Tallet r mellem 1 og 36 fås ved:

$$r = (r_1 - 1) * 6 + r_2$$

Eksempel:(Se illustration). En 8-fotontilstand kommer til en beamsplitter fra venstre. Fra højre kommer ingenting (eller evt. en vacuumtilstand). I tabellen ses under $\phi_{12} = |8, 0\rangle$. Man tager to terninger og slår resultatet $r_1=4$ og $r_2=3$, hvilket giver $r=21$. Ved opslag i tabellen fås $\phi_{34} = |3, 5\rangle$, dvs. en 3-fotontilstand fortsætter til venstre og en 5-fotontilstand til højre.

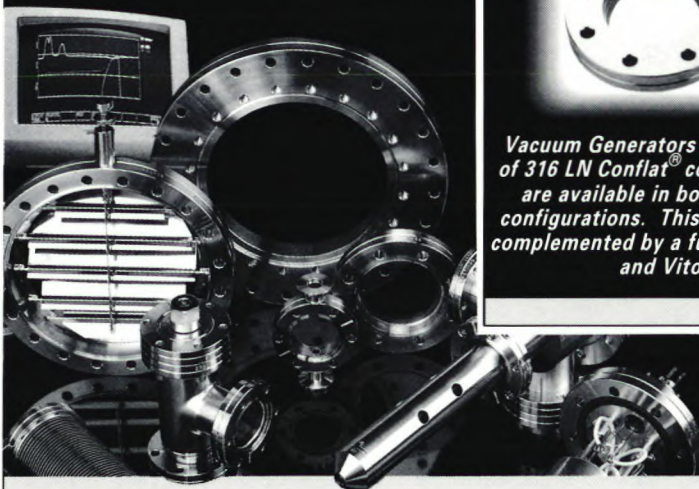
ϕ_{12}	N	r	ϕ_{34}	$P_{12 \rightarrow 34}$
$ 0, 0\rangle$	0	alle	$ 0, 0\rangle$	1
$ 1, 0\rangle$ eller $ 0, 1\rangle$	1	1-3 4-6	$ 1, 0\rangle$ $ 0, 1\rangle$	1/2 1/2
$ 2, 0\rangle$ eller $ 0, 2\rangle$	1	1 2 3-4 5-6	$ 2, 0\rangle$ $ 0, 2\rangle$ $ 1, 1\rangle$ slå om	1/4 1/4 2/4
$ 3, 0\rangle$ eller $ 0, 3\rangle$	2	1-4 5-8 9-20 21-32 33-36	$ 3, 0\rangle$ $ 0, 3\rangle$ $ 2, 1\rangle$ $ 1, 2\rangle$ slå om	1/8 1/8 3/8 3/8
$ 4, 0\rangle$ eller $ 0, 4\rangle$	2	1-2 3-4 5-12 13-20 21-32 33-36	$ 4, 0\rangle$ $ 0, 4\rangle$ $ 3, 1\rangle$ $ 1, 3\rangle$ $ 2, 2\rangle$ slå om	1/16 1/16 4/16 4/16 6/16
$ 5, 0\rangle$ eller $ 5, 0\rangle$	2	1 2 3-7 8-12 13-22 23-32 33-36	$ 5, 0\rangle$ $ 0, 5\rangle$ $ 4, 1\rangle$ $ 1, 4\rangle$ $ 3, 2\rangle$ $ 2, 3\rangle$ slå om	1/32 1/32 5/32 5/32 10/32 10/32
$ 6, 0\rangle$ eller $ 0, 6\rangle$	2	1 2 3-5 6-8 9-16 17-24 25-35 36	$ 6, 0\rangle$ $ 0, 6\rangle$ $ 5, 1\rangle$ $ 1, 5\rangle$ $ 4, 2\rangle$ $ 2, 4\rangle$ $ 3, 3\rangle$ slå om	1/64 1/64 6/64 6/64 15/64 15/64 20/64
$ 7, 0\rangle$ eller $ 0, 7\rangle$	2	1-2 3-4 5-10 11-16 17-26 27-36	$ 7, 0\rangle$ $ 0, 7\rangle$ $ 6, 1\rangle$ $ 1, 6\rangle$ $ 5, 2\rangle$ $ 2, 5\rangle$ $ 4, 3\rangle$ $ 3, 4\rangle$	1/128 1/128 7/128 7/128 21/128 21/128 35/128 35/128
$ 8, 0\rangle$ eller $ 0, 8\rangle$	2	1 2 3-6 7-10 11-18 19-26 27-36	$ 8, 0\rangle$ $ 0, 8\rangle$ $ 7, 1\rangle$ $ 1, 7\rangle$ $ 6, 2\rangle$ $ 2, 6\rangle$ $ 5, 3\rangle$ $ 3, 5\rangle$ $ 4, 4\rangle$	1/256 1/256 8/256 8/256 28/256 28/256 56/256 56/256 70/256
$ 9, 0\rangle$ eller $ 0, 9\rangle$	2	1 2 3-4 5-6 7-12 13-18 19-27 28-36	$ 9, 0\rangle$ $ 0, 9\rangle$ $ 8, 1\rangle$ $ 1, 8\rangle$ $ 7, 2\rangle$ $ 2, 7\rangle$ $ 6, 3\rangle$ $ 3, 6\rangle$ $ 5, 4\rangle$ $ 4, 5\rangle$	1/512 1/512 9/512 9/512 36/512 36/512 84/512 84/512 126/512 126/512
$ 10, 0\rangle$ eller $ 0, 10\rangle$	2	1 2 3-4 5-6 7-10 11-14 15-21 22-28 29-36	$ 10, 0\rangle$ $ 0, 10\rangle$ $ 9, 1\rangle$ $ 1, 9\rangle$ $ 8, 2\rangle$ $ 2, 8\rangle$ $ 7, 3\rangle$ $ 3, 7\rangle$ $ 6, 4\rangle$ $ 4, 6\rangle$ $ 5, 5\rangle$	1/1024 1/1024 10/1024 10/1024 45/1024 45/1024 120/1024 120/1024 210/1024 210/1024 252/1024



ϕ_{12}	N	r	ϕ_{34}	$P_{12 \rightarrow 34}$
$ 1, 1\rangle$	1	1-3 4-6	$ 2, 0\rangle$ $ 0, 2\rangle$	1/2 1/2
$ 2, 1\rangle$ eller $ 1, 2\rangle$	2	1-12 13-24 25-28 29-32 33-36	$ 3, 0\rangle$ $ 0, 3\rangle$ $ 2, 1\rangle$ $ 1, 2\rangle$ slå om	3/8 3/8 1/8 1/8
$ 2, 2\rangle$	2	1-12 13-24 25-32 33-36	$ 4, 0\rangle$ $ 0, 4\rangle$ $ 2, 2\rangle$ slå om	3/8 3/8 2/8
$ 3, 1\rangle$ eller $ 1, 3\rangle$	1	1 2 3 4 5-6	$ 4, 0\rangle$ $ 0, 4\rangle$ $ 3, 1\rangle$ $ 1, 3\rangle$ slå om	1/4 1/4 1/4 1/4
$ 3, 2\rangle$ eller $ 2, 3\rangle$	2	1-10 11-20 21-22 23-24 25-28 29-32 33-36	$ 5, 0\rangle$ $ 0, 5\rangle$ $ 4, 1\rangle$ $ 1, 4\rangle$ $ 3, 2\rangle$ $ 2, 3\rangle$ slå om	5/16 5/16 1/16 1/16 2/16 2/16
$ 4, 1\rangle$ eller $ 1, 4\rangle$	2	1-5 6-10 11-19 20-28 29-30 31-32 33-36	$ 5, 0\rangle$ $ 0, 5\rangle$ $ 4, 1\rangle$ $ 1, 4\rangle$ $ 3, 2\rangle$ $ 2, 3\rangle$ slå om	5/32 5/32 9/32 9/32 2/32 2/32

C:\COMPONENTS
SELECT CAPABILITY:
VACUUM GENERATORS
FLANGES IN 316 LN
VG MICROTCH
VG QUADRUPOLES

The Seal of Approval from UHV Science



316 LN Stainless Steel Flanges for the Ultimate in Sealing Performance

Not only does 316LN have a much lower magnetic permeability and lower outgassing rates when compared to 304, but this exceptional grade of material is also much more resistant to the knife edge 'roll-over' that can occur when UHV joints are repeatedly made and broken.



Vacuum Generators stock a complete range of 316 LN Conflat® compatible flanges which are available in both fixed and rotatable configurations. This range of flanges is also complemented by a full range of OFHC Copper and Viton® gaskets.

VACUUM GENERATORS

FISONS
Instruments

Fisons Instruments Nordic AB
Box 1176
S-171 23 SOLNA
Sweden
Tel : +46 08 730 02 95
Fax : +46 08 730 42 42

Om elektromagnetisk stråling og fotoner

En af de første iagttagelser af, at stråling kunne opfattes som bestående af en samling små energiportioner, blev gjort af Planck, da han studerede hulrumsstrålingen¹. Strålingen fra et ophedet legeme i ligevægt var adskillige år tidligere blevet behandlet klassisk og specielt, hvad angik hulrumsstråling, havde man fundet modstrid mellem de eksperimentelle observationer og den gængse teoretiske model. Modellen var baseret på Rayleigh-Jeans fordelingsloven, som sagde, at den udstrålede intensitet fra et hulrum skulle være omvendt proportionalt med kubben på bølgelængden. I grænsen af store bølgelængder ligner de eksperimentelle resultater Rayleigh-Jeans modellen, men for små bølgelængder udvises ikke noget maksimum, modellen divergerer totalt fra eksperimenterne. Denne opførsel ved små bølgelængder er kendt som den *ultraviolette katastrofe*. De klassiske betragtninger byggede på den statistiske termodynamik, og var gennemført uden at lægge bånd på energien associeret med det elektriske felt i hulrummet. Dette viste sig at være principielt forkert. Planck løste gåden, idet han antog, at energien kun kunne antage diskrete værdier, bestående af et helt antal portioner af energikvantet $h\nu$, hvor ν er frekvensen, og h er Planck's konstant. Heraf udledte Planck sin strålingslov og skabte overensstemmelse mellem teori og eksperiment. Det nye energikvant blev døbt *fotonen*.

