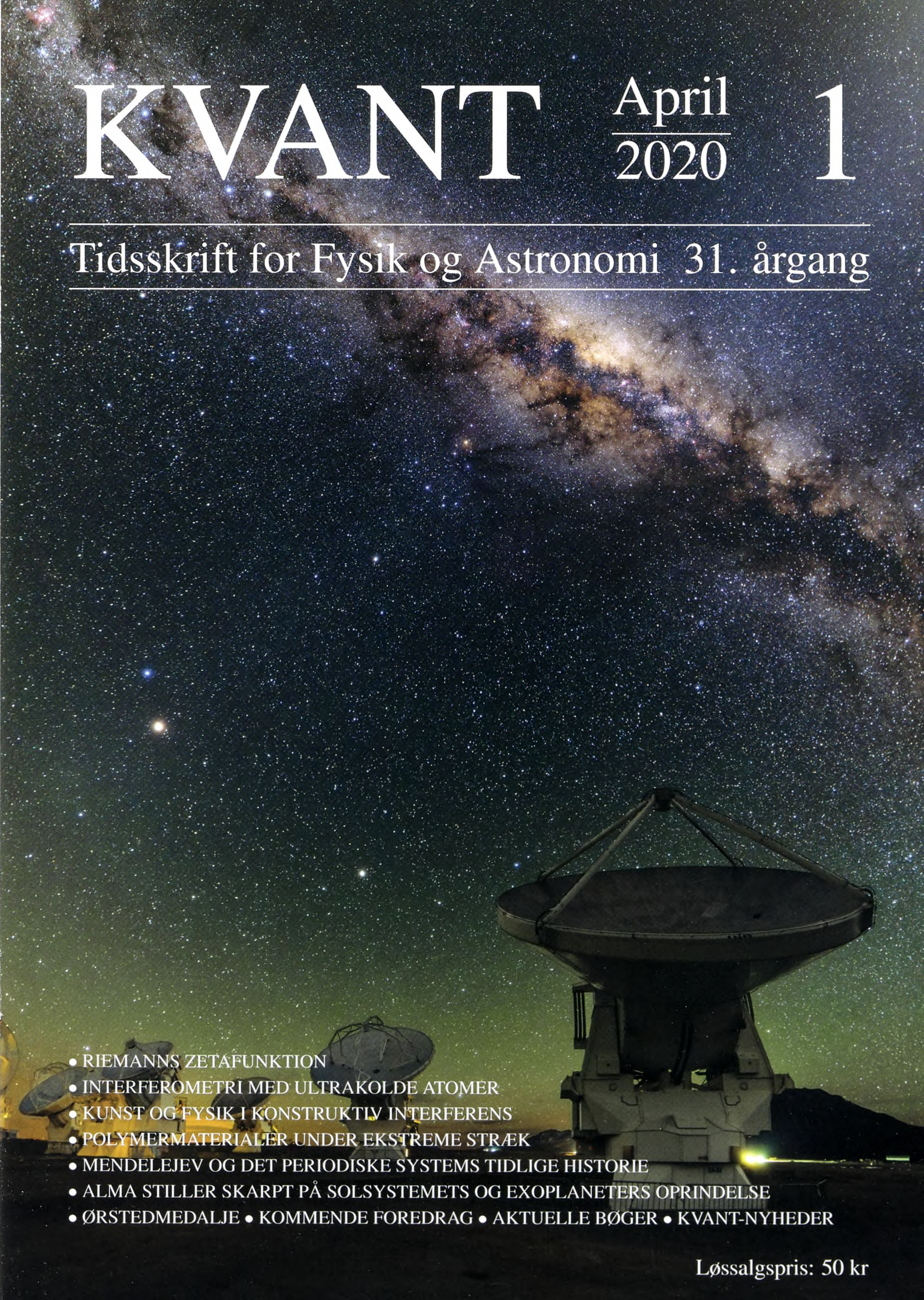


KVANT

April
2020

1

Tidsskrift for Fysik og Astronomi 31. årgang

- 
- RIEMANNS ZETAFUNKTION
 - INTERFEROMETRI MED ULTRAKOLDE ATOMER
 - KUNST OG FYSIK I KONSTRUKTIV INTERFERENS
 - POLYMER MATERIALER UNDER EKSTREME STRÆK
 - MENDELEJEV OG DET PERIODISKE SYSTEMS TIDLIGE HISTORIE
 - ALMA STILLER SKARPT PÅ SOLSYSTEMETS OG EXOPLANETERS OPRINDELSE
 - ØRSTEDMEDALJE • KOMMENDE FOREDRAG • AKTUELLE BØGER • KVANT-NYHEDER

Løssalgspris: 50 kr

KVANT

Tidsskrift for Fysik og Astronomi

c/o DTU Space, Centrifugevej 356
DK-2800 Kgs. Lyngby

Hjemmeside : www.kvant.dk

E-mail : kvant@kvant.dk

Facebook  : [KVANT.fysiktidsskrift](https://www.facebook.com/KVANT.fysiktidsskrift)

ISSN (trykt) : 0905-8893

ISSN (web) : 2245-4942

Udgives af

Astronomisk Selskab

Dansk Fysisk Selskab

Dansk Geofysisk Forening

Selskabet for Naturlærens Udbredelse

Redaktion

Jens Olaf Pepke Pedersen (ansv. red.),
DTU Space

Michael Cramer Andersen,

Christianshavns Gymnasium

Christine Pepke Gunnarsson (nyheds-
redaktør), DTU Health Technology

Steen Lærke (astro@kvant.dk),

Astronomisk Selskab

John Rosendal Nielsen,

Aurehøj Gymnasium

Dorte Olesen (SNU),

DTU Compute

Finn Berg Rasmussen,

Niels Bohr Institutet, KU

Svend Erik Rugh

Julie Søgård (Facebookredaktør og AS)

Sarah Pepke Pedersen (korrektur)

Abonnementspris : 180 kr./år.

Kvant udkommer 4 gange årligt og er med-
lemsblad for de udgivende selskaber.

Abonnement tegnes på www.kvant.dk.

Øvrige henvendelser vedr. abonnement til
Christine Pepke Gunnarsson:
christine@kvant.dk (tlf. 27 51 01 76).

Annoncepriser

1/1 side: 3600 kr., 1/2 side: 2300 kr.

1/4 side: 1600 kr.

Priserne er excl. moms og for reproklart
materiale i farver. Henvendelser om annon-
cer til redaktøren på: kvant@kvant.dk

Tryk

Vestergaards Bogtrykkeri A/S.

Oplag: 2.500.



Produktionsplan

Nr. 2-2020 udkommer ca. 15. juni

Nr. 3-2020 udkommer ca. 15. september

Deadline for mindre bidrag og annoncer
er ca. en måned før, længere artikler skal
modtages to måneder før.

Indhold:

Mendelev og det periodiske systems tidlige historie	
<i>Helge Kragh</i>	3
Riemanns Zetafunktion	
<i>Christian Berg</i>	7
“Astronomy For All”-prisen	11
ALMA stiller skarpt på solsystemets og exoplaneters oprindelse	
<i>Jes Jørgensen</i>	12
Interferometri med ultrakolde atomer	
<i>Sofus Laguna Kristensen</i>	16
Fundamental forståelse af polymermaterialer under ekstreme stræk	
<i>Anine Borger</i>	20
Mogens Esrom Larsen (1942–2020)	
<i>Jens Olaf Pepke Pedersen</i>	24
Kunst og fysik i konstruktiv interferens	
<i>Ulrich Hoff</i>	25
Ståltrådsstrækning – breddeopgave 83 og 84 med didaktisk kommentar	
<i>Jens Højgaard Jensen</i>	29
Foreningsnyt	31
Kommende foredrag	32
Aktuelle bøger	
<i>John Rosendal Nielsen og Christine Pepke Gunnarsson</i>	33
KVANT-nyheder	
<i>Christine Pepke Gunnarsson</i>	34
Ørstedmedalje i bronze	
<i>Jens Olaf Pepke Pedersen</i>	Bagsiden

Billedet på forsiden viser flere af ALMA-antennerne i Chile og de centrale dele af Mælkevejen ovenover. Nederst til venstre ses Mars, mens Saturn er lidt højere på himlen mod midten af billedet. Læs Jes Jørgensens artikel side 12 om ALMA, der stiller skarpt på solsystemets og exoplaneters oprindelse.



KVANT udsendes gratis, i ét eksemplar, til alle gymnasier, seminarier og HTX-kurser i Danmark, på Færøerne og i Grønland med velvillig økonomisk støtte fra Niels Bohr Institutet (KU), Institut for Fysik og Astronomi (AU), Institut for Fysik, Kemi og Farmaci (SDU), Institut for Materialer og Produktion (AAU), DTU Fotonik, DTU Fysik samt Institut for Naturvidenskab og Miljø (RUC).

Mendelejev og det periodiske systems tidlige historie

Helge Kragh, Niels Bohr Institutet, Københavns Universitet

Det 150 år gamle periodiske system er ordnet efter grundstoffernes atomnumre og gengiver den måde, atomernes elektroner er arrangeret på. Men for at forstå systemets tidlige historie, der her skitseres indtil omkring 1905, må vi se bort fra den moderne viden. Vi må borttænke begreber som atomnummer, isotopi og elektronstruktur, og kun tænke på de begreber, man kendte til i slutningen af 1800-tallet.

1869, *annus mirabilis*

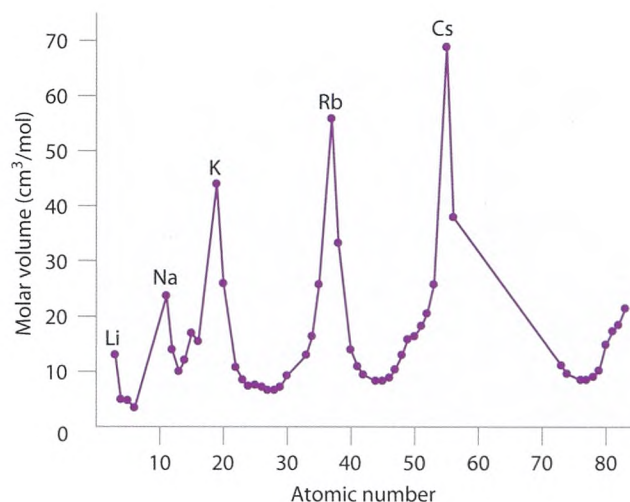
Det periodiske system tilskrives i sin udviklede form den russiske kemiker Dmitrij Mendelejev og hans tyske kollega Lothar Meyer, der uafhængigt af hinanden indførte systemet i 1869. Selv om Meyers version ikke havde samme gennemslagskraft som Mendelejevs, og heller ikke samme videnskabelige potentiale, var det et vigtigt bidrag til forståelsen af grundstoffernes slægtskabsforhold. Meyer fokuserede på grundstofatomernes relative størrelse, som han angav ved deres atomvolumen givet ved forholdet mellem et grundstofs atomvægt og dets densitet. Ved at plote atomvolumen mod atomvægt fremgik det tydeligt, at grundstofferne var delt i forskellige grupper og perioder. For eksempel havde alle alkalimetallerne et meget højt atomvolumen, sådan at kaliums volumen var væsentligt større end det tungere calciums.



Figur 1. Dmitrij Ivanovich Mendelejev (1835–1907).

Mendelejev var i slutningen af 1860'erne professor i teknisk kemi ved universitetet i St. Petersburg, hvor han forberedte en stor lærebog i almen kemi. Førsteudgaven udkom på russisk i 1869 som *Osnovy Khimii* (Kemiens Grundlag), og den blev senere oversat til flere sprog, på engelsk som *Principles of Chemistry*. Det var i forbindelse med udarbejdelsen af sin bog, at den 35-årige Mendelejev formulerede sin første version af det periodiske system, nemlig i et håndskrevet manuskript dateret 17. februar 1869. Månedene derefter blev det præsenteret ved et møde i det nyligt oprettede Russiske Selskab for Fysik og Kemi, og senere på året optrådte systemet på tryk i form af tidsskriftartikler på russisk og tysk. Omkring ti år senere havde det vundet international anerkendelse som et uundværligt fundament

for den almene og systematiske kemi. Herhjemme blev systemet først diskuteret i en artikel fra 1880 skrevet af kemikeren Odin Christensen.



Figur 2. En moderne gengivelse af Meyers kurve, men her med atomernes rumfang plottet mod deres atomnummer og ikke deres atomvægt.

Det må understreges, at hele grundlaget for det periodiske system, uanset om det var i Meyers eller Mendelejevs version, var de eksperimentelt bestemte atomvægte, der fungerede som en definition på et grundstof. Hvis to grundstoffer havde forskellig atomvægt, men ellers helt samme fysiske og kemiske egenskaber, ja så måtte grundstofferne være forskellige. Mendelejev forkastede (i modsætning til Meyer) enhver tanke om, at atomet selv kunne være sammensat og have en indre struktur. For ham var der tale om en empirisk korrelation af uafhængige grundstoffers egenskaber med deres atomvægte, og korrelationen var af en sådan art, at den var irreducibel. Han foretrak at tale om den periodiske lov for derved at understrege, at den havde status af en naturlov. Om end Mendelejev formulerede sin lov eller tabel på flere forskellige måder, forblev han overbevist om, at der ikke var nogen dybere forklaring på grundstofferne og deres atomvægte.

Forudsigelser

Når Mendelejevs system så hurtigt blev anerkendt, skyldtes det dels den orden og det overblik, det bragte over de dengang 60 kendte grundstoffer. Men det skyldtes i endnu højere grad systemets evne til at korrigere atomvægte for kendte grundstoffer og forudsige

eksistensen af nye. Det blev omkring 1870 almindeligt antaget, at beryllium var trivalent og homologt med aluminium, samt at dets atomvægt var 14,6. Dette stemte imidlertid ikke med Mendelejevs system, efter hvilket beryllium måtte være divalent som magnesium og have en atomvægt lidt over 9. Præcise målinger i 1885 viste, at Mendelejev havde ganske ret – atomvægten er 9,01 – hvilket selvsagt var en triumf for hans system. En endnu større triumf var opdagelsen af nye grundstoffer svarende til de ubesatte pladser i det periodiske system.

ОПЫТЪ СИСТЕМЫ ЭЛЕМЕНТОВЪ

ОСНОВАННОЙ НА ИХЪ АТОМНОМЪ ВѢСѢ И ХИМИЧЕСКОМЪ СХОДСТВѢ

		Tl = 50	Zr = 90	? = 180.
		V = 51	Nb = 94	Ta = 182
		Cr = 52	Mo = 96	W = 186.
		Mn = 55	Rh = 104,4	Pt = 197,4.
		Fe = 56	Ru = 104,4	Ir = 198
		Ni = 59	Co = 59	Pt = 106,6 Os = 199.
H = 1		Cu = 63,4	Ag = 108	Hg = 200
Be = 9,4	Mg = 24	Zn = 65,2	Cd = 112	
B = 11	Al = 27,4	? = 68	U = 116	Au = 197?
C = 12	Si = 28	? = 70	Sn = 118	
N = 14	P = 31	As = 75	Sb = 122	Bi = 210?
O = 16	S = 32	Se = 79,4	Te = 128?	
F = 19	Cl = 35	Br = 80	I = 127	
Li = 7	Na = 23	K = 39	Rb = 85,4	Cs = 133 Tl = 204
		Ca = 40	Sr = 87,6	Ba = 137 Pb = 207
		? = 45	Ce = 92	
		?Er = 56	La = 94	
		?Yt = 60	Di = 95	
		?In = 75,6	Th = 118?	

Д. Менделѣевъ

Figur 3. Den første trykte version af Mendelejevs system fra første nummer af tidsskriftet fra det Russiske Selskab for Fysik og Kemi.

Allerede i 1871 påpegede Mendelejev, at der måtte eksistere hidtil ukendte grundstoffer, som i kemisk og fysisk henseende var analoge til aluminium, silicium og bor. Med et præfiks hentet fra sanskrit benævnte han de tre hypotetiske grundstoffer eka-aluminium, eka-silicium og eka-bor. Mendelejevs forudsigelse af disse stoffers fysiske og kemiske egenskaber var forbløffende præcise, sådan som det viste sig, da de blev fundet i naturen og da benævnt hhv. gallium, germanium og scandium. Selv i moderne lærebøger i kemi fremhæves disse eksempler på styrken i Mendelejevs system, mens det sjældent eller aldrig nævnes, at flere af Mendelejevs forudsigelser var aldeles forkerte. Ikke blot forudsagde Mendelejev eka-cæsium med atomvægt på 175, sent i sin karriere hævdede han også, at der måtte findes to nye grundstoffer, der var lettere end brint (se nedenfor). Hvad mere er, selv nogle af hans forudsigelser om galliums egenskaber var forkerte. Mendelejev mente, at det nye metals smeltepunkt måtte ligge mellem smeltepunkterne for indium (115°C) og aluminium (660°C), men faktisk har gallium et smeltepunkt på blot

30°C. Der var omtrent lige så mange af Mendelejevs forudsigelser, der var forkerte, som der var rigtige forudsigelser. Men førstnævnte optræder ikke i de kemiske lærebøger.

Problemer og anomalier

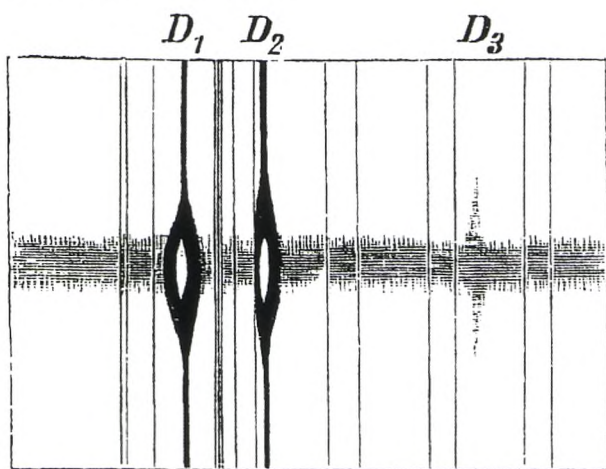
Som videnskabsfilosoffer har påpeget, kan en teori godt overleve og endda være progressiv, selv om den er plaget af alvorlige anomalier, altså uoverensstemmelser mellem teorien og empiriske data. Det var tilfældet med det periodiske problem, der i perioden 1870–1910 var konfronteret med adskillige problemer. Et af dem vedrørte den dårligt definerede gruppe af sjældne jordarter, omtrentligt svarende til vore lanthanider, der noget tilfældigt blev klistret på systemet i stedet for at være integreret i det på naturlig vis. Et andet og mere drilsk problem vedrørte rækkefølgen af grundstofferne iod og tellur, og senere også kalium og argon. Iod er tydeligvis en halogen og må høre til hovedgruppe VII, mens tellur hører til svovlgruppen VI og derfor må komme før iod. Atomvægten for tellur må derfor være mindre end for iod. Irriterende nok antydede eksperimenter, at $A(I) = 127$ og $A(Te) = 128$, i lodret modstrid med det periodiske system. Mendelejevs svar på truslen var at betvivle de eksperimentelt bestemte værdier, sådan som han med held havde gjort med berylliums atomvægt. Denne gang slap han dog ikke godt fra det, for senest i 1900 viste eksperimenter entydigt, at $A(I) = 126,9$ og $A(Te) = 127,6$. Selv konfronteret med disse data nægtede Mendelejev at tro på dem. De måtte være forkerte, men var det alligevel ikke. Te-I anomalien og den tilsvarende Ar-K anomali, nemlig $A(Ar) = 39,8$ og $A(K) = 39,1$, forsvandt først efter Mendelejevs død i 1907.

Den overraskende opdagelse i 1894 af et nyt atmosfærisk grundstof, det sært inaktive argon, vakte bekymring hos Mendelejev og andre kemikere. Undersøgelser viste nemlig, at gassen var monoatomisk og med en atomvægt tæt på 40. Hvis argon virkeligt var et grundstof, måtte det have en plads i det periodiske system, hvilket syntes umuligt. Mendelejevs første indskydelse var da også at afvise opdagelsen med den begrundelse, at "der er ikke nogen plads for det [argon] i det periodiske system". Han foreslog, at der i stedet var tale om et N_3 -molekyle i analogi med ozonmolekylet O_3 . Først med opdagelsen af helium, neon, krypton og xenon drev bekymringen over, idet gruppen af ædelgasser nu kunne indpasses i en udvidet version af det periodiske system. En alvorlig trussel mod systemet blev vendt til en succesrig bekræftelse.

Andre og endnu mere alvorlige problemer kom til i starten af det 20. århundrede med fremkomsten af radiokemi og påvisningen af en lang række nye radioaktive stoffer. Disse stoffer, som lidt senere blev kaldt isotoper, var tilsyneladende nye grundstoffer, men de kunne umuligt indpasses i det periodiske system. Mendelejev valgte at lukke øjnene, overbevist som han var om, at der ikke kunne være brud på den periodiske lov. Andre kemikere var mere bekymrede. De indså, at noget var galt, men ingen vidste endnu, hvad der var galt eller hvor galt, det var.

Himmelske grundstoffer?

Det periodiske system blev indført kort efter den optiske spektroskopi, den umådeligt vigtige kemisk-fysiske analyseteknik, der primært skyldes et samarbejde mellem fysikeren Robert Kirchhoff og kemikeren Robert Bunsen, begge professorer ved universitetet i Heidelberg. Spektroskopiske undersøgelser resulterede hurtigt i opdagelsen af nye grundstoffer (cæsium, rubidium, thallium, indium) og også i studier af de grundstoffer, der fandtes i Solens atmosfære. Astrokemien bekræftede, at der ikke var nogen fundamental forskel mellem den jordiske og himmelske kemi, men alligevel kunne det ikke udelukkes, at der gemte sig grundstoffer i stjernerne, der ikke fandtes på Jorden. I spektrene fra stjerner og galakser fandtes linjer, man ikke kunne identificere i laboratoriet, hvilket fik flere forskere til at foreslå, at de skyldtes grundstoffer, som kun fandtes i himlen. Et dusin sådanne grundstoffer blev foreslået og navngivet, herunder det eksisterende helium og det ikke-eksisterende coronium.



Figur 4. Spektrum fra en solplet, der viser de to stærke D-linjer fra natrium (D_1 , D_2) og den svagere heliumlinje betegnet D_3 . Tegning fra lærebog i spektralanalyse fra 1883.

Hypotesen om helium skyldtes en enkelt spektrallinje i Solens atmosfære med bølgelængde 587,5 nm, som den engelske amatør-astronom Norman Lockyer havde observeret i 1868. Enkelte kemikere som hans landsmand William Crookes spekulerede, at det spøgelsesagtige helium kunne være et urstof med atomvægt på ca. 0,5, som alle andre grundstoffer bestod af. På den måde kunne man med lidt snilde redegøre for grundstoffernes atomvægte. Mendelejev fandt dog den slags idéer helt uantagelige og i modstrid med ånden i det periodiske system, hvorfor han i 1889 afviste helium som en "imaginær substans". I stedet mente han, at spektrallinjen skyldtes et velkendt grundstof, der i solatmosfæren befandt sig under så ekstreme fysiske betingelser, at de ikke kunne realiseres i laboratoriet. Det var en rimelig hypotese, men med William Ramsays påvisning af jordisk helium i 1895 viste den sig at være forkert.

Coronium havde samme baggrund som helium, blot var den uidentificerede bølgelængde her 530,3 nm. Hypotesen om et nyt grundstof blev fremført af den ansete

amerikanske astronom Charles Young i 1875, og blev i lang tid fundet troværdig af mange astrofysikere, mens de fleste kemikere valgte at ignorere coronium. Som vi straks skal se, var der dog en enkelt prominent kemiker, nemlig Mendelejev, der tog coronium alvorligt. Mysteriet om coroniumlinjen blev først endeligt løst i 1939, da man med baggrund i kvantemekanikken kunne forklare den som en kvanteovergang i den usandsynlige ion Fe^{13+} .

Æteren som grundstof

Mendelejev var i filosofisk henseende realist og betragtede den klassiske kemi baseret på det periodiske system som den mest realistiske af alle videnskaber. Den var eller burde være et bolværk mod den bekymrende fremmarch i *fin-de-siècle*-perioden af spiritisme, mysticisme og andre antividenskabelige holdninger, der også omfattede en fornyet interesse for esoterisk alky-mi. Det er i denne sammenhæng, man må vurdere den overraskende og noget sære version af det periodiske system, Mendelejev fremlagde i 1902 og som optrådte i 3.-udgaven af *Principles of Chemistry* fra 1903. Mendelejev havde på den tid accepteret helium, argon og de øvrige ædelgasser, som han nu supplerede med to grundstoffer, der begge var lettere end brint. Det ene kunne være coronium, hvis atomvægt han anslog til højst 0,2. Den anden inaktive gas, som han benævnte enten "x" eller "newtonium", identificerede han med den verdensæter, der endnu på den tid blev anerkendt af næsten alle videnskabsmænd. Æteren, hævdede Mendelejev, var ikke blot virkelig, men også af materiel art. Ud fra fysiske og astronomiske overvejelser estimerede han, at dens atomvægt var omkring 10^{-9} , og at æteratomernes middelhastighed var mere end 2.000 km/s.

Som Mendelejev fremhævede, var æteren en materiel substans ligesom andre grundstoffer, blot var den overalt og kunne gennemtrænge alt stof, og den var helt uden de åndelige egenskaber, som mange spiritister tilskrev den. Den berømte russiske kemikers forsvar for æteren var ikke problematisk, men hans opfattelse af den som bestående af æteriske atomer vandt ingen tilslutning blandt hverken kemikere eller fysikere. Den blev betragtet som en pinlig spekulation, der hellere måtte bortforklares eller forbigås i tavshed. I en anmeldelse fra 1904 indvendte den engelske fysiker Joseph Larmor, at Mendelejevs kemiske æter helt og aldeles var forskellig fra den elektromagnetiske æter, der var grundlaget for det nye fysiske verdensbillede.

Faktisk var Mendelejev ikke den første til at tilskrive æteren status som et grundstof. Det samme gjorde den amerikanske ingeniør Charles Brush, der i 1898 endda mente at have påvist ætergassen og bestemt dens densitet til mindre end 10^{-4} af brints. Brush kaldte det nye grundstof for "etherion" (symbol Et), men det viste sig snart, at hans æter blot var vanddamp.