Plancks måde at gribe hulrumsstrålingen an på kunne betegnes som en indledende kvantisering af det elektromagnetiske felt. Idéen om, at energi var kvantiseret, gav skub i en ny udvikling inden for fysikken. Kvantemekanikken blev født. Feltkvantisering er i dag en del af en fundamental teori for beskrivelsen af vekselvirkning mellem lys og stof. Teorien, som kaldes *kvante-elektrodynamikken*, forener bølgeaspektet af den elektromagnetiske stråling med partikelaspektet, det vil sige fotonen.

Vi vil nu gå videre med idéen om kvantisering af det elektromagnetiske felt. Først specificeres det område, inden for hvilket vi ønsker at kvantisere. For at gøre det lettere for os selv vil vi kvantisere feltet i en kasse (kavitet) med perfekt reflekterende sider. Kassen har volumen V , og strålingen i kassen udgør et isoleret system. Sætter man sådanne rumlige begrænsninger på et elektromagnetisk felt, opstår *mode*-begrebet. Kassens endelige størrelse tillader kun elektromagnetisk stråling at optræde i bestemte modes (svingningstilstande) svarende til, at feltet består af stående bølger. Til enhver elektromagnetisk bølge er endvidere knyttet en polarisation og en udbredelsesretning. Polarisationen angiver retningen af det elektriske felt, og udbredelsesretningen for bølgen er angivet ved en bølgevektor k . Vi vælger her at betragte en mode af det elektromagnetiske felt, der udbreder sig langs en veldefineret retning, som døbes x -retningen. En mode af det elektromagnetiske felt er således karakteriseret ved en frekvens ν , en bølgevektor k og en polarisation.

I det følgende betragtes kun én enkelt mode af det elektromagnetiske felt.

Ud fra Maxwells ligninger er det muligt at udlede et udtryk for den elektromagnetiske energitæthed i et felt. Betragtes et lille volumen dV i kassen med energitætheden $\mathcal{U}$ vil $\mathcal{U}dV$ angive den mængde elektromagnetisk energi, der er til rådighed i volumenet. Energitætheden er:

$$\mathcal{U} = \frac{\epsilon_0}{2}(E^2 + c^2 B^2) \quad (1)$$

hvor E er det elektriske felt, B er det magnetiske felt, ϵ_0 er vakuum permittiviteten og c er lyshastigheden. For systemet som helhed opskrives en funktion $\mathcal{H}$, der sættes lig den totale energi af systemet. Denne funktion kaldes den klassiske Hamiltonfunktion, og kan udtrykkes som et integral af energitætheden over volumenet V :

$$\mathcal{H} = \frac{\epsilon_0}{2} \int_V (E^2 + c^2 B^2) dV \quad (2)$$

At opstille den klassiske Hamiltonfunktion for et fysisk system er ofte det første skridt på vejen til en kvantisering af systemet. Man får de kvantemekaniske ligninger ud fra de klassiske ligninger ved at erstatte de klassiske størrelser, som for eksempel det elektriske felt E og det magnetiske felt B , med tilsvarende kvantemekaniske *operatorer*.

Til forskel fra den klassiske fysik betragter man i kvantemekanikken fysiske systemer som værende i bestemte *tilstande*. Fysiske størrelser bestemmes ved at anvende kvantemekaniske operatorer på disse tilstande. Lader man en operator virke på en tilstand, får man en *fysisk observabel*. Kvantemekaniske operatorer markeres ved at anbringe en "hat" over det tilsvarende symbol for den klassiske størrelse. Eksempelvis er $\hat{E}$ den elektriske feltoperator, det vil sige den kvantemekaniske analog til det klassiske elektriske felt E .

Tilstande i kvantemekanikken har fået deres helt specielle symbol. Symbolet kaldes en *ket* og skrives: $| \rangle$. Man anbringer et bogstav eller et symbol i ketten for at kunne holde styr på, hvilken type tilstand man arbejder med. For eksempel vil $|n\rangle$ komme til at betegne en foton-tilstand med n fotoner.

Vi skal introducere to nye kvantemekaniske operatorer, der viser sig at være særdeles velegnede til at beskrive det kvantiserede elektromagnetiske felt. Disse er de såkaldte *step-operatorer*, og skrives som henholdsvis $\hat{a}^\dagger$ og $\hat{a}$. Ved hjælp af disse operatorer opstilles Hamiltonoperatoren for en enkelt mode af det elektromagnetiske felt, og ser således ud:

$$\hat{\mathcal{H}} = h\nu(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2}) \quad (3)$$

Ligning (3) er den kvantemekaniske analog til ligning (2), og det indses, at $\hat{a}^\dagger$ og $\hat{a}$ må være relateret til det elektriske og det magnetiske felt. Vi vil imidlertid slet ikke

bekymre os om de eksakte definitioner af de to operatoren, men snarere koncentrere os om deres egenskaber.

Vi nævnte tidligere, at den klassiske Hamiltonfunktion for elektromagnetisk stråling var lig energien af systemet. Tilsvarende vil Hamiltonoperatoren for elektromagnetisk stråling anvendt på en fysisk tilstand give den observable energi $\mathcal{E}$. Man kan forestille sig Hamiltonoperatoren $\hat{\mathcal{H}}$ som en funktion, der opererer på en tilstand $|n\rangle$ og som resultat giver den observable energi $\mathcal{E}_n$. For en tilstand $|n\rangle$ gælder:

$$\hat{\mathcal{H}}|n\rangle = \mathcal{E}_n|n\rangle \quad (4)$$

Bemærk at der implicit i denne skrivemåde forstås et opererer på mellem $\hat{\mathcal{H}}$ og $|n\rangle$, hvorimod der mellem $\mathcal{E}_n$ og $|n\rangle$ er et normalt gangetegn. Tilstandene $|n\rangle$ kaldes *fotontilstande*, og variabelen n kan fortolkes som antallet af fotoner i fotontilstanden. $\mathcal{E}_n$ er altså energien af fotontilstanden $|n\rangle$.

Særlige egenskaber ved step-operatorerne findes når man lader disse operere på fotontilstande. Operationerne følger lovmæssighederne:

$$\hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle \quad (5)$$

$$\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle \quad (6)$$

Ved at anvende $\hat{a}^\dagger$ på en fotontilstand med n fotoner opnås en fotontilstand med $n+1$ fotoner, og det modsatte gør sig gældende for $\hat{a}$ -operatoren. Populært siges det, at $\hat{a}^\dagger$ skaber en foton i en mode af det elektromagnetiske felt, mens $\hat{a}$ tilintetgør (annihilerer) en foton i moden.

Vi konstruerer en operator: $\hat{n} = \hat{a}^\dagger\hat{a}$ og lader den virke på en fotontilstand med n fotoner. Benyttes ligning (5) og (6) fås:

$$\begin{aligned} \hat{n}|n\rangle &= \hat{a}^\dagger\hat{a}|n\rangle \\ &= \hat{a}^\dagger\sqrt{n}|n-1\rangle \\ &= \sqrt{n}(\hat{a}^\dagger|n-1\rangle) \\ &= \sqrt{n}\sqrt{n}|n\rangle \\ &= n|n\rangle \end{aligned}$$

Når vi virker med $\hat{n}$ -operatoren på en fotontilstand $|n\rangle$, får vi antallet af fotoner n i den betragtede tilstand. Operatoren $\hat{n}$ døbes *antalsoperatoren*. For at bestemme antallet af fotoner i en fotontilstand skal man altså bruge en $\hat{a}^\dagger$ - og en $\hat{a}$ -operator.

Energien $\mathcal{E}_n$ indeholdt i en mode af det elektromagnetiske felt i kaviteten fås ved at anvende Hamiltonoperatoren (ligning 3 og 4) på en fotontilstand.

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{H}}|n\rangle &= h\nu(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2})|n\rangle \\ &= h\nu(\hat{n} + \frac{1}{2})|n\rangle \\ &= h\nu(n + \frac{1}{2})|n\rangle \end{aligned}$$

Det vil sige,

$$\mathcal{E}_n = h\nu(n + \frac{1}{2}) \quad (7)$$

Vi kan bestemme energien af en fotontilstand ved at benytte de to operatoren $\hat{a}^\dagger$ og $\hat{a}$. Hver gang en tilstand forøger sit fototal med én ($|n\rangle \rightarrow |n+1\rangle$), forøges dens energi med $h\nu$. Dette er i overensstemmelse med Plancks antagelse om, at energien af elektromagnetisk stråling er givet ved et helt antal af kvantet $h\nu$.

Det blev nævnt, at step-operatorerne afhang af det elektriske og det magnetiske felt. Det er muligt at udtrykke den elektriske og den magnetiske feltoperator ved step-operatorerne.

$$\begin{aligned} \hat{E} &= E_0(\hat{a}^\dagger + \hat{a})\sin(kx), & E_0 &= \sqrt{\frac{h\nu}{\epsilon_0 V}} \\ \hat{B} &= B_0(\hat{a}^\dagger - \hat{a})\cos(kx), & B_0 &= \frac{1}{c}E_0 \end{aligned}$$

En væsentlig forskel mellem den klassiske og den kvantemekaniske feltbeskrivelse opdager man, når man lader fototallet blive nul. Det vil sige, når man betragter en fotontilstand uden fotoner. Denne tilstand kaldes *vakuumtilstanden*, $|0\rangle$, og er en kvantemekanisk tilladt tilstand for det elektromagnetiske felt.

Den spontane emission, det vil sige udsendelsen af lys fra et atom, der henfalder fra en exciteret tilstand til en lavereliggende tilstand, er forårsaget af vekselvirkning med vakuumtilstanden. Lignende vekselvirkning finder man, når man betragter den stimulerede emission, hvor en foton i nærheden af et exciteret atom stimulerer dette til at henfalde og udsende en foton.