Elektroner og radioaktivitet

Selv om Mendelejev unægteligt var en original og innovativ forsker, var han også konservativ og på visse områder endda reaktionær. Han var overbevist om den klassiske kemis antagelser om uforanderlige grundstof-

fer og usammensatte atomer, også selv om der omkring 1900 blev sat alvorlige spørgsmålstegn ved dem. Opdagelsen af radioaktiviteten antydede, at de tungeste grundstoffer spontant kunne omdannes til andre, og J. J. Thomsons subatomare elektron syntes at være en fælles byggesten for alle atomer. Den slags idéer fandt Mendelevjev ganske uantagelige, ja grænsende til det uvidenskabelige. For ham at se, hørte elektronen ikke til videnskabens verden, men til fantasiens, hvorfor han i 1903 resolut afviste den "uforståelige og uantagelige hypotese om elektronen". Netop på den tid var elektronen af afgørende betydning for fysisk frontforskning, og selv flere kemikere indså, at den nye partikel måtte spille en central rolle i deres videnskab.

Ikke blot afviste Mendelevjev elektronen, han afviste også radioaktivitet som et udtryk for spontan grundstofforvandling, sådan som hævdede af Ernest Rutherford og andre. Mendelevjev havde tilbragt sommeren 1902 i Paris, hvor han af Henri Becquerel og ægteparret Curie var blevet opdateret om de nyeste udviklinger inden for den radioaktive videnskab. Han brød sig ikke om, hvad han hørte. Naturligvis måtte han anerkende radioaktiviteten som fænomen, men han var ikke tvunget til at anerkende dens forklaring ud fra grundstofforvandling. For ham at se var der tale om et tilbageskridt til førvidenskabelig alkymi. Som et alternativ udviklede Mendelevjev en forklaring, der var baseret på en hypotese om æteratomer, som udsendtes fra overfladen af de tunge radioaktive atomer. Hans alternativ kan forekomme at være vildt spekulativ, men den russiske kemiker var ikke ene om at foreslå mekanismer for radioaktivt henfald, der bibeholdt den traditionelle kemis krav om uforanderlige atomer. Radioaktivitet var et meget mærkeligt fænomen, og det var trods alt først med kvantemekanikken, det blev fuldt forstået.

Series	Zero Group	Group I	Group II	Group III
0	x			
1	y	Hydrogen H=1.008		
2	Helium He=4.0	Lithium Li=7.03	Beryllium Be=9.1	Boron B=11.0
3	Neon Ne=19.9	Sodium Na=23.05	Magnesium Mg=24.1	Aluminium Al=27.0
4	Argon Ar=38	Potassium K=39.1	Calcium Ca=40.1	Scandium Sc=44.1

Figur 5. Udsnit fra Mendelevjers periodiske system fra 1902, hvor y (coronium) og x (æter eller newtonium) optræder i gruppen af inaktive gasser. Bemærk også, at argon optræder med lavere atomvægt end kalium.

Den senere udvikling

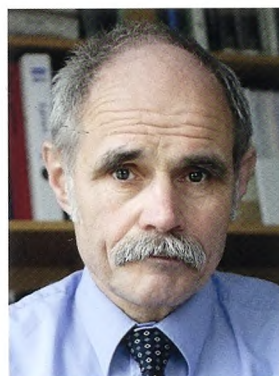
I betragtning af, at grundlaget for det oprindelige periodiske system smuldrede omkring 1905, er det be-

mærkelsesværdigt, at det ikke blot overlevede, men ti år senere genopstod i en styrket og endnu mere autoritativ skikkelse. Det var nu baseret på en ny heltallig parameter, atomnummeret, i stedet for atomvægten. Med denne ændring kunne et grundstof være en blanding af isotoper med forskellig atomvægt, og grundstoffer lettere end brint var udelukket. Problemerne med Mendelevjers system blev i det store og hele løst, men på en måde Mendelevjev ville have fundet helt uantagelig. Det tog dog tid, før kemikerne vænnede sig til den nye fysikbaserede definition af et grundstof, der mødte modstand fra mange kemikere af den gamle skole. Definitionen baseret på atomnummeret blev først officielt vedtaget af IUPAC (International Union of Pure and Applied Chemistry) i 1923.

Grundlaget for den reviderede forståelse af grundstoffernes periodiske system var Rutherfords kerne-model og Niels Bohrs tilsvarende atomteori. Atomnummeret, der først blev foreslået af den hollandske amatørphysiker Antonius van den Broek i 1913, var blot et andet navn for atomkernens positive ladning. I dag vil vi sige, at atomnummeret er det samme som antallet af protoner, men i årene mellem 1913 og 1932 gjaldt det ikke, for dengang var kernen sammensat af protoner og elektroner. Neonisotopen Ne-22 havde atomnummeret 10, men indeholdt 22 protoner og 12 elektroner. Da neutronen senere erstattede elektronen som en bestanddel af kernen, ændrede det intet i det periodiske system.

Litteratur

- [1] E. Scerri (2007) *The Periodic Table: Its Story and Its Significance*, Oxford University Press.
- [2] P. Villadsen (2015) *Det Periodiske Systems Historie*, Steno Museets Venner.
- [3] M. Gordin (2004) *A Well-Ordered Thing: Dmitrii Mendeleev and the Shadow of the Periodic Table*, Basic Books.
- [4] D. I. Mendeleev (1891) *Principles of Chemistry*, Longmans.
- [5] H. Kragh (1989) *The aether in late nineteenth century chemistry*", Ambix, bind 36, side 49–63.



Helge Kragh er professor emeritus ved Niels Bohr Institutet og arbejder især med de fysiske videnskabers nyere historie.

Riemanns Zetafunktion

Christian Berg

De to vigtigste matematikere, der har beskæftiget sig med Zetafunktionen, er Euler og Riemann. Den første fandt ud af, at funktionen hænger nøje sammen med primtallene. Den anden gik langt videre og studerede funktionen af en kompleks variabel. Riemann fremsatte den til dato ubeviste hypotese, at funktionens nulpunkter i den komplekse plan uden for den reelle akse alle ligger på en lodret linie med realdel $\frac{1}{2}$. Desuden studerede han primtalsfunktionen $\pi(x)$, der angiver antallet af primtal mindre end x . Baseret på Riemanns arbejde blev primtalsætningen bevist i 1896. Den siger, at for store værdier af x , er $\pi(x)$ omtrent lig med $x/\log(x)$.

I 1859 skrev Bernhard Riemann (1826–1866) et berømt arbejde: *“Om antallet af primtal under en given størrelse”*. Mange af eftertidens store matematikere som Hadamard, von Mangoldt, de la Vallée Poussin, Hardy, Littlewood, Siegel, Harald Bohr, Selberg og Artin har i deres arbejder været inspireret af idéer fra Riemanns otte sider lange afhandling, der nærmest må kaldes et resumé af hans forskning på området. Det er ikke let at læse Riemann. Når læseren møder en påstand, så kan det være noget som let eftervises, det kan være noget, som Riemann ønsker at bevise eller mener, han har vist, og som først er blevet bevist årtier senere, og det kan være en formodning, som til dato er ubevist. Men desværre kan det også være forkert, medmindre der stilles yderligere betingelser. Riemann var langt forud for sin tid. Det tog mindst 30 år, før nogen virkelig fattede hans idéer, og da Siegel i 1932 undersøgte Riemanns efterladte papirer, fandt han nye, betydningsfulde resultater.

Man kan finde yderligere information om meget af det følgende ved at søge på internettet og læse Wikipedia-artikler.

Eulers studier

I studiet af primtallenes fordeling spiller Riemanns Zetafunktion ζ en vigtig rolle. Funktionen var allerede studeret af Leonhard Euler (1707–1783), og den er defineret ved formelen

$$\zeta(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^x}. \quad (1)$$

For at forstå denne formel, hvor man lægger uendeligt mange reelle tal sammen, er man nødt til at præcisere, hvad man mener med udtrykket, som kaldes en uendelig række. Hvis man nøjes med at summere ved at tage N led med i rækken, altså ser på tallene

$$\zeta_N(x) = \sum_{n=1}^N \frac{1}{n^x} = \frac{1}{1^x} + \frac{1}{2^x} + \cdots + \frac{1}{N^x}, \quad N = 1, 2, \dots,$$

så er spørgsmålet, hvad der sker, når vi lader N blive større og større. Det viser sig, at når $x \leq 1$, så vil $\zeta_N(x)$ nærme sig uendelig, dvs. kunne blive større end et hvilket som helst stort tal, bare N vælges tilstrækkeligt stor. Hvis derimod $x > 1$, så vil $\zeta_N(x)$ nærme sig et endeligt tal, som vi kalder $\zeta(x)$, når N bliver større og

større. Vi siger, at rækken (1) er konvergent, når $x > 1$, og at den er divergent, når $x \leq 1$.

Euler fandt som den første ud af, at $\zeta(2) = \pi^2/6$, hvor $\pi = 3,14159\dots$, er defineret som den halve omkreds af en cirkel med radius 1 (eller ækvivalent hermed som arealet af den tilhørende cirkelskive). Problemet at finde den eksakte værdi af $\zeta(2)$ blev i samtiden kaldt Basel-problemet, og det var åbent i knap 100 år, før Euler fandt værdien omkring 1735. Løsningen gjorde med ét slag Euler berømt. Senere fandt Euler ud af, at

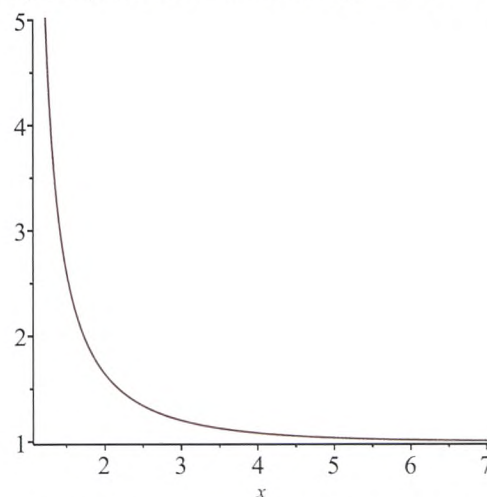
$$\zeta(4) = \frac{\pi^4}{90}, \quad \zeta(6) = \frac{\pi^6}{945},$$

og han fandt endda en formel for $\zeta(2k)$ udtrykt ved det $2k$ 'te Bernoullital (se afsnittet herom nedenfor)

$$\zeta(2k) = (-1)^{k-1} \frac{2^{2k-1} B_{2k}}{(2k)!} \pi^{2k}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (2)$$

Det skal understreges, at der ikke kendes nogen formel for ζ 's værdier for de ulige heltal $3, 5, \dots$

Tegner man grafen for Zetafunktionen på det åbne interval $(1, \infty)$, ser man, at den aftager fra ∞ til 1.



Figur 1. Grafen for ζ på intervallet $(1, 7)$.

Euler opdagede også, at der er en sammenhæng mellem Zetafunktionen og primtallene $\mathbb{P} := \{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$, dvs. de naturlige tal større end 1, der ikke kan deles med andre naturlige tal større end 1 end tallet selv. Primtallene er byggestenene for alle naturlige tal, idet ethvert naturligt tal større end 1 på entydig måde kan faktorerises med udnyttelse af primtallene, fx

$$20328 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11^2.$$

Hvis vi stiller primtallene op i en følge $p_1 = 2, p_2 = 3, p_3 = 5, p_4 = 7, p_5 = 11, \dots$ (allerede hos Euklid er der bevis for, at der er uendeligt mange primtal), så fandt Euler ud af, at

$$\zeta(x) = \prod_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1 - \frac{1}{p_n^x}}, \quad x > 1, \quad (3)$$

altså at tallene

$$\prod_{n=1}^N \frac{1}{1 - \frac{1}{p_n^x}}$$

nærmer sig $\zeta(x)$, når N bliver større og større. (Symbolet $\prod_{n=1}^N a_n$ betyder, at man skal danne produktet af tallene $a_1, a_2, \dots, a_N$.)

For at forstå, at formelen blot er et udtryk for, at ethvert tal kan faktorerises i primtal, skal vi udnytte den simple uendelige kvotientrække

$$\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}, \quad 0 < q < 1. \quad (4)$$

Formlen betyder nemlig ved successivt at vælge $q = 1/2^x, q = 1/3^x, \dots, q = 1/p_n^x$ at (3) kan skrives

$$\begin{aligned} \zeta(x) = & \left(1 + \frac{1}{2^x} + \frac{1}{(2^2)^x} + \dots\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3^x} + \frac{1}{(3^2)^x} + \dots\right) \\ & \dots \left(1 + \frac{1}{p_n^x} + \frac{1}{(p_n^2)^x} + \dots\right) \dots \end{aligned}$$

For at få bidraget $1/20328^x$ fra $\zeta(x)$ skal vi tage fjerde led ($= 1/(2^3)^x$) fra første parentes, andet led ($= 1/3^x$) fra anden parentes, første led ($= 1$) fra tredje parentes, andet led ($= 1/7^x$) fra fjerde parentes, tredje led ($= 1/(11^2)^x$) fra femte parentes og derefter første led ($= 1$) fra alle efterfølgende parenteser.

Euler bemærkede, at (3) for $x \rightarrow 1^+$ har den konsekvens at

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{p_n} = \infty,$$

som på en stærk måde illustrerer, at der er uendeligt mange primtal, men de vokser langsommere end kvadrattallene n^2 da $\zeta(2) < \infty$.

Riemanns studier

Når funktionen ζ kaldes Riemanns Zetafunktion, er det fordi, Riemann gik langt videre end Euler og studerede funktionen som en funktion af en kompleks variabel. For at forstå dette kræves kendskab til mængden af de komplekse tal $\mathbb{C}$. Det drejer sig om tal af formen $z = x + iy$, hvor x og y er reelle tal, og i er et symbol, der opfylder $i^2 = -1$, så i og $-i$ er de to løsninger til andengradsligningen $x^2 + 1 = 0$. Denne ligning har som bekendt ingen reelle løsninger, og derfor kaldes i den imaginære enhed. Man kan sige, at $i = \sqrt{-1}$ rent symbolsk, men der er jo ingen reelle tal, hvis kvadrat er -1 . Matematikerne begyndte at regne med komplekse tal i 1500-tallet, men først omkring år 1800 nåede man til

fuld forståelse af de komplekse tal, bl.a. via den danske landmåler Caspar Wessel (1745–1818).

Man regner med komplekse tal, som om det var sædvanlige tal, men skal benytte reglen $i^2 = -1$, og $x + iy$ skal fortolkes som $x + i \cdot y = x + y \cdot i$.

Således er

$$(2 + i5) + (3 + i2) = (2 + 3) + i(5 + 2) = 5 + i7,$$

$$\begin{aligned} (2 + i5) \cdot (3 + i2) &= 6 + i4 + i15 + 10i^2 \\ &= 6 - 10 + i(4 + 15) = -4 + i19. \end{aligned}$$

Det komplekse tal $x + iy$ kan repræsenteres ved punktet (x, y) i en plan med et retvinklet koordinatsystem. Det betyder, at 1 er enheden på absцisseaksen (= den reelle akse), og i er enheden på ordinataksen (= den imaginære akse), og planen kaldes den komplekse plan. For et komplekst tal $z = x + iy$ kaldes x for realdelen af z (skrevet $x = \Re(z)$), medens y kaldes imaginærdelen af z (skrevet $y = \Im(z)$). Det komplekse tal $z = x + iy$ har den numeriske værdi $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$, som er afstanden fra $(0, 0)$ til (x, y) i planen. Medens de reelle tal kan identificeres med punkterne på en tallinie, kan de komplekse tal altså identificeres med punkterne i en plan.

Vi kan også betragte uendelige rækker $\sum_{n=1}^{\infty} z_n$ med komplekse led $z_n = x_n + iy_n$. En sådan række kaldes **konvergent**, hvis de endelige summer

$$\sum_{n=1}^N z_n, \quad N = 1, 2, \dots,$$

nærmer sig et fast komplekst tal $S = U + iV$, når N bliver større og større. Det kommer ud på, at de to rækker med reelle led $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ og $\sum_{n=1}^{\infty} y_n$ begge er konvergente med summer henholdsvis U og V . Hvis en række ikke er konvergent, så kaldes den divergent. Euler betragtede de elementære funktioner $\sin$, $\cos$, $\exp$ af en kompleks variabel ved at bruge uendelige rækker. For $z \in \mathbb{C}$ defineres

$$\sin(z) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{z^{2n+1}}{(2n+1)!},$$

$$\cos(z) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{z^{2n}}{(2n)!},$$

$$\exp(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!},$$

og alle tre rækker er konvergente for alle komplekse tal z . Indføres tallet e ved den uendelige række

$$e = \exp(1) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = 2,71828\dots,$$

er der gode grunde til at benytte skrivemåden

$$\exp(z) = e^z, \quad z \in \mathbb{C},$$

men det vil vi ikke komme nærmere ind på. Euler fandt sammenhængen

$$\exp(x + iy) = \exp(x) (\cos(y) + i \sin(y)), \quad x, y \in \mathbb{R},$$

altså

$$\Re(\exp(x + iy)) = \exp(x) \cos(y),$$

$$\Im(\exp(x + iy)) = \exp(x) \sin(y).$$

Det leder til den forunderlige formel $\exp(i\pi) = e^{i\pi} = -1$.

Det er uproblematisk at definere $\zeta(z)$ for $\Re(z) > 1$ ved formelen

$$\zeta(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^z}, \quad (5)$$

idet man definerer $n^z = \exp(z \log(n))$. Denne række er nemlig konvergent, når $\Re(z) > 1$, men divergent, når $\Re(z) \leq 1$. Fra et geometrisk synspunkt er ζ altså defineret i halvplanen $\{z \in \mathbb{C} \mid \Re z > 1\}$, der ligger til højre for den lodrette linie $\{z \in \mathbb{C} \mid \Re(z) = 1\}$. Zetas værdier er visse komplekse tal. Det er imidlertid svært at forstå præcist, hvordan funktionsværdierne opfører sig, og det har givet anledning til hundredevis af studier. Det skal nævnes, at formelen (3) også har mening og er rigtig, når x erstattes af et komplekst tal z med $\Re(z) > 1$. Der gælder altså, at tallene

$$\zeta(z) \prod_{n=1}^N \left(1 - \frac{1}{p_n^z}\right),$$

nærmer sig 1, når $N \rightarrow \infty$. Det har den konsekvens, at $\zeta(z) \neq 0$ når $\Re(z) > 1$.

En af de største opdagelser i 1800-tallet var klassen af holomorfe funktioner, som er en speciel klasse af funktioner af en kompleks variabel med komplekse værdier. De tre hovedaktører i teoriudviklingen var Cauchy, Riemann og Weierstrass. At en funktion $f : G \rightarrow \mathbb{C}$ er holomorf i området $G \subseteq \mathbb{C}$ kan kortest beskrives ved kravet om, at differenskvotienterne

$$\frac{f(z+c) - f(z)}{c}$$

skal have en grænseværdi for alle $z \in G$, når den komplekse tilvækst c nærmer sig 0. Hvis dette er tilfældet, kalder man grænseværdien $f'(z)$, altså i symboler

$$\lim_{c \rightarrow 0} \frac{f(z+c) - f(z)}{c} = f'(z),$$

og $f'(z)$ kaldes den komplekse differentialkvotient af $f(z)$. Teorien er altså helt analog med differentialregning for funktioner af en reel variabel, men det viser sig at være en meget eksklusiv egenskab at være holomorf. Grunden ligger kort fortalt i, at ved differentiabilitet af en reel funktion, er tilvæksten c reel, dvs. $z + c$ nærmer sig tallet z fra højre eller venstre, men når det drejer sig om komplekse tilvækster c , så vil $z + c$ kunne nærme sig z fra alle retninger i den komplekse plan.

Polynomier og de ovenfor definerede funktioner $\sin$, $\cos$, $\exp$ er holomorfe i hele $\mathbb{C}$, og Zetafunktionen er holomorf i den højre halvplan defineret overfor.

Sætning 1. Entydighedssætningen for holomorfe funktioner Lad f, g være to holomorfe funktioner i et område $G \subseteq \mathbb{C}$ og lad $I \subset G$ være et kurvestykke. Hvis $f(z) = g(z)$ for alle $z \in I$, så gælder automatisk at $f(z) = g(z)$ for alle $z \in G$.

For at sikre sig at to holomorfe funktioner f, g defineret i hele $\mathbb{C}$ er ens, er det altså nok at vide, at de er ens for alle reelle værdier ($I = \mathbb{R}$) eller blot, at de er ens på et lille interval f.eks. $[3, \pi]$ eller på en nok så lille cirkelbue i planen.

Det er en utroligt dyb og vigtig sætning. Riemann opdagede, at Zetafunktionen kan defineres som en holomorf funktion i $\mathbb{C} \setminus \{1\}$, så den passer med udtrykket (1), når $z = x > 1$. Af entydighedssætningen følger, at der kun er én måde at gøre dette på. Det følger også, at hvis man finder to forskellige måder at definere ζ på som holomorf funktion, der stemmer overens med (1), så må de to formler være lig hinanden. Det er for indviklet her at forklare, hvordan Riemann definerede Zetafunktionen i den venstre halvplan $\{z \in \mathbb{C} \mid \Re(z) \leq 1\}$, men det skal nævnes, at han fandt den berømte **funktionalligning** for ζ

$$\zeta(z) \Gamma\left(\frac{z}{2}\right) \pi^{-\frac{z}{2}} = \zeta(1-z) \Gamma\left(\frac{1-z}{2}\right) \pi^{-\frac{1-z}{2}}, z \in \mathbb{C}, \quad (6)$$

der sammenknytter værdierne i z og $1-z$.

Her optræder Eulers Gammafunktion Γ

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt, \quad \Re(z) > 0,$$

der har den simple funktionalligning

$$\Gamma(z+1) = z\Gamma(z).$$

Den skal i øvrigt bruges til at udvide Γ til en holomorf funktion i $\mathbb{C} \setminus \{0, -1, -2, \dots\}$ med såkaldte poler for $z = 0, -1, -2, \dots$ hvor $|\Gamma(z)| \rightarrow \infty$, når z nærmer sig en af polerne. (F. eks. er $\Gamma(-1/2) = -2\Gamma(1/2)$.)

Af (6) kan man slutte, at ζ i halvplanen $\Re(z) < 0$ har nulpunkter, hvor $\Gamma(\frac{z}{2})$ har poler, altså netop i de negative lige tal $z = -2, -4, \dots$. Resten af ζ 's nulpunkter må ligge i strimlen $0 \leq \Re z \leq 1$. At der ikke er nogen nulpunkter på linierne $\Re z = 0$ og $\Re z = 1$ viste sig at være en væsentlig ingrediens i beviset for den berømte primtalssætning, som vi vender tilbage til nedenfor.

Zetafunktionen oscillerer vildere og vildere mellem de lige nulpunkter $-2k$, $k = 1, 2, \dots$, når k vokser. Fx er (med 5 rigtige decimaler)

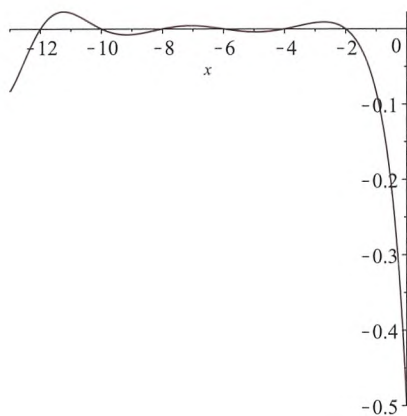
$$\zeta(-13) = -0,08333, \zeta(-15) = 0,44325,$$

$$\zeta(-17) = -3,05395, \zeta(-19) = 26,45621.$$

Man kan vise, at $\zeta(0) = -1/2$ og på intervallet $(-2, 1)$ aftager ζ fra 0 til $-\infty$. Der er faktisk en formel for Zetafunktionens værdier i de negative heltal udtrykt ved Bernoullitalleene B_n , nemlig

$$\zeta(-n) = (-1)^n \frac{B_{n+1}}{n+1}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (7)$$

De to formler (7) og (2) kan i øvrigt udledes af hinanden ved brug af funktionalligningen (6). Zetafunktionen er inkluderet i softwareprogrammet Maple, som er brugt til at tegne figur 2.



Figur 2. Grafen for ζ på intervallet $(-13, 0)$.

Primalssætningen

Lad $\pi(x)$ betegne antallet af primtal $\leq x$, altså f.eks.

$$\pi(2) = 1, \pi(3) = \pi(\pi) = \pi(4) = 2, \pi(10) = 4,$$

$$\pi(100) = 25.$$

Primalssætningen siger, at antallet $\pi(x)$ er tilnærmelsesvist det samme som $x/\log(x)$, når x er stor, i symboler

$$\pi(x) \sim \frac{x}{\log x} \quad \text{for } x \rightarrow \infty, \quad (8)$$

og helt præcist betyder det, at udtrykket til venstre for $\sim$ divideret med udtrykket til højre for $\sim$ har grænseværdien 1, når x går mod uendelig, altså

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \pi(x) \frac{\log(x)}{x} = 1.$$

At der ikke er nogen nulpunkter på linierne $\Re(z) = 0$ og $\Re(z) = 1$, og at (8) dermed gælder, blev vist af Hadamard og de la Vallée Poussin uafhængigt af hinanden i 1896. Langt senere er der givet et såkaldt elementært bevis for (8) af nordmanden Atle Selberg (1949). Det "elementære" betyder, at der ikke anvendes kompleks funktionsteori og Fourier-transformation, men ellers er beviset ikke elementært.

Riemann hævdede også, at antallet $N(T)$ af nulpunkter for ζ i rektanglet $0 \leq \Re z \leq 1$, $0 \leq \Im z \leq T$ opfylder

$$N(T) \sim \frac{T}{2\pi} \log \frac{T}{2\pi} - \frac{T}{2\pi}, \quad T \rightarrow \infty, \quad (9)$$

Det lykkedes først von Mangoldt i 1903 at vise (9). Derudover formodede Riemann, at *alle nulpunkter for ζ i strimlen $0 \leq \Re z \leq 1$ faktisk ligger på symmetrilinien $\Re z = \frac{1}{2}$* . Dette er den berømte og til dato stadig ubeviste **Riemann-hypotese**.