Edwards High Vacuum Turbomolekularpumper

- ★ 4 basistyper
- ★ Ny EXT E økonomiversion
- ★ High Power DC-motor
- ★ 17 modeller
- ★ 40 flangevarianter
- ★ Lavt støj- og vibrationsniveau



Edwards High Vacuum er en af verdens førende producenter af vakuumpumper og -udstyr. Den nye EXT E version gør det nu muligt at anskaffe en Turbomolekular Vakuumpumpe til en fornuftig pris. Kan køles enten med luft eller vand, og kan styres af den normale EXC350 og EXC500 Turbo-kontroller. Edwards High Vacuum er også Dry Pumps, Diff. Pumps, Vakuüm måleinstrumenter, Frysetøringsanlæg og På-dampningsanlæg.

Ring for yderligere oplysninger!

Marielundvej 36
2730 Herlev
42 91 75 11

Buch & Holm A/S

Denne effekt udnyttes i laseren. I kølvandet på feltkvantiseringen følger en forståelse af den spontane emission, idet vakuumtilstanden er en naturlig del af det kvantiserede felt.

Der eksisterer en teknik, hvorved man kan bestemme antallet af fotoner i en fotontilstand uden at de forsvinder, som i en normal detektor. Teknikken, der anvendes, kaldes *quantum nondemolition*² og er baseret på en fasefølsom detektion af atomer, som har vekselvirket med en fotontilstand. En stråle af atomer med en veldefineret fase sendes gennem den kavitæt, hvori vores fotontilstand befinder sig. Fotonerne vil vekselvirke ikke-resonant med atomerne og påvirke deres fase. Faseskiftet bliver proportionalt med antallet af fotoner i fotontilstanden, og da vores vekselvirkning er ikke-resonant, kan absorptionsprocesser negligeres. Når atomerne passerer ud gennem den anden ende af kavitæten, analyseres deres fase ved målinger af overgangssandsynligheden for en bestemt atomar overgang. Med den faseinformation, man herved opnår, kan man udtale sig om, hvor mange fotoner der er i fotontilstanden.

I denne behandling af feltkvantisering har vi indført fotonbegrebet. At snakke om fotoner medfører feltkvantiseringen, og da Planck indførte kvantet for hulkorpusstrålingen, kvantiserede han faktisk det elektromagnetiske felt. En dybereliggende kvantemekanisk formalisme danner basis for beskrivelsen af den elektromag-

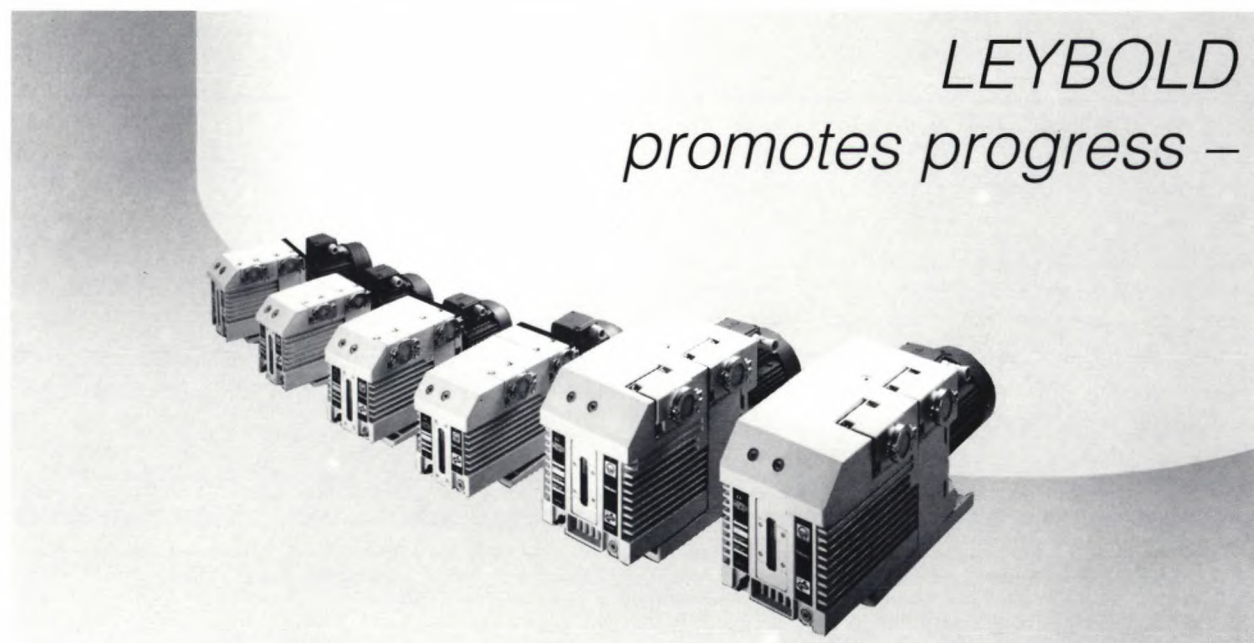
netiske stråling, men essensen udspringer af fotonbegrebet. Lys består af fotoner, og en foton er et kvant af det elektromagnetiske felt.

Referencer:

- 1) Bent Elbek, *KVANT* 4, 3. årgang (1992).
- 2) Serge Haroche and Jean-Michel Raimond, *Cavity Quantum Electrodynamics*, Scientific American, April 93.



Nina B. Thoft og Kim Lefmann er Ph.D.studerende i fysik på Forskningscenter Risø/Københavns Universitet. Rune H. Jacobsen er Ph.D.studerende i fysik ved Aarhus Universitet. Lene B. Oddershede er Ph.D.-studerende i fysik ved Odense Universitet/DTU,



with the well-proven rotary vane TRIVAC-B vacuum pump series.
Excellent final vacuum, integrated oil circulatory pump, high level of hydrogen compatibility, and smooth running are the TRIVAC-B pump features.

Interested? Ask your Leybold adviser.

LEYBOLD AG – A Degussa Company



Leybold ApS, Roskildevej 342, 2630 Tåstrup, Tlf. 43 99 64 44

En pris for en gåde?

Ove Nathan

Et sted i sin fængslende bog om Niels Bohr's tider, skriver Abraham Pais, at vore dages fysik er ahistorisk, en videnskab med en kort hukommelse. Synspunktet har noget på sig: der er fart på, og den, der kaster blikket blot et årti eller to tilbage, kan få en fornemmelse af at se ind i en fjern fortid. Der var engang, da man endnu diskuterede realiteten af begrebet et sort hul, og der var en tid, hvor superledning var noget, der foregik nede nær temperaturskalens nulpunkt. Og det var altså ikke i århundredets begyndelse!

Men det ville da også være rigtig trist, hvis man kunne øjne en afmatning i fysikkens udvikling, som tegn på, at nu var alle væsentlige spørgsmål ved at være besvarede. Sådan er det ikke, men på den anden side kan man dog se en forskel mellem århundredets første og sidste halvdel: dengang skete der en forrygende udvikling i fysikkens grundlæggende begrebsapparat, hvor relativitetsteori og kvantemekanik blev formet. Stilen er blevet en anden nu. Idag står der solide kagebøger på hylden, ikke mindst med pålidelige kvanteopskrifter - men det forhindrer ikke, at der laves masser af sjov ny fysik. Og håbet om det næste, store begrebsmæssige fundamentalgennembrud synes at leve i bedste velgående, med drømmen om den endelige teori for alting, feltteorien, hvor alle andre vekselvirkninger og felter kan forenes med den hidtil så utilnærmelige ener: gravitationen.

Min oplevelse af tempoet i moderne fysik blev intens i året 1994, hvor jeg havde rig lejlighed til, på nært hold, og med udgangspunkt i instituttet på Blegdamsvej, at genopleve en del af spektret af dansk fysik, efter mere end et årti "udenfor nummer". Det skal ikke skjules, at fornemmelsen af déjà vu godt kan mærkes hist og her - men kun pletvis. Fornemmelsen af det nye er stærkere: det gælder kaos og komplekse systemer, det gælder astrofysik og kosmologi, laserfysik, klyngefysik, superledning - listen er ikke komplet.

Tempo-oplevelsen er helt super-intens på grænsefladen mellem partikelfysik og kosmologi. Det er vist kun tre årtier siden, at ordet kvark blev formet af Gell-Mann, og kun et par årtier siden, at kvante-chromodynamikken gjorde sin entré. I 1994 kan universets tidlige udvikling øjensynlig ikke længere beskrives uden den slags ingredienser. I astrofysikkens unge år var det ikke mindst kernefysikken, der leverede råmaterialet. På grundlag af kernefysiske data kan man tegne et sammenhængende billede af grundstofsyntesen i stjernerne, der stemmer forbløffende godt med de grundstofordelinger, som kendes eksperimentelt fra solsystemet og fra stjenespektre. Idag er det altså blevet partikelfysikernes tur til at være hovedleverandør til verdensrummets fysik, og det er partikelfysikkens standardmodel m.v., der

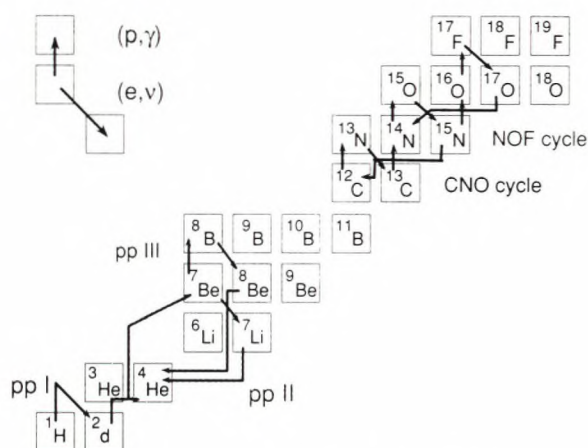
fodres ind i konkrete scenarier for universets udvikling i de tidlige faser. Og samtidig er kosmologien selv ved at blive til en rigtig, empirisk videnskab. F.eks. måler man nu systematisk på bittesmå fluktuationer i den kosmiske mikrobølgebaggrund, som altså ikke er helt så isotrop, som først antaget. Og man nærmer sig en kortlægning af rummets overordnede og mærkværdige galaksestruktur. Og man fortsætter den intense jagt, via iagttagelser og teorier, efter universets "mørke stof", det strålingsløse stof, der synes at udgøre langt størsteparten af stoffet i rummet. Osv. osv.