Ifølge Clay Mathematics Institute er Riemanns hypotese et af de syv Millennium Prize Problems, hvis løsning hver udløser en belønning på en million US-dollars.

Hardy beviste i 1914, at ζ har uendeligt mange nulpunkter på linien $\Re(z) = \frac{1}{2}$. Bohr og Landau viste (også i 1914), at $N(T) \sim N_\varepsilon(T)$ for ethvert $\varepsilon > 0$ når $T \rightarrow \infty$, hvor $N_\varepsilon(T)$ er antallet af nulpunkter for ζ i rektanglet $\frac{1}{2} - \varepsilon \leq \Re(z) \leq \frac{1}{2} + \varepsilon$, $0 \leq \Im(z) \leq T$, altså løst sagt, at nulpunkterne ligger tæt ved linien $\Re(z) = \frac{1}{2}$. Bemærk, at funktionalligningen (6) viser, at hvis $\zeta = \frac{1}{2} + it$ er nulpunkt for ζ , så er også $z = \frac{1}{2} - it$ nulpunkt.

Den første substantielle numeriske information om ζ 's nulpunkter i den kritiske strimmel skyldes den danske matematiker og aktuar J. P. Gram. I 1903 beregnede han alle ζ 's nulpunkter i rektanglet $0 \leq \Re(z) \leq 1$, $0 \leq \Im(z) \leq 50$ og fandt, at der var ti af dem og de lå alle på linien $\Re(z) = \frac{1}{2}$. Det første var $\alpha_1 = \frac{1}{2} + i 14,134725$, det sidste $\alpha_{10} = \frac{1}{2} + i 49,773832$, idet imaginærdelene blev angivet med seks decimaler. I 1925 kunne Hutchinson bekræfte, at alle ζ 's nulpunkter med imaginærdel mellem 0 og 300 ligger på den kritiske linie, og der er 139 nulpunkter. Med brug af dagens hurtige computere ved man naturligvis, at alle nulpunkterne med imaginærdel mellem $-T$ og T ligger på den kritiske linie. Her er T et meget stort tal, som år for år bliver større og større. Det betyder ikke, at Riemanns hypotese er rigtig, men kun at den bliver mere og mere sandsynlig.

I primalsstudier møder man integrallogaritmen

$$\text{Li}(x) = \int_2^x \frac{dt}{\log t}, \quad x > 2,$$

Det er nemt at se ved partiel integration, at

$$\text{Li}(x) \sim \frac{x}{\log x},$$

så primalssætningen kan også formuleres som

$$\pi(x) \sim \text{Li}(x).$$

Allerede Gauss observerede ved beregning som 15-årig i 1792, at $\text{Li}(x)$ så ud til at være en god approksimation til $\pi(x)$, og i mange år tydede numeriske beregninger på, at $\text{Li}(x) > \pi(x)$. Det var derfor en overraskelse, at Littlewood i 1914 kunne vise teoretisk, at der eksisterede store x så $\text{Li}(x) - \pi(x) < 0$ og endda, at udtrykket $\text{Li}(x) - \pi(x)$ skiftede fortegn uendeligt mange gange, når x gennemløb tallene fra 2 til uendelig. Der er dog ingen, der har været i stand til at angive et konkret tal x hvor $\text{Li}(x) < \pi(x)$, men hollænderen te Riele viste i 1986, at der i intervallet $(6,62 \cdot 10^{370}, 6,69 \cdot 10^{370})$ findes mere end 10^{180} på hinanden følgende heltal x , så $\text{Li}(x) - \pi(x) < 0$.

Det er dernæst af interesse at undersøge, hvor hurtigt

$$Q(x) := \left| \frac{\pi(x)}{\text{Li}(x)} - 1 \right| \quad (10)$$

går mod 0 for $x \rightarrow \infty$.

De la Vallée Poussin viste i 1899, at

$$Q(x) < e^{-\sqrt{c \log x}}, \quad x \geq x_0$$

for passende c og x_0 . Riemanns hypotese er ækvivalent med, at udtrykket i (10) går mod 0 tilstrækkeligt hurtigt. Helt præcist har man:

Sætning 2. Riemanns hypotese er ækvivalent med, at der for ethvert $\varepsilon > 0$ gælder

$$\lim_{x \rightarrow \infty} Q(x)x^{\frac{1}{2}-\varepsilon} = 0,$$

altså at $Q(x)$ går hurtigere mod 0 for $x \rightarrow \infty$ end $x^{-\frac{1}{2}+\varepsilon}$, uanset hvor lille ε er.

Bernoullital

Bernoullitalene $B_n, n = 0, 1, \dots$ er en kompliceret følge af rationale tal, der kan defineres som $B_0 = 1, B_1 = -1/2, B_2 = 1/6, B_3 = 0, B_4 = -1/30 \dots$. Når B_k er udregnet for k op til $n-1$, så udregnes B_n ved formlen

$$B_n = \frac{-1}{n+1} \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n+1}{k} B_k, \quad n = 1, 2, \dots$$

Man kan vise, at der gælder formlen

$$f(z) := \frac{z}{\exp(z) - 1} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{B_n}{n!} z^n, \quad z \in \mathbb{C}, |z| < 2\pi,$$

som også kan udtrykkes, at $B_n = f^{(n)}(0)$. Man kan vise, at $B_{2k+1} = 0, k = 1, 2, \dots$. Bernoullitalene

har overraskende talteoretiske egenskaber, og de dukker uventet op i en række matematiske emner.

De følgende to lærebøger indeholder megen præcis information om ovenstående emner, men bøgerne kræver stor matematisk viden af læseren.

Litteratur

- [1] H. M. Edwards (1974) *Riemann's Zeta Function*, Academic Press, New York og London.
- [2] P. Ribenboim (1996) *The New Book of Prime Number Records*, Springer-Verlag New York, Inc.

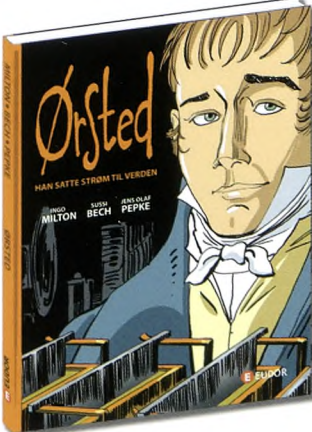


Christian Berg har undervist og forsket på Institut for Matematiske Fag ved Københavns Universitet i mange år og er nu professor emeritus. Hans hovedinteresse er matematisk analyse og herunder harmonisk analyse og momentproblemer.

“Astronomy For All”-prisen



Lykke Pedersen, cand.scient og formand for Dansk Selskab for Rumfartsforskning har modtaget “Astronomy For All”-prisen, der tildeles af IAU (International Astronomical Union). IAU kunne i 2019 fejre 100-års jubilæum og lancerede i den anledning en række projekter, herunder et globalt “Moon Landing 50”-projekt, der fejrede 50-året for den første bemandede landing på Månen. I tilknytning til dette projekt blev der uddelt en række priser, bl.a. “Astronomy For All”-prisen. Omkring 1000 projekter fra 128 lande med omkring en million deltagere verden over var med i fejringen. I Danmark blev denne begivenhed markeret med projektet Space Days 2019 med bl.a. en flot udstilling i Rundetaarn, “Rundt om Månen”, der blev set af over 25.000 besøgende fra flere end 45 lande. Lykke fik idéen til udstillingen tilbage i 2017 og var en af de centrale kræfter bag realiseringen af projektet.



80 sider i hardcover.
Udkommer 22. juni.

Nu kommer tegneserien om Hans Christian Ørsted, hans opvækst, hans samtid, hans betydning og hans opdagelse af elektromagnetismen – tegnet og fortalt af Ingo Milton og Sussi Bech efter oplæg af Jens Olaf Pepke Pedersen.

Tegneserien om ØRSTED

Inkl. 15 siders efterskrift om Hans Christian Ørsted.

FORUDBESTIL “Ørsted” i signeret udgave leveret pr. post på udgivelsesdagen for kun 200 kr. Send din bestilling til oersted@eudor.dk – så modtager du en email med betalingsinfo, når udgivelsen af “Ørsted” nærmer sig.

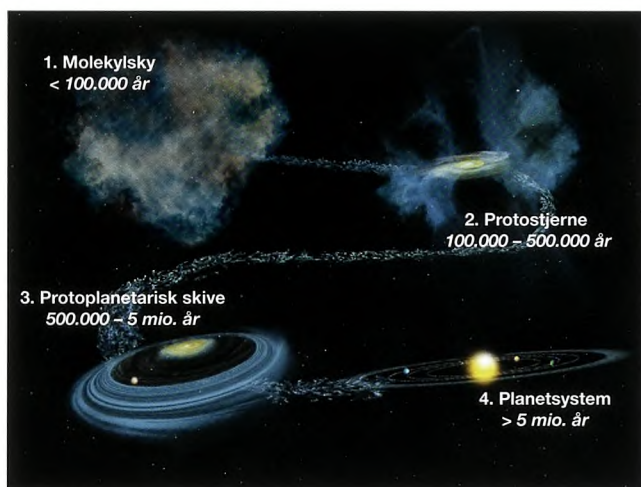

www.eudor.dk

ALMA stiller skarpt på solsystemets og exoplaneters oprindelse

Jes Jørgensen, Niels Bohr Institutet, Københavns Universitet

Sidste år (2019) blev den ene halvdel af Nobelprisen i fysik tildelt Michel Mayor og Didier Queloz for den første opdagelse af en exoplanet kredsende om en anden solliggende stjerne. Fundet af denne exoplanet var med til at starte en revolution inden for astrofysikken, og astronomer har siden påvist mere end 4000 exoplaneter. Disse opdagelser har fremhævet nogle af de spændende spørgsmål inden for astrofysikken: Hvordan bliver sådanne exoplaneter skabt, i hvilken grad ligner de planeterne i vores eget solsystem, og kan liv være opstået på nogen af disse planeter?

En måde at angribe disse store spørgsmål på er at studere fysikken og kemien i dannelsesprocessen for stjerner og planeter og undersøge, hvordan deres udvikling præger strukturen af det resulterende planetsystem. Vores generelle billede af den tidlige udvikling af stjerner og planeter er illustreret i figur 1: Stjerner dannes, når tætte områder i kolde, interstellare skyer af støv og gas, "molekylskyer", falder sammen pga. tyngdekraften. En del af dette støv og gas bliver til den unge "protostjerne", men på grund af impulsmomentbevarelse er der også en del, der samler sig i en "protoplanetarisk skive" omkring protostjernen. Støvet, der oprindeligt er i form af partikler med størrelser på op til en mikrometer, kan i denne skive gradvist klumpe sig sammen og vokse til større klippestykker, til protoplaneter og endeligt til et egentligt planetsystem.



Figur 1. Stjerner dannes, når tætte områder af støv og gas i kolde molekylskyer falder sammen pga. tyngdekraften og danner en ung protostjerne (1). Pga. bevarelse af impulsmoment samler en del af støvet og gassen sig i en protoplanetarisk skive omkring den unge protostjerne, mens resten falder ind i protostjernen, som dermed vokser i masse (2). Efterhånden forsvinder støvet og gassen omkring protostjernen (3). I skiven begynder støv at klumpe sig sammen og vokse sig større og ca. 5 mio. år efter skyen faldt sammen, er den unge stjerne omgivet af et system af (proto)planeter (4). Grafik: Bill Saxton (NRAO/AUI/NSF).

Ikke mindst takket være Atacama Large Millimeter/submillimeter Array (ALMA) har studier af stjerne- og planetdannelse flyttet sig meget frem inden for det sidste årti. ALMA er et internationalt teleskop placeret

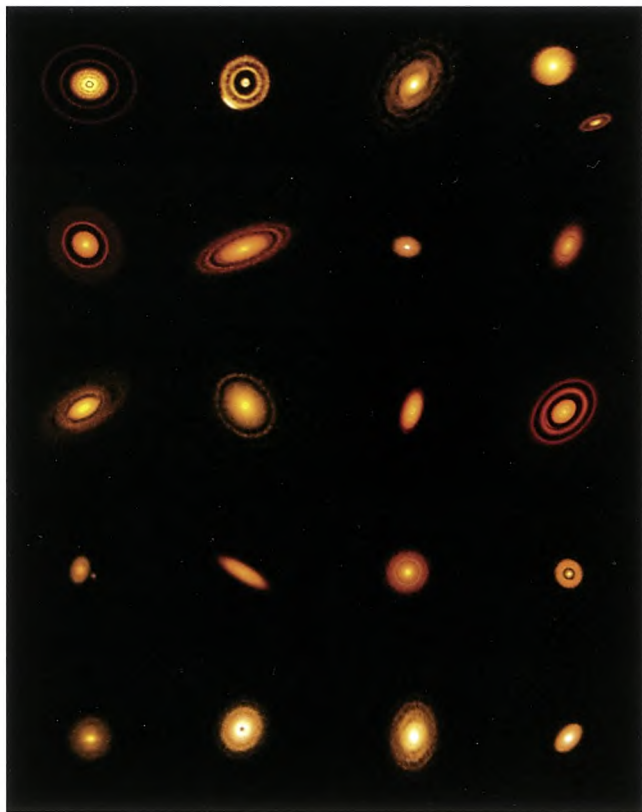
i 5 km højde på Chajnantor-plateauet i Andesbjergene i det nordlige Chile. ALMA består af 66 antenner – de fleste med en diameter på 12 m – der observerer stråling med bølgelængder mellem 0,3 og 3 mm. Ved at kombinere signalerne fra alle antennerne kan astronomer konstruere billeder, som var de observeret af et enkelt teleskop med en størrelse svarende til det område, antennerne er spredt udover. Dette kan være helt op til 16 km – dvs. ALMA kan give en opløsning, der er mere end tusind gange bedre, end hvad der kan opnås med blot en enkelt antenne. Derudover er ALMA utroligt følsomt og dermed velegnet til at observere de fine detaljer i fordelingen af støv og gas i protoplanetariske skiver.