Hvordan er det med tilbagespillet fra astronomi, astrofysik og kosmologi? Giver de himmelske videnskaber betydningsfulde bidrag tilbage til fysikken, taget i bredere forstand? Ved sjældne lejligheder, ja, og der har været øjeblikke, hvor astronomiske data og modeller blev nøglen til gennembrud i fysikkens historie. Mest dramatisk vel da Newton fremsatte sin gravitationslov (den med afstandskvadratet) udfra astronomiske data om planeterne bevægelse, og de deraf afledte Keplerske love. Som bekendt blev Newtons gravitationslov et fundament for udviklingen af den klassiske mekanik igennem to følgende århundreder. Og i begyndelsen af dette århundrede kom astronomiens data igen til at spille en rolle for fysikkens syn på gravitationen - og for vores syn på det fysiske rums geometri. For det var Einsteins triumf, at han med sin generelle relativitetsteori kunne gøre kvantitativt rede for Merkurs periheldrejning og for observationer af lysets afbøjning i solens stærke tyngdefelt. Det gjorde indtryk og banede vejen for en almindelig accept af den generelle relativitetsteori.

Er der udsigt til at de himmelske videnskaber, herunder astrofysikken og kosmologien, også i vor tid vil kunne levere betydningsfulde bidrag tilbage, f.eks. til partikelfysikken? Da nobelprismodtageren og partikelfysikeren Steven Weinberg for et halvt år siden besøgte København, blev han stillet det spørgsmål, men besvarede det med et definitivt nej - måske dog med plads til en enkelt undtagelse: solneutrinoerne. Jagten på dem udgør en særlig niche i vore dages fysik, med en historie som har sin egen morale.

Gennem de sidste godt 25 år har man forsøgt at måle fluxen, og nu senest også energispektret, af de neutrinoer, der udsendes ved kerneprocesser i solens centrale del. Nogle af solneutrinoerne når jordens overflade, inden de fortsætter videre gennem jordkloden og ud i verdensrummet, som rummets evige vagabonder. Tværsnittene for indfangning eller spredning af neutrinoer er godt nok små, men processerne er ikke umålelige. Det er eksperimenter, der må friste den fantasifulde, med mod på det vanskelige.

Solneutrinoerne er interessante, både set fra et astrofysisk og et partikelfysisk synspunkt. For astrofysikerne spiller solen en særlig rolle, som en slags prototype for gennemsnits-stjerner. Solens fysiske forhold skulle gerne være "i orden", så solmodellen kan tjene som pålideligt udgangspunkt for vores billede af gennemsnits-stjerner i vor egen galakse og i rummets øvrige galakser. Og solneutrinoerne er det eneste reaktionsprodukt fra de mange kerneprocesser i solens indre, der direkte kan observeres her på jorden. Øvrig viden om solens fysik stammer overvejende fra iagttagelse af overfladefænomener, ganske særligt fra studier af solens elektromagnetiske spektrum. Antallet af solneutrinoer skulle meget gerne stemme med astrofysiske forventninger, som baseres på en solidt gennemarbejdet solmodel. Og solen er enestående i den forstand, at andre stjerner er for langt væk til, at man kan måle deres, tilsvarende neutrinoflux. Fra fjerne stjerner kan vi ved sjældne lejligheder måle neutrinoer, nemlig fra supernova-eksplosioner - men det er en anden historie.



Reaktionsskema over reaktionerne mellem de lette isotoper. De diagonale pile viser reaktioner der producerer neutrinoer.

Fra et partikelfysisk synspunkt kan solneutrinoerne være interessante, fordi de udgør vores eneste tilgængelige, vedvarende og naturgivne kilde af neutrinoer. Her er der altså potentielt en mulighed for at afprøve nogle egenskaber ved elektron-neutrinoen, omend i forsøg, der kræver samspil med astrofysikerne - samspil, som har karakter af tålmodighedsprøver, for ikke at sige sejpineri, på grund af de små tværsnit. Måske, men også kun måske, kan solneutrinoerne fortælle noget om "flavour" mixing af neutrinoer, og dermed om neutrinomassen. I partikelfysikernes standardmodel antages elektron-neutrinoen at være rent "venstrehåndet" og masseløs, men denne antagelse er ikke tvingende nødvendig. Skulle der være tale om flavour mixing, behøver elektron-neutrinoen ikke at være strengt masseløs. Og derfor har i al fald enkelte partikelfysikere interesseret sig for solneutrinoerne.

Men neutrinoer er krasbørstige. Seks årtier efter Paulis

dristige hypotese om den masse- og ladningsløse fermion, der kan forklare det kontinuerte beta-spektrum, vedbliver neutrinoen at gøre knuder, uanset i hvilken eksperimentel sammenhæng den registreres. Det gælder ikke mindst solneutrino eksperimenterne.

Det var amerikaneren Raymond Davis, der skabte den første, "klassiske" solneutrino-detektor, hvis kerne var (og stadig er) en 15 m lang ståltank, fyldt med ca. 400.000 liter klorholdig rensesvæske, anbragt 1600 m under jordens overflade i en forladt guldmineskakt i South Dakota. Den opstilling blev til midt i 60'erne, men forhistorien går længere tilbage. I slutningen af 40'erne foreslog først Bruno Pontecorvo og siden Luis Alvarez at detektere neutrinoer i en indfangningsreaktion, en slags omvendt beta-process, på det stabile ^{37}Cl . Ved indfangningen omdannes klor 37 til det radioaktive ^{37}Ar , som så henfalder ved elektronindfangning. Forslaget indeholder det radiokemiske raffinement, at argon er en ædelgas, der let kan skilles kvantitativt fra kloratomerne. Idéen slog an, og Davis, der var tidlig ude, kunne i midten af 50'erne aflevere en første, primitiv rapport om detektion af solneutrinoer fra en 4000 liter tank med klorvæske, gravet 6 m ned i det sandlag, som Brookhaven laboratoriet på Long Island er opført på. Man skal i dybden for at reducere baggrunden fra kosmisk stråling. Forsøget blev beskrevet i en artikel i Physical Review, men iflg. Davis selv skete det ikke uden dybt skeptiske kommentarer fra referees. Man troede ikke rigtig på, at dette havde noget for sig. Den mand måtte vist være lidt skør, stod der mellem linierne.

Men Davis fortsatte ufortrødent, i samarbejde med teoretikeren John Bahcall, og på grundlag af nye data og nye idéer om neutrinoproduktionen i solens indre. En bemærkning fra København kom også til at spille en rolle. I 1963 holdt Bahcall nemlig et kollokvium på Niels Bohr Institutet, hvor Ben Mottelson bidrog til den videre udvikling med en kommentar om, at neutrinoindfangning til anslåede tilstande i ^{37}Ar (særlig via en såkaldt super-tilladt overgang) måske kunne bidrage betydeligt til tværsnittet for indfangning. En følgende analyse året efter, af Bahcall, viste, at indfangning af de relevante solneutrinoer (s.k. ^8B neutrinoer) til anslåede tilstande i ^{37}Ar forøger tværsnittet med ikke mindre end en faktor 17.

Opstillingen i guldminen i South Dakota endte med at få rimelige fysiske proportioner og ganske gode baggrundsbedingungen. Der registreres nemlig ca. 15 neutrinoindfangninger pr. måned, mod en baggrund fra begebenheder induceret af kosmisk stråling på ca. 4 begebenheder om året. Ikke så dårligt, når man har tiden for sig. Over en periode på tre årtier bliver det dog til nogle registrerede solneutrinoer. Så længe har man målt i guldminen, og forsøget fortsætter.

Nye eksperimenter er fulgt i kølvandet på Davis' eksperiment. En japansk måleopstilling - også i en mineskakt - indeholder en tank med rent vand. Her var formålet oprindeligt at undersøge protonens stabilitet, men opstillingen er siden modificeret til at registrere neutrinoer fra rummet, bl.a. solneutrinoer. Tanken indeholder 6000 tons vand, og neutrinoer detekteres ved spredning

på elektroner og påfølgende registrering via Cerenkov stråling. Eksperimentet giver således også mulighed for at måle neutrinoernes retningsfordeling. Yderligere to eksperimenter er kommet igang, i underjordiske laboratorier, henholdsvis i Kaukasus og i Italien. Begge steder bruger man gallium til at detektere absorption af solneutrinoer, med påfølgende registrering af radioaktivt germanium. Gallium har den fordel fremfor klor, at også ganske lavenergetiske neutrinoer kan detekteres. Hermed bliver det muligt at måle på den fundamentale fusionsreaktion i solens indre, hvor to protoner fusionerer og danner en deutron, en positron og en neutrino, den sidste med ret lav energi. Disse *pp* neutrinoer kan ikke registreres i klorforsøget.

Når man er nået til at have en omhyggeligt gennemregnet astrofysisk neutrino-produktionsmodel, der har veletablerede fysiske data i ryggen, når man i tillæg har ligeså omhyggelige beregninger af neutrino-tværsnit i detektorerne, og så dertil en række måleresultater med rimelig statistik og lav baggrund - så burde man vel kunne få et tydeligt svar, ikke sandt? Sådan er det bare ikke. Ingen af eksperimenterne har til dato registreret flere neutrinoer end forudsagt, og nogle af dem (bl.a. klorforsøget) har registreret langt færre. Men de eksisterende datasæt kan ikke - endnu da - uden videre føjes sammen til en helhed. Neutrinoerne fra solen stammer fra en række forskellige kernereaktioner, og det resulterende energispektrum er komplekst. Og detektorerne har ikke samme energitærskler, hvor de begynder at registrere neutrinoer. Analysen er derfor ikke så ligetil. Hvad angår standard-solmodellen, er friheden begrænset - modellen skal jo kunne reproducere den kendte luminositet m.fl. fysiske forhold for solen, og det levner ikke plads for de store krumspring, f.eks. hvad angår temperaturen i solens midte.

Opmærksomheden omkring solneutrinoerne er nu ganske intens, men meningene er delte, og diskussionen ofte ganske skarp.

Der er dem, der affærdiger sagen med en henvisning til utilstrækkelig statistik i målingerne: vent et par årtier til man har mer statistik, så vil det måske vise sig, at alt falder på plads, uden ny antagelser.

Andre føler sig overbevist om, at de allerede eksisterende data rejser spørgsmål, som ikke kan affærdiges. I så fald må man spørge, om løsningen på gåden ligger i den astrofysisk/kernefysiske del, eller i neutrinfysikken.

Der har gennem årene været fostret et utal af mere eller mindre fantasifulde idéer i den astrofysiske afdeling, til forklaring af den lave neutrinoflux. Men solmodeller, der afviger fra standardmodellen, støder på mange vanskeligheder. Man har brug for en model, der reducerer produktionen i solen af den radioaktive atomkerne ^8B , for det er neutrinoer fra henfaldet af denne kerne, der særlig synes at "mangle" i Davis' eksperiment. Men ^8B lader sig ikke sådan trylle væk.

På neutrinosiden er der en vis interesse for muligheden af oscillationer af neutrinoer mellem forskellige flavour-

tilstande. Mixing af den art findes ikke i partikelfysikkens elektro-svage standardmodel, men fænomenet har været foreslået i en model, hvor oscillationer induceres på neutrinoernes vej ud gennem solen, ved vekselvirkning med solens store stofmængde. Mixing-modellen indeholder justerbare parametre, og spørgsmålet er, om man med rimelige parameterværdier kan opnå en passende blandingsstilstand af neutrinoerne, når de rammer detektoren. Blandingen skal indeholde et mere eller mindre ligeligt mix af elektron-, my- og tau-neutrinoer, hvoraf kun de førstnævnte registreres. Dermed vil det lave tælleantal af elektron-neutrinoer kunne forklares - men er mixing-modellen så iøvrigt acceptabel?

Måske tager jeg fejl, men jeg har ikke kunnet spore den store interesse hos partikelfysikerne for solneutrino-gåden. Er en smule flavour mixing for trivielt, når opmærksomheden mest er fæstnet på de store, forenede universalteorier for alting? Teoretisk partikelfysik har unægtelig bevæget sig op i de høje luftlag, hvor forbindelsen til eksperimentet og interessen for det kan være lidt svær at finde. Med mindre eksperimentalfysikerne da kan servere en Higgs-boson eller et tilsvarende, sensationelt fund.

Som det ser ud idag, er det vel ikke sandsynligt, at solneutrinoerne indeholder nøglen til den slags store, "fundamentale" problemer i moderne fysik. Men hvordan definerer man, hvad der er fundamental, smuk eller bare sjov fysik? Solneutrinoerne indeholder raffineret eksperimentalt teknik, konkrete teoretiske forudsigelser, og to åbne spørgsmål af en vis, fysisk interesse: kan vi tro på vores model af solen, og ved vi nok om neutrinoen? Det er vel et par årtiers fortsatte forsøg værd at få et bedre svar på de to spørgsmål.

Mon Raymond Davis for mange år siden forudså, at hans idé og hans forsøgsoptilling i guldminen skulle udvikle sig til en hel emnekræds, til et tilbagevendende stridspunkt på store, internationale fysikerkongresser? Man får næppe nobelprisen for den slags pionerindsatser, men egentlig synes jeg, at Davis fortjener noget i den retning. Han har virkelig skabt noget, en celeber gåde i moderne fysik, hvis løsning vi ikke har set enden på endnu.

Læs mere om solneutrinoer i *Neutrino Astrophysics*, af John N. Bahcall, Cambridge University Press, 1993.



Ove Nathan

Fra Bernoullis forunderlige polynomier og tal via Euler–Maclaurins sumformel til Rombergs integralapproximation

Første del.

Mogens Esrom Larsen

Københavns universitets matematiske institut

Denne historie strækker sig over 300 år, fra Bernoullis opdagelse af sine vidunderlige polynomier til vore dages effektivisering af computerberegning. Ud over den umiddelbare fascination viste Bernoulli tallene sig at indgå i Euler–MacLaurins omskrivning af et integral til en sum af funktionens højere afledede i intervallets endepunkter. Netop derved har de interesse i forbindelse med moderne integralberegning, for det betyder, at fejlen ved en integralapproximation lader sig vurdere af et udtryk, hvori et Bernoullital indgår som faktor. Og det er netop sagen, for selv om vi kan regne så meget, vi lyster, så er det kun noget værd, når vi ved, hvor godt resultatet stemmer.

Bernoullis polynomier og tal

Bernoullipolynomierne og Bernoullitallene blev indført af Jakob Bernoulli (1654–1705) i hans berømte værk, *Ars Conjectandi* (1713), hvori man finder mange interessante ting især om sandsynlighedsregning. Det af problemerne, som fører til Bernoullipolynomierne og dermed $-$ tallene, drejer sig om bestemmelse af potenssummer.

Det er jo let nok at finde

$$\sum_{k=1}^n k^0 = 1 + 1 + \cdots + 1 = n$$

og den simple formel,

$$\sum_{k=1}^n k^1 = 1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

er også let at finde, man summerer blot tillige bagfra:

$$2 \sum_{k=1}^n k = \sum_{k=0}^n k + \sum_{k=0}^n (n-k) = \sum_{k=0}^n n = n(n+1)$$

Men Bernoulli stillede sig opgaven, at bestemme summerne af m -te potenserne, altså

$$\sum_{k=1}^n k^m = F(n, m), \quad F = ? \tag{1}$$

Vi ved allerede, at $F(n, 0) = n$ og $F(n, 1) = \frac{n(n+1)}{2}$, men hvad er $F(n, 2)$? (Man kan jo gætte på et trediegradspolynomium i n og finde koefficienterne ved at prøve med $n = 1, 2, 3, 4$, og så bevise formelen ved induktion efter n , men det vil vi afstå fra.)

Bernoulli greb opgaven an på den måde, at han søgte en løsning til opgaven, at finde en funktion, $B(n, m)$, sådan at

$$B(n+1, m) - B(n, m) = mn^{m-1} \tag{2}$$

Summerer vi denne ligning for en række værdier af den variable n , forsvinder det meste af venstre siderne (en såkaldt “teleskopsum”):

$$\begin{aligned} m \sum_{k=0}^n k^{m-1} &= \sum_{k=0}^n (B(k+1, m) - B(k, m)) \\ &= B(n+1, m) - B(0, m) \end{aligned}$$

Med andre ord, har vi en løsning til (2), finder vi umiddelbart løsningen til (1) som

$$F(n, m) = \frac{B(n+1, m+1) - B(0, m+1)}{m+1} \tag{3}$$

Varian
Absolut
Central
Utrættelig
Uovervindelig
Mega

Producent af
UHV og HV pumper
Megget bredt udvalg af UHV og HV fittings
Præcisions vacuum måleinstrumenter
En series samarbejds partner
Rekvirer brochure hos:



AAGE CHRISTENSEN A/S
SKELMOSEVEJ 10
2500 VALBY

TELEFON 36 44 24 44
TELEFAX 36 44 20 24

varian 

Dette er Bernoullis løsning, vi mangler blot at finde en løsning til (2). Vi søger løsninger, der er defineret for alle værdier af den første variable n , men kun positive, hele værdier af den anden variabel, m . Derfor skriver vi x i stedet for n :

$$B(x+1, m) - B(x, m) = mx^{m-1} \quad (4)$$

Har vi to løsninger til (2), B_1 og B_2 , så vil funktionen $B_1 - B_2$ opfylde, at

$$(B_1(x+1, m) - B_2(x+1, m)) - (B_1(x, m) - B_2(x, m)) = mx^{m-1} - mx^{m-1} = 0$$

Den er med andre ord periodisk med periode 1. Hvis vi derfor har fundet to løsninger, der er polynomier i x , så er deres differens også et polynomium, der tilmed er periodisk. Det må derfor være konstant. Løsningen er altså entydig bestemt på nær en konstant.

Vi analyserer nu opgaven, dvs. at vi antager, at vi har løst opgaven og fundet et polynomium, $B(x, m)$. Vi differentierer så (4) med hensyn til x , og får derved

$$B'(x+1, m) - B'(x, m) = m(m-1)x^{m-2} \quad (5)$$

Det betyder, at polynomiet

$$\frac{B'(x, m)}{m}$$

løser (4) for $m-1$. En anden løsning til (4) afviger herfra med en konstant. Vi definerer nu *Bernoullipolynomierne* som de polynomier, der løser (4), og hvis konstantled er valgt sådan, at

$$B'(x, m) = mB(x, m-1) \quad (6)$$

Dette betyder, at vi kan finde polynomierne ved successiv integration. Da vi for $m=2$ har et andengradspolynomium, må vi forvente, at polynomiernes grad er m .