Figur 2. Atacama Large Millimeter/submillimeter Array (ALMA) på Chajnantor-plateauet i det nordlige Chile. Ved at kombinere signalerne fra de 66 radioantenner kan man bruge ALMA til at lave billeder svarende til observationer fra et enkelt teleskop med en diameter svarende til udstrækningen af de 66 radioantenner. Foto: ESO/C. Malin.

En tydelig illustration af ALMA's muligheder for studier af planetdannelsesprocessen kommer fra et stort observationsprogram "Disk Substructures at High Angular Resolution Project (DSHARP)" [1]. I dette program observerede en gruppe astronomer støvet i 20 protoplanetariske skiver omkring stjerner med aldre på omkring 1 mio. år, og billederne af disse er vist i figur 3. Som man tydeligt kan se, viser billederne, at ringe er opstået i fordelingen af skivernes støv. Dette er et klart tegn på, at planetdannelse finder, eller endda har fundet, sted i skiverne: Enten at støvkornene i skiverne har

vokset sig større end bølgelængden for den observerede stråling, dvs. større end 1 mm, eller at (proto)planeter allerede er tilstede og er begyndt at rydde skiverne for støv og gas.



Figur 3. ALMA's billeder af den termiske stråling fra støvkorn i 20 protoplanetariske skiver omkring stjerner, der er ca. 1 mio. år gamle. Alle skiverne viser ring-strukturen – en indikation af, at planetdannelse finder, eller har fundet, sted i skiverne tidligere i deres udvikling [1]. Grafik: ALMA (ESO/NAOJ/NRAO), S. Andrews m.fl.; NRAO/AUI/NSF, S. Dagnello.

En vigtig pointe er, at alle de observerede skiver udviser sådanne strukturer, dvs. at disse processer må starte endnu tidligere i protostjernens udvikling, mens den stadig er indhyllet i resterne af den tætte kerne i molekylskyen. ALMA-observationer af enkelte, nære protostjerner viser, at der allerede blot 100.000 år efter dannelsen af protostjernen rent faktisk findes støvkorn på én millimeter eller mere i skiverne [2]. Disse resultater viser, at planetdannelse starter tidligere, end vi hidtil har troet, og også at de fysiske, og kemiske, betingelser i molekylskyen omkring den unge stjerne sandsynligvis spiller en vigtig rolle for sammensætningen af de planetsystemer, der dannes der.

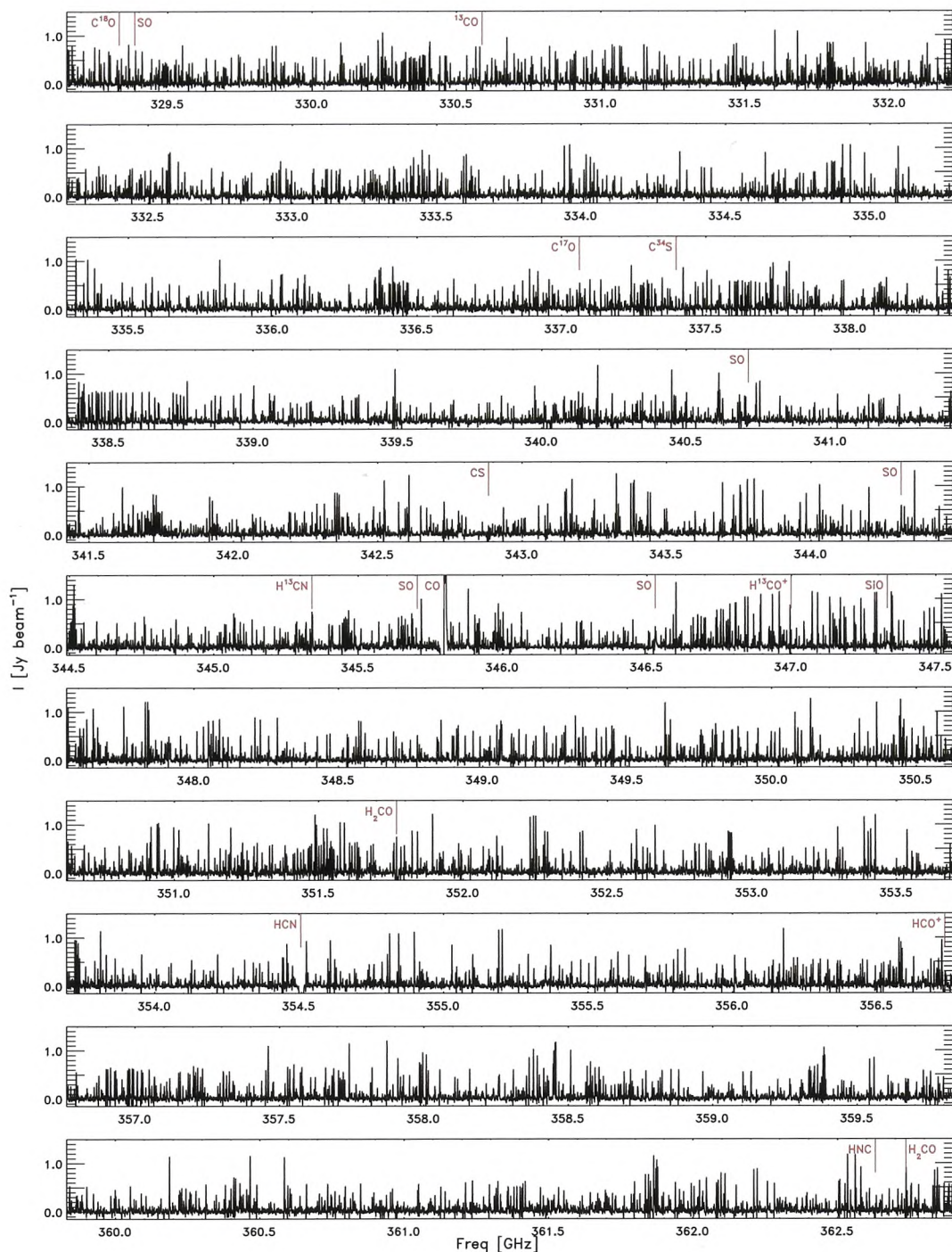
Andre meget vigtige bidrag fra ALMA omhandler lige præcis den kemiske kompleksitet, som kan opstå i stjerne- og planetdannende områder. Forskellige molekyler i gassen omkring de unge stjerner udsender stråling ved helt specifikke frekvenser svarende til, hvordan de bevæger sig (roterer og vibrerer). Disse "spektrale fingeraftryk" (se figur 4) kan astronomer sammenligne med spektroskopiske målinger fra laboratorier på Jorden og dermed kortlægge helt præcist hvilke molekyler, der befinder sig i gassen omkring unge stjerner, hvor hyppigt forekommende molekylerne er, samt hvilken temperatur gassen har [3].

Med ALMA's høje følsomhed kan molekyler med selv meget små forekomster rent faktisk måles. Fx har vi ved hjælp af ALMA vist, at der i gassen omkring helt unge stjerner findes relativt høje forekomster af (for astronomer) forholdsvis komplekse organiske molekyler, dvs. kulstofholdige molekyler med op til 10–12 atomer. Sådanne molekyler er interessante, da de måske kan udgøre nogle af de simpleste byggesten for liv, som vi kender det [4,5]. Et eksempel på dette fra ALMA's allertidligste dage var vores opdagelse af glykolaldehyd, $\text{CH}_2(\text{OH})\text{CHO}$, et simpelt, sukkerlignende molekyle som på Jorden er det første skridt i en reaktionskæde, der leder til dannelsen af ribose-sukker – grundstammen i RNA [6].

Men ALMA kan faktisk tage dette endnu et skridt videre og give indsigt i, hvordan disse molekyler dannes. ALMA giver os også mulighed for at måle forekomsten af såkaldte "isotopologer" af molekyler såsom glykolaldehyd, dvs. molekyler, hvor et eller flere af atomerne er udskiftet med sjældnere isotoper, fx brint udskiftet med deuterium eller ^{12}C udskiftet med ^{13}C . Selvom disse isotopologer er betydelig sjældnere end de "almindelige" molekyler, gør ALMA's høje følsomhed det muligt at detektere dem. Deres relative forekomster er igen meget afhængige af hvordan og under hvilke betingelser, molekylerne dannes.

Tilstedeværelsen af de organiske molekyler samt deres relative forekomster peger på, at støvkornene spiller en anden vigtig rolle under dannelsen af stjerner og planeter. Laboratorieforsøg og beregninger peger på, at det generelt er svært at danne en række af disse organiske molekyler i gassen omkring de unge stjerner. Tætheden af gassen er simpelthen for lav til, at kemiske reaktioner er effektive nok til at få dannet de pågældende molekyler i målelige mængder. Også forekomsterne af isotopologerne af de komplekse, organiske molekyler peger på, at andre processer er vigtige. En mulighed er, at molekylerne dannes i iskapper på overfladen af støvkornene: Ved molekylskyernes lave temperaturer vil simple molekyler som CO og H_2O fryse ud som is på overfladen af støvkornene. Der kan de reagere med andre molekyler og atomer og derigennem stige i kompleksitet. Når støvet og gassen så falder ind tæt på protostjernen, stiger temperaturen, og molekylerne fra isen fordamper ud i gassen, hvor vi observerer dem med ALMA. Dvs. både planetdannende skiver og komplekse organiske molekyler er til stede tæt på de unge stjerner tidligt i deres udvikling.

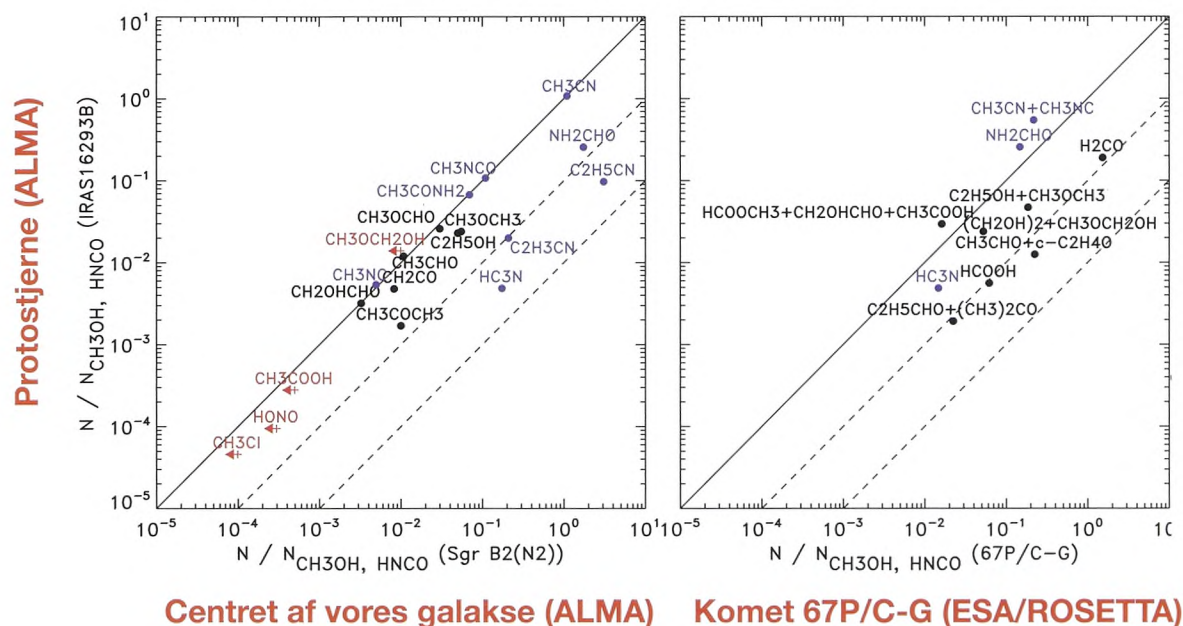
Et naturligt spørgsmål er hvor meget variation, der er i kemien blandt forskellige molekylskyer og dermed også, potentielt set, hvor stor kemisk variation, der er i materialet, der kan nedarves til nydannede planeter. Det venstre panel i figur 5 sammenligner forekomsten af en række organiske molekyler målt i retningen af en nær, sol lignende protostjerne blot 450 lysår borte, med deres forekomst i gas tæt på centret af vores egen galakse, Mælkevejen, mere end 25.000 lysår fra Solen. Tæt på centret af Mælkevejen findes en række molekylskyer, hvori stjerner er blevet dannet for nylig, inklusiv stjerner med betydeligt større masser end vores egen sol. Opvarmningen fra disse massive stjerner samt



Figur 4. Spektrum af gassen omkring ung protostjerne fra ALMA-observationer. Linjer fra en række simple molekyler er vist. Størstedelen af de resterende linjer (ca. 10.000 i alt) stammer fra komplekse organiske molekyler (mere end 100 forskellige) i den varme gas på skalaer svarende til udstrækningen af vores eget solsystem. Fra [4].

energigig stråling fra det sorte hul i centret af Mælkevejen gør, at fysikken i de molekylskyer adskiller sig signifikant fra betingelserne i de stjernedannende områder tæt på Solen. Alligevel viser figur 5, at forekomsten mellem disse områder stemmer overordentlig godt overens – altså, at kemien viser en stor grad af robusthed over for forskellene i fysik (se også [7]). Hvis dette resultat kan generaliseres til andre stjernedannende områder og andre trin i udviklingen af stjerner og planeter, vil det måske være en indikation af, at exoplaneterne også kun vil vise en lille diversitet – fx i den kemiske sammensætning af deres atmosfærer.