Antag nu, at vi har polynomiet $B(x, m)$ af grad m , som vi vil skrive på formen:

$$B(x, m) = \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} B_{m-k}^m x^k \quad (7)$$

hvor $\binom{m}{k} = \frac{m!}{k!(m-k)!}$ er binomialkoefficienten m over k , og B_{m-k}^m er tal, vi skal finde. Vi har indiceret dem, så B_0^m er højstegrads-koefficienten. Vi indsætter nu (7) i (6) og får:

$$\sum_{k=0}^m \binom{m}{k} B_{m-k}^m k x^{k-1} = m \sum_{k=0}^{m-1} \binom{m-1}{k} B_{m-1-k}^{m-1} x^k$$

Nu er jo $\binom{m}{k} k = m \binom{m-1}{k-1}$, som vi kan bruge på venstre side samtidig med at vi udelader leddet for $k=0$, da det er 0, mens vi ændrer summationsindexet fra k til $k-1$ på højre side:

$$\sum_{k=1}^m m \binom{m-1}{k-1} B_{m-k}^m x^{k-1} = m \sum_{k=1}^m \binom{m-1}{k-1} B_{m-k}^{m-1} x^{k-1}$$

Når vi sammenligner koefficienterne i polynomierne på højre og venstre side af lighedstegnet, ser vi, at der gælder formlen:

$$B_{m-k}^{m-1} = B_{m-k}^m \text{ for } k=1, 2, \dots, m \quad (8)$$

Denne fælles værdi vil vi fra nu af betegne med B_{m-k} og kalde *Bernoullitallet* med index $m-k$. Med andre ord, vi definerer

$$B_n = B_n^{n+k} \text{ for } k=1, 2, 3, \dots \quad (9)$$

Bernoulli polynomierne i (7) kan nu skrives med Bernoulli tallene som

$$B(x, m) = \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} B_{m-k} x^k \quad (10)$$

For at finde Bernoulli tallene og dermed Bernoulli polynomierne, indsætter vi (10) i (4) og bruger binomialformlen på $(x+1)^k$:

$$\begin{aligned} B(x+1, m) - B(x, m) &= \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} B_{m-k} ((x+1)^k - x^k) \\ &= \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} B_{m-k} \sum_{j=0}^{k-1} \binom{k}{j} x^j \\ &= \sum_{j=0}^{m-1} x^j \sum_{k=j+1}^m \binom{m}{k} \binom{k}{j} B_{m-k} \end{aligned}$$

Vi benytter nu omskrivningen

$$\begin{aligned} \binom{m}{k} \binom{k}{j} &= \frac{m!k!}{k!(m-k)!j!(k-j)!} \\ &= \frac{m!(m-j)!}{j!(m-j)!(k-j)!(m-k)!} = \binom{m}{j} \binom{m-j}{k-j} \end{aligned}$$

og får derved

$$\begin{aligned} B(x+1, m) - B(x, m) &= \sum_{j=0}^{m-1} x^j \sum_{k=j+1}^m \binom{m}{j} \binom{m-j}{k-j} B_{m-k} \\ &= \sum_{j=0}^{m-1} \binom{m}{j} x^j \sum_{k=j+1}^m \binom{m-j}{k-j} B_{m-k} \\ &= \sum_{j=0}^{m-1} \binom{m}{j} x^j \sum_{k=1}^{m-j} \binom{m-j}{k} B_{m-j-k} \end{aligned}$$

Vi summerer nu den ydre sum bagfra ved substitutionen $i = m - j$ og får

$$\begin{aligned} B(x+1, m) - B(x, m) &= \sum_{i=1}^m \binom{m}{i} x^{m-i} \sum_{k=1}^i \binom{i}{k} B_{i-k} \\ &= \sum_{i=1}^m \binom{m}{i} x^{m-i} \sum_{j=0}^{i-1} \binom{i}{j} B_j \end{aligned}$$

idet vi til sidst har vendt retningen i den indre sum ved substitutionen $j = i - k$.

Nu ved vi jo fra (4), at dette skal være mx^{m-1} . Derfor er koefficienterne 0 på nær koefficienten til x^{m-1} . Vi får således rekursionsformlerne til beregning af Bernoullitallene:

$$\begin{aligned} B_0 &= 1 \\ \sum_{j=0}^{i-1} \binom{i}{j} B_j &= 0 \text{ for } i > 1 \end{aligned} \tag{11}$$

De første Bernoullital ser meget uskyldige ud:

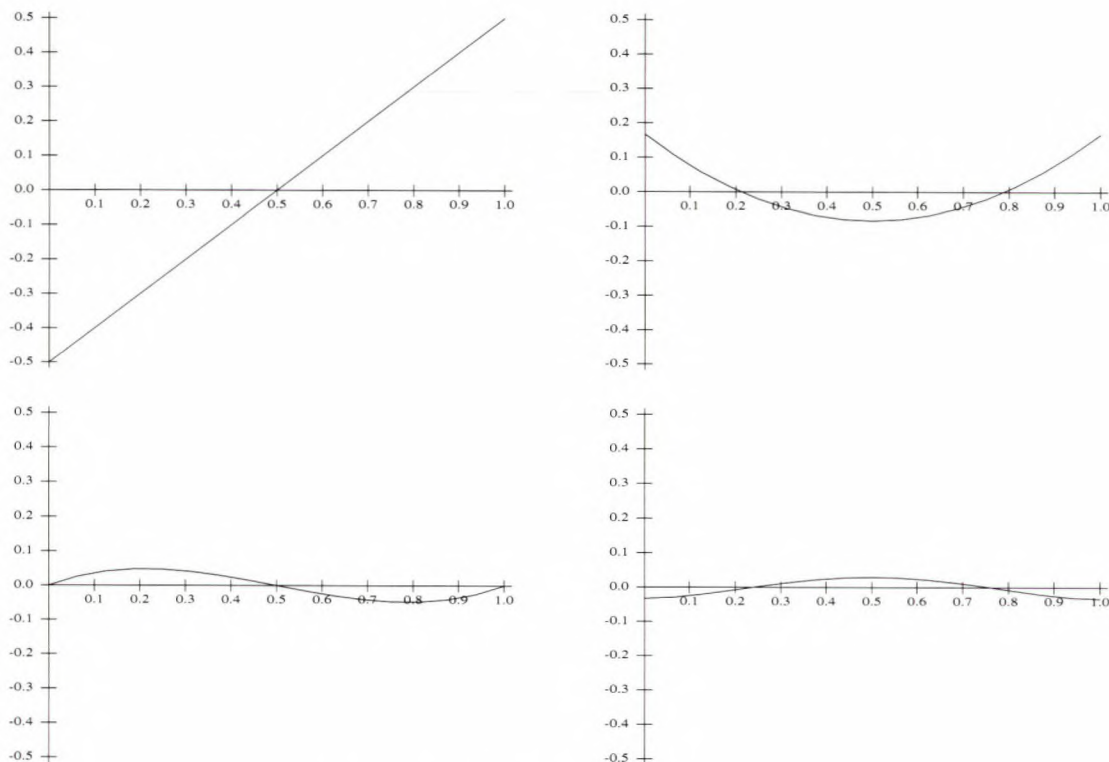
$$B_0 = 1, B_1 = -\frac{1}{2}, B_2 = \frac{1}{6}, B_4 = -\frac{1}{30}, B_6 = \frac{1}{42}, B_8 = -\frac{1}{30}, B_{10} = \frac{5}{66}, B_{12} = -\frac{691}{2730}, B_{14} = \frac{7}{6} \tag{12}$$

men de vokser meget hurtigt, faktisk ligner de $(2(2n)!)/((2\pi)^{2n})$. F. eks. er nogle af dem

$$\begin{aligned} B_{20} &= -\frac{174611}{330}, B_{40} = -\frac{261082718496449122051}{13530}, \\ B_{60} &= -\frac{1215233140483755572040304994079820246041491}{56786730} \end{aligned}$$

Så snart vi kender Bernoullitalene, kan vi umiddelbart skrive Bernoullipolynomierne op i henhold til (10):

$$\begin{aligned} B(x, 0) &= 1 \\ B(x, 1) &= x - \frac{1}{2} \\ B(x, 2) &= x^2 - x + \frac{1}{6} \\ B(x, 3) &= x(x-1)\left(x - \frac{1}{2}\right) \\ B(x, 4) &= x^4 - 2x^3 + x^2 - \frac{1}{30} \\ B(x, 5) &= x(x-1)\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x^2 - x - \frac{1}{3}\right) \\ B(x, 6) &= x^6 - 3x^5 + \frac{5}{2}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{42} \end{aligned} \tag{13}$$



Grafer for $B(x, 1)$ til $B(x, 4)$ på intervallet $[0, 1]$

Ved deres hjælp løser vi umiddelbart Bernoullis problem, f. eks.

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^n k^2 &= \frac{(n+1)n(n-\frac{1}{2})}{3} = \frac{n(n+1)(2n-1)}{6} \\ \sum_{k=1}^n k^3 &= \frac{(n+1)^4 - 2(n+1)^3 + (n+1)^2 - \frac{1}{30} + \frac{1}{30}}{4} = \\ &= \frac{(n+1)^2(n^2 + 2n + 1 - 2n - 2 + 1)^2}{4} = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2\end{aligned}$$

Formlen (6) har interessante anvendelser. Vi kan jo integrere den og tilmed anvende (4) til at få

$$\begin{aligned}\int_0^1 B(x, m) dx &= \frac{1}{m+1} [B(x, m+1)]_0^1 = \\ &= \frac{1}{m+1} (B(1, m+1) - B(0, m+1)) = 0^m = 0 \text{ for } m > 0\end{aligned}\quad (14)$$

Denne egenskab kan umiddelbart benyttes til beregning af polynomier og tal, idet vi finder stamfunktionen af det forrige Bernoulli polynomium og så korrigerer med et konstantled, så integralet bliver 0. Dette konstantled er så Bernoullitallet. At ligningen

$$f(x+1) - f(x) = (m+1)x^m \quad (15)$$

kun løses af Bernoullipolynomiet $B(x, m+1)$ på nær en konstant, har en interessant anvendelse. Vi kan jo gøre prøve med funktionen

$$f(x) = (-1)^{m+1} B(1-x, m+1) \quad (16)$$

Vi finder umiddelbart

$$\begin{aligned}f(x+1) - f(x) &= (-1)^{m+1} (B(-x, m+1) - B(1-x, m+1)) = \\ &= -(-1)^{m+1} (m+1)(-x)^m = (m+1)x^m\end{aligned}$$

Med andre ord, $f(x)$ afviger fra $B(x, m+1)$ med en konstant. Frem for at finde denne, differentierer vi blot de to funktioner og får derved formen

$$B(1-x, m) = (-1)^m B(x, m) \quad (17)$$

Bernoullipolynomiets værdi i 0 er netop Bernoullitallet, og bortset fra $B(x,1)$, følger det af (14), at værdien i 1 også er Bernoullitallet. Af (17) følger, at for m ulige er $B(1, m) = -B(0, m)$, så for $m > 1$ ulige er $B_m = B(0, m) = 0$. Af (17) følger også for m ulige, at $B(\frac{1}{2}, m) = -B(\frac{1}{2}, m) = 0$.