Et andet spørgsmål, som detektionerne rejser, er, om der kan trækkes en forbindelse mellem de skyer hvor der i dag dannes stjerner, og området, hvor vores eget solsystem opstod for godt 4,5 mia. år siden. En mulighed for at gøre dette er at sammenligne kemien i solsystemets kometer med sammensætningen af de stjernedannende områder. For få år siden sendte det Europæiske Rumagentur, ESA, Rosetta-missionen til kometen 67P/Churyumov–Gerasimenko (67P) og formåede bl.a. at lande en sonde på overfladen af kometen. Et af instrumenterne på Rosetta havde til formål at måle



Figur 5. Målinger af forekomsten af en række organiske molekyler i en nær, solligende protostjerne, IRAS16293B, fra ALMA (y-aksen) sammenlignet med målinger af forekomsten i en molekylsky i centret af vores galakse, Sagittarius B2(N2), også fra ALMA (x-aksen i venstre panel) og kometen 67P/Churyumov–Gerasimenko fra Rosina-instrumentet på ESA's Rosetta mission (x-aksen i højre panel). Den gode overensstemmelse mellem målingerne indikerer, at forekomsten af disse organiske molekyler i kometer i vores eget solsystem er nedartet fra de tidligste stadier i stjerne- og planetprocessen. Fra [8].

forekomsten af forskellige molekyler i kometens atmosfære. Det højre panel i figur 5 sammenligner disse målinger med vores ALMA-målinger af gassen omkring den nære, solligende protostjerne (se også [9]). Igen viser de to datasæt en god overensstemmelse, hvilket understreger, at kometerne er levn fra de tidligste stadier i processen, der fører til dannelsen af stjerner og planeter. Da 67P også indeholder molekyler, der er interessante fra et biologisk synspunkt, fx aminosyren glycin, rejser det spørgsmålet, om den kemiske kompleksitet kan stamme allerede fra de stjernedannende områder og videre, om disse molekyler rent faktisk kan transporteres til overfladen af nydannede planeter.

Nogle af spørgsmålene rejst i denne artikel får vi muligvis svar på i løbet af den nære fremtid. Fra 2021 vil det næste store rumteleskop, James Webb Space Telescope (JWST), give ny information om det infrarøde univers. Observationer fra JWST vil bl.a. karakterisere den kemiske kompleksitet af isen på støvkorn i stjernedannende områder som et stærkt komplement til ALMA-observationerne af gassen. JWST vil også zoome ind og studere den varme del af støvet i de protoplanetariske skiver og dermed give ny information om deres sammensætning og vækst. Endelig vil JWST åbne helt nye muligheder for studier af atmosfærerne af exoplaneter – et område, som også vil være fokus for den næste generation af jordbaserede teleskoper ved optiske og infrarøde bølgelængder, bl.a. det europæiske Extremely Large Telescope (ELT). Sammen med udvidede studier med ALMA vil alle disse observationer måske kunne hjælpe med at svare på, om vores solsystem er unikt – eller blot ét blandt mange.

Litteratur

- [1] www.almaobservatory.org/en/press-release/alma-campaign-provides-unprecedented-views-of-the-birth-of-planets
- [2] spaceref.com/exoplanets/planet-formation-starts-before-star-reaches-maturity.html
- [3] www.almaobservatory.org/en/press-release/astrochemistry-enters-a-bold-new-era-with-alma
- [4] youngstars.nbi.dk/PILS
- [5] www.eso.org/public/denmark/news/eso1718/?lang
- [6] www.eso.org/public/denmark/news/eso1234/?lang
- [7] www.mpifr-bonn.mpg.de/pressreleases/2014/10
- [8] Jørgensen, Belloche og Garrod (2020) "Annual Reviews of Astronomy and Astrophysics", i trykken.
- [9] www.eso.org/public/denmark/news/eso1732/?lang



Jes Jørgensen er ph.d. fra Leiden Universitet (2004) og har arbejdet ved Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics og Bonn Universitet. Siden 2010 lektor ved Niels Bohr Institutet. Jes forsker i de fysiske og kemiske processer, der finder sted, mens stjerner og planeter dannes. Modtog i 2015 Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskabs sølvmedalje for sin forskning.

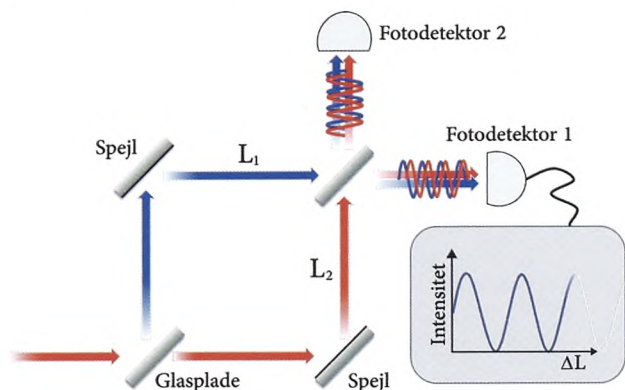
Interferometri med ultrakolde atomer

Sofus Laguna Kristensen, Niels Bohr Institutet, Københavns Universitet

De seneste årtiers landvindinger inden for køling og kontrol af atomer har banet vejen for en ny type eksperimenter. Interferenseksperimenter med kolde atombølger er en lovende metode til at detektere afvigelser fra vores nuværende teorier om universet, hvilket ultimativt kan resultere i formuleringen af “en teori om alting”. I vores laboratorium på University of California, Berkeley, har vi formået at øge følsomheden af vores atominterferometer ved at få vores atomer til at eksistere to steder samtidigt i op til 20 s, hvilket gør, at tyngdekraften efterlader et stærkt aftryk i atomernes interferensmønster.

Interferens og interferometri

Når to bølger passerer hinanden, lægges bølgerne sammen, således at de i overlappet kan beskrives som en ny bølge. Dette fænomen kaldes interferens, og det kan observeres med alle typer bølger, fx vand-, lyd- og lysbølger. Interferensen bliver bl.a. dikteret af fasen mellem de to bølger, altså hvor bølgetoppene og bølgedalene for den ene bølge placerer sig i forhold til den anden bølge. Resultatet vil enten være en stærkere eller svagere bølge, alt efter om bølgerne interfererer konstruktivt (bølgerne er i fase) eller destruktivt (bølgerne er i modfase).

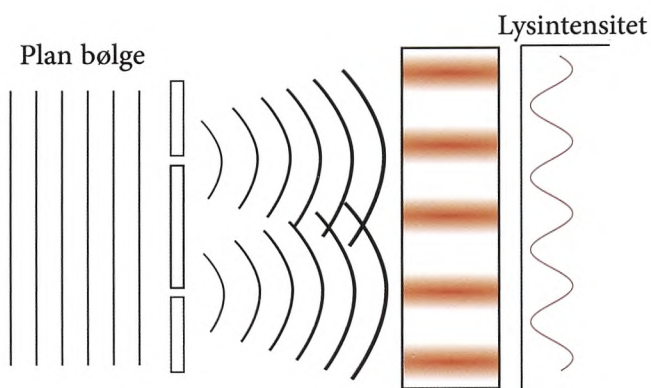


Figur 1. Et Mach-Zehnder-interferometer. En lysbølge bliver splittet i to og tager to forskellige veje til en anden glasplade, hvor lysbølgen bliver overlappet med sig selv igen. Mængden af lys på fotodetektor 1 og 2 fortæller, hvor stor forskellen er på L_1 og L_2 .

Et interferometer er et instrument, der benytter interferens mellem bølger til at lave ultrapræcise målinger. Et såkaldt “Mach-Zehnder”-laserinterferometer (figur 1) benytter en glasplade (en “beamsplitter”) til at splitte en lysstråle op i en reflekteret og en transmitteret del. Både den reflekterede og den transmitterede lysstråle bliver efterfølgende reflekteret af spejle, således at de kan kombineres igen på en anden glasplade. Når lysstrålerne fra de to interferometerarme kombineres igen, opstår der interferens mellem de to. Forskellen i vejlængde for de to lysstråler, $\Delta L = L_2 - L_1$, vil således afgøre, om bølgetop møder bølgetop, eller bølgetop møder bølgedal i de to udgangsporte. Denne interferens kan konverteres til en konkret længdeforskel ved at måle lysintensiteten i udgang 1 eller 2.

Laserlyset, der bliver brugt i et interferometer, har typisk en bølgelængde på nogle få hundrede nm, og

derfor kan interferometri med laserlys benyttes til at lave ultra præcise målinger af forskelle i afstande. Laserinterferometri blev bl.a. benyttet i LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory), da man i 2017 påviste eksistensen af gravitationelle bølger, som Einstein havde forudsagt for over 100 år siden [1].

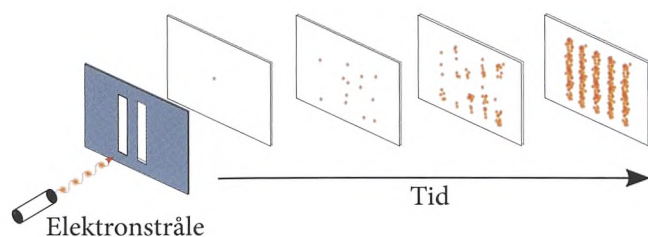


Figur 2. Youngs dobbeltspalteeksperiment for en klassisk bølge. En bølge rammer to snævre spalter. Bølgen passerer igennem disse to spalter, og der opstår interferens på en skærm bagved grundet forskellen i længde mellem hvert punkt på skærmen og de to spalteåbninger.

Atombølger, der interfererer

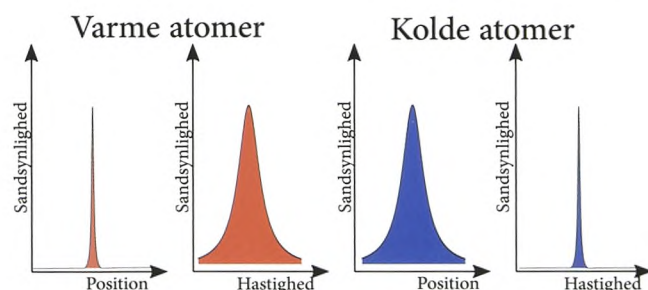
Interferens kan som sagt observeres med alle typer bølger – men derfor kommer det stadig som en overraskelse for de fleste, at det også kan observeres med stof, såsom elektroner, protoner og endda (under de rette forhold) hele atomer og molekyler. Dette er en konsekvens af den såkaldte “partikel-bølge-dualitet”, der foreskriver, at alt stof kan beskrives som både partikler og bølger. “Stofbølger” blev for første gang teoretiseret af Louis de Broglie i hans ph.d.-afhandling i 1924 [2], og teorien blev få år efter bekræftet af uafhængige eksperimenter. Konceptet partikel-bølge-dualitet bliver bedst forklaret ved hjælp af det såkaldte dobbeltspalteeksperiment, som først blev udført af Thomas Young i starten af 1800-tallet til at påvise bølgeegenskaberne ved lys [3]. I det originale dobbeltspalteeksperiment sendes lys igennem to tynde spalter for at interferere på en skærm bagved, som vist på figur 2. Lyset på den bagerste skærm viser karakteristiske interferensmønstre, fordi lyset, der skinner igennem de to spalter, har forskellig vejlængde til hvert enkelt punkt på skærmen.

Dette eksperiment kan også udføres med elektroner, som bliver skudt mod de to spalter enkeltvis. De første elektroner, der rammer den bagvedliggende skærm, vil ikke give nogen åbenlys indikation om elektronens bølgeegenskaber – det egentlige resultat af eksperimentet viser sig først efter mange gentagelser. De mange prikker fra elektronnedslagene vil langsomt forme et klassisk interferensmønster (figur 3), og siden elektronerne blev sendt afsted enkeltvis, er det en ikke-intuitiv, men logisk konsekvens, at hver elektron har eksisteret to steder samtidig, altså gået igennem begge spalteåbninger, for efterfølgende at interferere med sig selv og danne bølgemønstret på skærmen. Indtil en elektron rammer skærmen og tvinges til at antage en position, kan den beskrives som en bølge, der er gået igennem begge spalter.