Af (17) følger, at for m lige, er Bernoullipolynomiet $B(x, m)$ symmetrisk om linien $x = \frac{1}{2}$, mens det for m ulige er symmetrisk om punktet $(\frac{1}{2}, 0)$.

Fra $m = 3$ har de ulige Bernoullipolynomier de tre nulpunkter, 0, $\frac{1}{2}$ og 1. Men der kan ikke være flere i intervallet $[0,1]$. Thi har det m 'te af dem endnu et nulpunkt, x , giver symmetrien, at det har to, nemlig yderligere $1 - x$. Altså har det 5. Men så har det 4 ekstremer i intervallet, så ifølge (6) har det $(m - 1)$ 'te (lige) Bernoullipolynomium ialt 4 nulpunkter i $]0,1[$. Igen ifølge (6) har det ulige $(m - 2)$ 'te Bernoullipolynomium 3 nulpunkter i intervallet $]0,1[$, og hertil de to endepunkter, 0 og 1. Altså ialt 5. Men det gælder jo for alle $m \geq 5$, så vi ender med at få 5 nulpunkter for et polynomium af grad 3. Derfor kan ingen af de ulige have mere end 3 nulpunkter, og heraf fås igen, at de lige må nøjes med 2.

Heraf følger nu for m lige, at integralet vokser (aftager) indtil $x = \frac{1}{2}$, hvorefter det aftager (vokser) til 0 for $x = 1$. Det skifter med andre ord ikke fortegn i intervallet. Derfor gælder uligheden for $0 < x < 1$:

$$|B(x, 2m)| < |B_{2m}| \quad (18)$$

Ligningen

$$f(x + \frac{1}{2}) - f(x) = (m + 1)x^m \quad (19)$$

har åbenbart løsningerne $B(x, m + 1) + B(x + \frac{1}{2}, m + 1)$ og $2^{-m}B(2x, m + 1)$, som begge er polynomier i x . Deres differens bliver derfor igen et polynomium, som tillige er periodisk og altså konstant. Ved differentiation af de to funktioner, fås samme funktion og derfor formelen

$$B(2x, m) = 2^{m-1} (B(x, m) + B(x + \frac{1}{2}, m)) \quad (20)$$

Heraf fås for $x = 0$ værdien

$$B(\frac{1}{2}, m) = -(1 - 2^{1-m}) B_m \quad (21)$$

For m lige er den numeriske værdi i $\frac{1}{2}$ altså lige netop mindre end den numeriske værdi i 0 og 1.

Euler-Maclaurins formel

Formlerne (6) og (14) fik Leonhard Euler (1707–1784) i 1732 og Colin Maclaurin (1698–1746) i 1742 til at bruge Bernoullipolynomierne til at finde en rækkeudvikling af et vilkårligt integral af en mange gange differentiabel funktion, $f(x)$, udtrykt ved funktionens højere afledede,

$$\int_a^b f(x) dx = ? \quad (22)$$

Vi starter med at udføre partiel integration af produktet af den vilkårlige funktion med $B(x, 0) = 1$. For nemheds skyld betragter vi intervallet $[0, 1]$.

$$\begin{aligned} \int_0^1 f(x) dx &= \int_0^1 B(x, 0) f(x) dx \\ &= [B(x, 1) f(x)]_0^1 - \int_0^1 B(x, 1) f'(x) dx \\ &= \frac{f(1) + f(0)}{2} - \int_0^1 B(x, 1) f'(x) dx \end{aligned} \quad (23)$$

Derefter udføres partiel integration på det sidste integral

$$\begin{aligned} \int_0^1 B(x, 1) f'(x) dx &= \frac{1}{2} [B(x, 2) f'(x)]_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 B(x, 2) f''(x) dx \\ &= \frac{B_2}{2} (f'(1) - f'(0)) - \frac{1}{2} \int_0^1 B(x, 2) f''(x) dx \end{aligned}$$

Det er åbenbart en teknik, som vi kan blive ved med at udføre, så længe f kan differentieres

$$\begin{aligned} \int_0^1 B(x, m) f^{(m)}(x) dx &= \frac{1}{m+1} [B(x, m+1) f^{(m)}(x)]_0^1 - \frac{1}{m+1} \int_0^1 B(x, m+1) f^{(m+1)}(x) dx \\ &= \frac{B_{m+1}}{m+1} (f^{(m)}(1) - f^{(m)}(0)) - \frac{1}{m+1} \int_0^1 B(x, m+1) f^{(m+1)}(x) dx \end{aligned}$$

Vi foretrækker at slutte med et ulige $m = 2n - 1$, så det tilsvarende integral er

$$\int_0^1 B(x, 2n - 1) f^{(2n-1)}(x) dx$$

Til dette Bernoullipolynomium vælger vi stamfunktionen

$$\frac{B(x, 2n) - B_{2n}}{2n} \quad (24)$$

som er 0 i endepunkterne, så differensen forsvinder. Herved fås omskrivningen

$$\int_0^1 B(x, 2n - 1) f^{(2n-1)}(x) dx = 0 - \frac{1}{2n} \int_0^1 (B(x, 2n) - B_{2n}) f^{(2n)}(x) dx$$

Da (24) har konstant fortegn i intervallet, kan vi ved en vurdering af $f^{(2n)}(x)$ mellem konstante grænser,

$$\alpha \leq f^{(2n)}(x) \leq \beta$$

få integralet vurderet ved

$$\int_0^1 |B(x, 2n) - B_{2n}| \alpha dx \leq \int_0^1 |B(x, 2n) - B_{2n}| f^{(2n)}(x) dx \leq \int_0^1 |B(x, 2n) - B_{2n}| \beta dx$$

Det kan derfor udtrykkes som en slags middelværdi. Der findes et tal $\xi \in]0, 1[$, så

$$\int_0^1 (B(x, 2n) - B_{2n}) f^{(2n)}(x) dx = f^{(2n)}(\xi) \int_0^1 (B(x, 2n) - B_{2n}) dx = -B_{2n} f^{(2n)}(\xi)$$

idet vi benytter (14). Når vi substituerer den ene omregning i den forrige hele vejen tilbage til (23) får vi *Euler-MacLaurins formel*,

$$\int_0^1 f(x) dx = \frac{f(0) + f(1)}{2} + \sum_{j=1}^{n-1} \frac{B_{2j}}{(2j)!} (f^{(2j-1)}(0) - f^{(2j-1)}(1)) - \frac{B_{2n}}{(2n)!} f^{(2n)}(\xi)$$

Formlen kan naturligvis transformeres til et vilkårligt interval, f. eks. intervallet $[x_1, x_2]$, idet vi nu finder $\xi \in]x_1, x_2[$:

$$\begin{aligned} \int_{x_1}^{x_2} f(t) dt &= \frac{x_2 - x_1}{2} (f(x_1) + f(x_2)) + \sum_{j=1}^{n-1} \frac{B_{2j}}{(2j)!} (x_2 - x_1)^{2j} (f^{(2j-1)}(x_1) - f^{(2j-1)}(x_2)) \\ &\quad - \frac{(x_2 - x_1)^{2n+1}}{(2n)!} B_{2n} f^{(2n)}(\xi) \end{aligned}$$

Af pladshensyn deles denne artikel i to. Anden del af Mogens Esrom Larsens artikel handler om bernoullitalenes forbindelse med Romberg integration. Den bringes i næste nummer af KVANT.(red.)



Mogens Esrom Larsen er redaktør af matematikken i KVANT. Han er ansat som lektor ved Københavns Universitet.

Vejledning for forfattere

Redaktionen af KVANT modtager meget gerne artikler fra læserne. Indholdet af artiklerne bør være forståelig for personer med interesse for fysik – således at en god gymnasieelev vil få noget ud af at læse artiklen. Illustrationer til artiklerne er meget velkomne.

Det er håbet, at der vil komme en række rubrikker – der er allerede en debatside, som er åben for indlæg om alt hvad der rører sig om fysik. Bladet vil også bringe meddelelser fra Dansk Fysisk Selskab og Selskabet for Naturlærens Udbredelse, ligesom omtale af arrangementer, der kan have interesse for fysikinteresserede vil blive bragt. Da der kun kommer fire numre om året skal der gives meddelelse om et givet arrangement i god tid, hvis det skal kunne komme med i bladet. Redaktionen vil også stræbe efter at kunne bringe korte notitser med friske nyheder og anmeldelser af bøger af interesse for fysikere.

Vejledning i udformning af artikler til KVANT

For at lette produktionen modtages artikler helst på elektronisk facon. Det kan enten være som elektronisk post til e-mail adressen

kvant@nbivax.nbi.dk

eller (hellere) på en DOS-formatteret diskette, der sendes til

KVANT
c/o Mads Hammerich
Gersonsvej 40
2900 Hellerup

eller afleveres til et redaktionsmedlem sammen med eventuelle figurer, og – *meget vigtigt* – et billede og en præsentation af forfatteren, i stil med de præsentationer,

der findes i slutningen af hver artikel i dette nummer.

Teksten kan være skrevet i $\text{\LaTeX}$, som ren ASCII fil, i WordPerfect eller Word. De første formater foretrækkes.

Formler og specielle symboler kan indsættes i teksten med $\text{\LaTeX}$ eller $\text{\TeX}$. De modtages dog under alle omstændigheder også gerne på papir.

Illustrationer og billeder til artiklerne afleveres separat – det er (endnu) en kvalitetsmæssig fordel at indsætte disse i artiklen på sædvanlig facon. Undlad venligst at afsætte plads til dem i teksten, men placer figurforklaringen til sidst eller for sig selv.

Tabeller og opstillinger ønskes som simple opstillinger med tabulatorer. Brug ikke for megen energi på at lave "snedige" opstillinger med linier og lignende, men vis gerne på papir hvordan du selv ville foretrække det.

- Forfatternavne skrives med kursiv.
- Afsnitoverskrifter skrives med fed skrift.
- Der er ingen tomme linier mellem afsnit, men de indledes med en indrykning (tabulering).
- Referencer anføres i teksten med et løftet ciffer, og anføres til sidst i artiklen med nummer, forfatter, artikel (eventuelt bind-nummer med fed skrift), sidetal og årstal i parentes.
- Husk et billede og en kort præsentation af forfatteren.
- Forfattere der skriver i $\text{\LaTeX}$ kan rekvirere en skabelon, at skrive i, hos redaktionen.

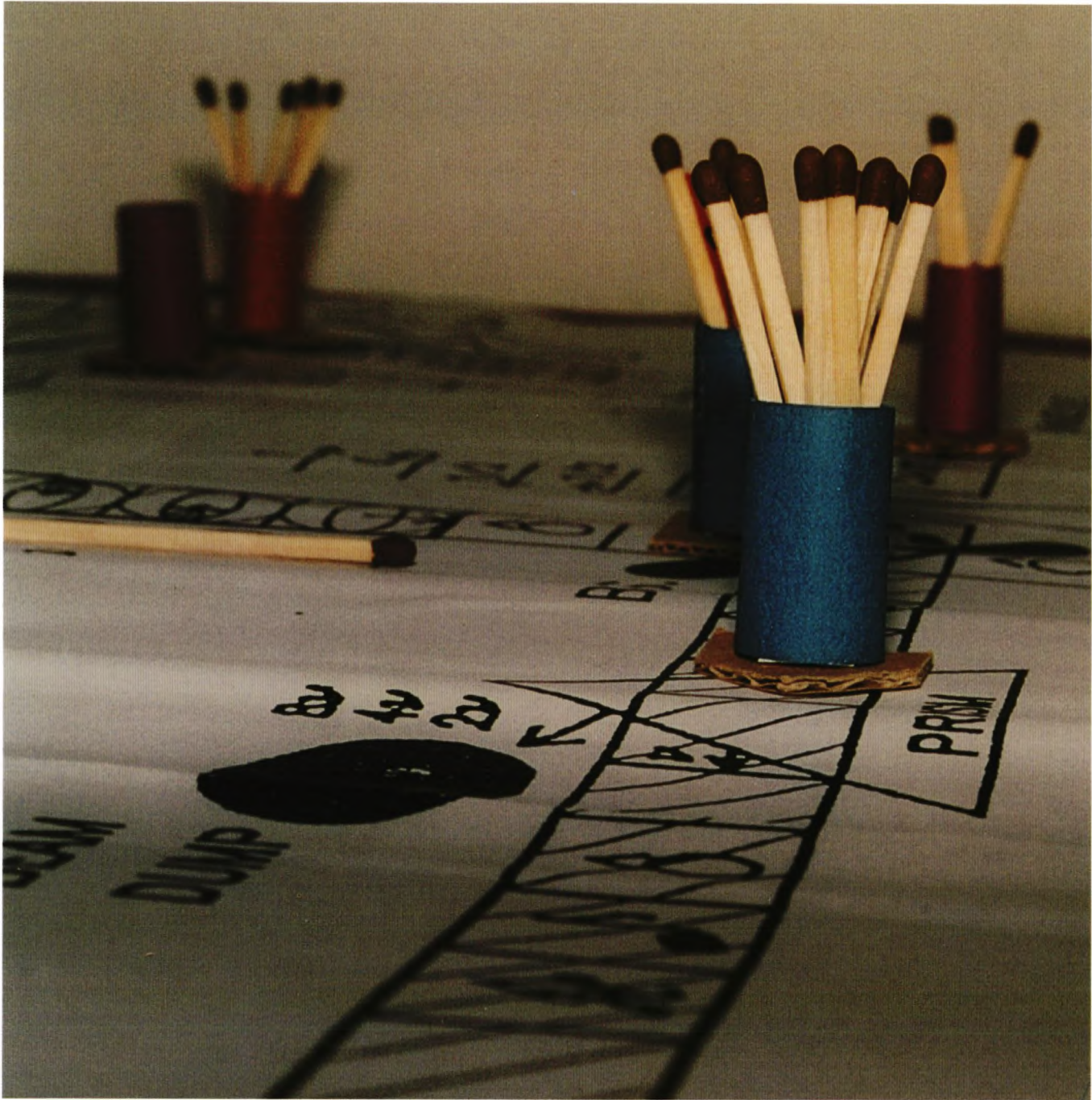
Abonnement på KVANT

koster 135 kr for en årgang og vil blive opkrævet pr. giro. Nye abonnenter vil modtage eventuelle tidligere numre af den løbende årgang. Medlemmer af Dansk Fysisk Selskab og Selskabet for Naturlærens Udbredelse vil modtage bladet som et medlemsblad.

Hvis du mener at du har abonnement, men ikke får bladet – har du nok glemt at melde flytning af bladet hos dit lokale postkontor, eller måske har du ikke betalt. Bemærk at flytning af KVANT skal meddeles postvæsenet eksplicit!

Abonnement tegnes ved at skrive til

Lene Körner, Matematisk Institut, Universitetsparken 5, 2100 København Ø, e-mail: korner@math.ku.dk



Meddelelser fra bestyrelsen af Dansk Fysisk Selskab

Fremover vil der i Kvant være en rubrik med meddelelser fra Dansk Fysisk Selskab. Formålet er at forsøge at informere medlemmerne bedre. Peter Bodin vil som DFS's Kvant-sekretær varetage redigeringen af denne rubrik og varetage kommunikationen med Kvants' redaktør Mads Hammerich

Medlemmer i bestyrelsen

Jakob Bohr - formand - Fysisk Institut, DTU. Fax: 45 93 16 69

Preben Alstrøm - formand for faststoffysiksektionen - NBI. Fax: 35 32 04 60

Jens Juul Rasmussen - formand for Atomfysiksektionen, Risø. Fax: 46 75 40 64

Poul V. Thomsen - formand for Sektionen for Uddannelse og Undervisning. Fax: 86120740

Allan H. Sørensen - kasserer - AU. Fax: 86 12 07 40

Torsten Freltoft, NKT Forskningscenter. Fax: 43 63 00 99

Dan Birkedal, Mikroelektronik Centeret, DTU. Fax: 42 88 77 62

Peter Bodin - Kvant-sekretær - NKT Forskningscenter. Fax: 43 63 00 99

Dorthe Posselt - Rep. for Netværk for Kvinder - IMFUFA, RUC. Fax: 46 75 50 65

DFS's årsregnskab 1993

Vedlagt er Dansk Fysisk Selskabs 'Årsregnskab 1993'. Det store overskud fra årsmødet i 1993 skyldes dels, at der var væsentlig flere deltagere end budgetteret med, og dels at det derfor var muligt for Nils O. Andersen at omforhandle kontrakten med Lalandia Badeland. Årsmødet for 1994 forventes at komme til at balancere indenfor 5000 kr.

Academia Europae

Den 11. april 1994 uddelte Academia Europae deres 'Prizes for Young Scientists in Russia'. 3 priser uddeltes i Dansk Fysisk Selskabs navn. Modtagerne delte 1000 Pund Sterling, svarende til resultatet af ØstEuropa Indsamlingen. I 1995 vil det geografiske område blive udvidet til at dække hele det tidligere Sovjet Unionen.

Prismodtagere:

V. L Korenev, Ioffe Institute, St. Petersburg -

'Effective magnetic fields of spin-orbit interactions in GaAs/AlGaAs quantum wells'

A. L. Shabalin, Inst. Nuclear Physics, Novosibirsk -

'The physics of electro hydrodynamic ion emission'

D. A. Saphozhnikov, Physics Dept., Moscow State University -

'Self-action phenomena in severely distorted non-linear wave fields containing shock fronts'

DFS's Årsmøde 1994

Årsmødet for 1995 vil blive afholdt 1. til 2. juni med start om aftenen d. 30. maj

Dansk Fysisk Selskab

NKT's Forskerpris 1995

Medlemmer af Dansk Fysisk Selskab opfordres hermed til at indsende forslag til modtager af NKT's Forskerpris 1995.

Prisen er på 100.000 kr og tildeles på ulige årstal en fysiker og på lige årstal en kemiker. Prisuddelingen i 1995 sker ved Dansk Fysisk Selskabs årsmøde.

Tildelingen skal ifølge fundatsen udtrykke en anerkendelse af en forskningsindsats af betydelig international vægt inden for grundlæggende eller anvendt fysik. Forskningsindsatsen skal være af nyere dato og der lægges vægt på at prismodtageren er aktiv forsker med tilknytning til dansk fysik. Både yngre og ældre forskere kan komme i betragtning som prismodtagere. Prisen tildeles normalt én person, men kan undtagelsesvis tildeles flere personer, hvis disse har været fælles om og alle har ydet afgørende bidrag til den forskningsindsats, der danner baggrund for belønningen.

Nomineringer indsendes på nedenforstående skema. Derudover kan der eventuelt medsendes uafhængige støtteskrivelser. NKT A/S stiller sekretariat til rådighed for priskommiteen. Materialet indsendes til NKT senest den 15. marts, 1995.

**NKT Research Center A/S
Sognevej 11
2605 Brøndby
att: Direktør Søren Isaksen**

Name of nominee _____

Address _____

Citation

Short description of research (maximum 50 words)

Vitae

Brief vitae and important publications

References

Name two or more persons for further peer review of the nominee

Name	Address
------	---------

1.	_____
----	-------

2.	_____
----	-------

3.	_____
----	-------

Signature _____

Name and address _____

Submit the nomination to NKT Research Center before marts 15, 1995

NKT Research Center A/S
Sognevej 11
2605 Brøndby
att: Direktør Søren Isaksen