Figur 3. Youngs eksperiment udført med enkelte elektroner. Hver enkelt elektron går igennem begge spalter, interfererer med sig selv, og efter mange gentagelser ser man det samme bølgemønster, man ville se med en klassisk bølge.

Atomers position beskrives i kvantemekanikken med en bølgefunktion, der basalt set er en sandsynlighedsfordeling, der fortæller inden for hvilket område, det er sandsynligt at finde atomet ved en måling. Bølgefunktionen, der bestemmer, hvilke hastigheder et atom kan have, er fundamentalt bundet sammen med bølgefunktionen, der beskriver positionen – når den ene bliver bredere, bliver den anden smallere og omvendt. Dette er kendt som Heisenbergs ubestemthedsprincip.



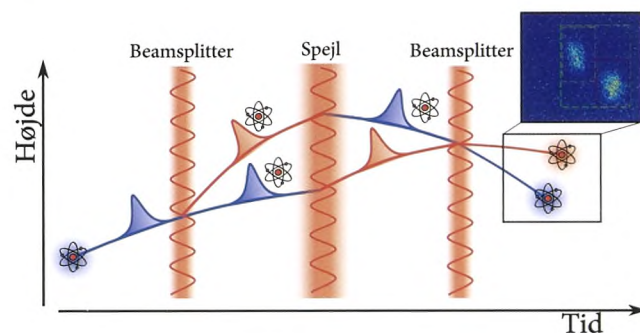
Figur 4. Bølgefunktioner for hastighed og position for enkelte atomer når atomskyen har høj og lav temperatur. Ved lave temperaturer eksisterer atomerne over et større område end ved høje temperaturer.

Ved at bruge laserkøling kan man tvinge atomer ned til temperaturer under få mikrokkelvin over det absolutte nulpunkt, hvilket komprimerer bølgefunktionen for atomernes hastighed (da temperatur er et resultat af atomernes hastighed). I dette regime bevæger atomerne sig langsomt nok, og deres bølgeegenskaber er udtalte nok til at udføre atominterferometri. For at undgå forstyrrelser fra omgivelserne foregår disse forsøg altid i et vakuumkammer. Et Mach-Zehnder-interferometer

som netop beskrevet kan således realiseres med en sky af atomer, da den samme type interferens som med lysbølger kan observeres.

Atominterferometeret

Et atominterferometer har nogle markante fordele over et laserinterferometer. Først og fremmest er bølgelængden på et atom meget kortere end på lysbølger, fordi et atom har væsentligt højere energi (og dermed højere frekvens) end en gennemsnitlig foton. Derfor kan man lave meget præcise målinger af forskelle i vejlængde. Derudover er atominterferometre meget sensitive over for tyngdekraft, da atomer har masse, i modsætning til lyspartikler (fotoner). Et atominterferometer har mange tekniske ligheder med et lysinterferometer. Idéen er grundlæggende set den samme, men laserlyset og atomerne har skiftet roller. I et lysinterferometer guides lyset ved at reflektere på spejle (der er lavet af atomer). Omvendt guides atomer i et atominterferometer ved hjælp af lysbølger. Atominterferometri bliver oftest udført, mens atomerne er i frit fald, for at atombølgerne ikke bliver forstyrrede af andet, end hvad man forsøger at måle.

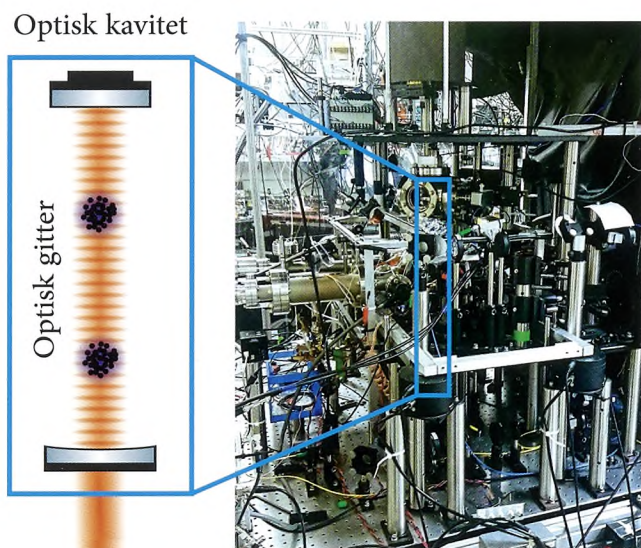


Figur 5. Et Mach-Zehnder-atominterferometer. Et atoms bølgefunktion splittes i to med en laserpuls, så det eksisterer to steder samtidigt. Atomets bølgefunktion samles igen med en anden laserpuls, hvorefter atomets tilstand afgør, hvor stor forskel i faser de to atombølger har oplevet. Til sidst tages et billede af atomerne, og en simpel optælling afgør, hvor stor faseforskellen er på den øverste og nederste interferometerarm.

Laserlys kan bruges til at få atomer til at skifte energitilstand, da en foton kan tilføje energi nok til, at en elektron vil skifte bane. Når et atom øger sin energi ved at optage en foton, siger man, at atomet er "exciteret". Fotoner har også en impuls – det vil sige, at når et atom absorberer en foton, giver kollisionen mellem fotonen og atomet et skub til atomet. Hvis man lyser med en laser på et atom, der befinder sig i sin grundtilstand, i præcis så lang tid, at atomet har 50% chance for at absorbere en foton fra laserlyset, vil man tvinge atomet til at have to lige sandsynlige tilstande. Kvantemekanikken foreskriver så, at atomet rent faktisk eksisterer i begge tilstande samtidig – men den ene tilstand har fået et spark af en foton og fjerner sig således rumligt fra den anden tilstand, som illustreret i figur 5. Dette scenarie beskriver en såkaldt rumlig superposition – en partikel, der eksisterer to steder samtidig. Den førnævnte laserpuls har således den samme funktion som den første glasplade i lysinterferometeret – den splitter en bølge op i to, så bølgen kan bevæge

sig to forskellige veje og senere kan interferere med sig selv. I atominterferometeret kan længden af laserpulsens bruges til at bestemme, om dine atombølger spredte sig eller samler sig. På den måde kan man få et atom til at tage to forskellige veje til det samme punkt, hvorefter endnu en laserpuls blander interferometerarmene, så der kan opstå interferens. Hvis atombølgerne er i fase, når de rekombineres, vil atomerne ende i samme tilstand, som de havde før interferometersekvensen. Hvis de er i modfase, vil atomerne alle være i den exciterede tilstand.

Det sidste skridt er således at tælle, hvor mange atomer, der nu findes i hver tilstand, ligesom at mængden af lys i hver udgangsport måles med fotodetektorer ved et lysinterferometer. Vi tæller atomer ved at skyde kraftigt laserlys på atomskyen og tage et billede, når atomerne igen afgiver energien som lys i alle retninger (fluorescens). Selvom hvert atom i princippet kun interfererer med sig selv og sin egen bølgefunktion, bruger man oftest 10 millioner atomer for hver interferometersekvens. Dette gør detektion og statistikken nemmere, når man finder forholdet mellem antallet af atomer i hver tilstand.

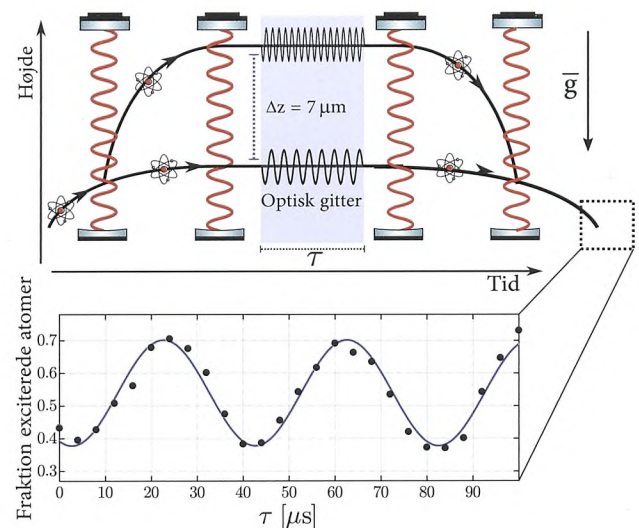


Figur 6. Den eksperimentelle opstilling på UC Berkeley. En atomsky i en optisk kavitæt bliver laserkølet til få hundrede nanokelvin i et vakuumkammer. De kolde atomer bliver brugt til at måle tyngdekraft ved at blive holdt i forskellige højder i et optisk gitter, før de interfereres.

Kolde atombølger i en optisk kavitæt

På UC Berkeley i Californien har jeg arbejdet på at realisere en ny type atominterferometri – atominterferometri med et optisk gitter inde i en optisk kavitæt. En optisk kavitæt er et arrangement af spejle, der “fanger” lys. Når en laser rettes mod en optisk kavitæt, bliver lyset reflekteret mange gange mellem spejlene, hvilket resulterer i, at lysstyrken mellem de to spejle bliver meget høj. De mange refleksioner af lysstrålen mellem spejlene interfererer med hinanden, hvilket resulterer i, at der opstår en stående lysbølge med en pæn og veldefineret bølgeprofil mellem de to spejle. Hele vores atomsky befinder sig inde i denne optiske kavitæt, således at vi kan fange atomerne i et optisk gitter under

interferometersekvensen. Et optisk gitter er en måde at fange atomer og holde dem fast mod tyngdekraften. På grund af den såkaldte AC-Starkeffekt, bliver atomers energiniveauer forskudt, når de befinder inde i en laserstråle. Hvis man vælger laserens frekvens, så den er en smule under resonans, vil atomer i grundtilstanden få sænket deres energi. Dette resulterer i, at atomerne oplever en kraft rettet mod der, hvor lyset er stærkest, nemlig bølgetoppene i lysintensiteten. Det optiske gitter kan bruges til at forlænge den tid, som atombølgerne er adskilte – jo længere tid atombølgerne er adskilte, jo mere præcist kan vi måle med vores interferometer. I vores eksperiment (figur 6) kan vi, grundet den optiske kavitæt og det optiske gitter, holde cæsiumatomer adskilt i en rumlig superposition i op til 20 s og stadig observere interferens, når atombølgerne rekombineres [4]. Geometrien af vores interferometer er illustreret på figur 7. Vi køler atomerne, sætter hvert enkelt atom i en rumlig superposition, guider denne superposition med lasere, og holder atomerne i to forskellige højder i $\tau = 20$ s. Efter dette guides atombølgerne således, at de igen overlapper, og vi observerer interferens.



Figur 7. Et eksempel på geometrien af optisk gitterinterferometri. Når atombølgerne er maksimalt separerede, holder vi dem mod tyngdekraften med en laser, der former et optisk gitter. Den øverste atombølge svinger hurtigere end den nederste, da den har mere potentiel energi. Ved at øge tiden, τ , hvor de holdes mod tyngdekraften, ændrer vi mængden af exciterede atomer efter den sidste laserpuls i interferometeret.

Da hvert atom bliver holdt i to forskellige højder, typisk separeret med nogle få μm , er der en forskel i potentiel energi for de to interferometerarme på

$$\Delta E = mg\Delta z. \quad (1)$$

hvor m er masse af et cæsiumatom, g er tyngdeaccelerationen og Δz er højden. Frekvensen af en atombølge er givet ved energien af atomet, så når den ene del af atomet har højere energi end den anden, vil de to atombølger have forskellig frekvens, når de bliver holdt fast mod tyngdekraften. Forskellen i atombølgernes frekvens kan findes ved at dividere forskellen i energi

med Plancks konstant, h ,

$$\Delta f = \frac{mg\Delta z}{h}. \quad (2)$$

Dette er frekvensen, hvormed atombølgerne i to forskellige højder svinger ind og ud af fase. Siden massen af et cæsiumatom og højdeforskellen mellem de to atombølger er velkendt, kan en måling af denne frekvensforskel benyttes til at bestemme tyngdeaccelerationen, g . I figur 7 er også vist et konkret eksempel på data, der er taget ved gradvist at øge hvor lang tid, τ , vi holder atomerne i et optisk gitter. Antallet af exciterede atomer efter interferometersekvensen svinger således proportionelt med hvor stor en tyngdekraft, atombølgerne oplever. Ved at kunne øge τ til 20 s kan vi måle frekvensforskelle på atombølgerne ned til få mHz. Tidligere atominterferometre, uden optiske gitre, har været begrænset til interaktionstider på størrelsesorden med, hvor hurtigt en atomsky falder. Hvis man således vil lade en rumlig superposition eksistere i 1 s, men ikke bruger et optisk gitter, skal man have et 5 m højt vakuumkammer, for at atomerne kan falde uforstyrret. For 20 s skal man have et 2.000 m højt vakuumkammer, hvilket er ekstremt svært at realisere.

På jagt efter ny fysik

I fysikken har vi to meget succesfulde teorier, kvantemekanik og generel relativitetsteori. Kvantemekanikken har de sidste 100 år været brugt til at beskrive, hvordan partikler såsom atomer og fotoner opfører sig, mens den generelle relativitetsteori har dikteret, hvordan masse og energi på en stor skala krummer tiden og rummet og resulterer i tyngdekraft. Et af de absolut største nuværende problemer i fysikken er at forene de to teorier til én samlet teori. Nøglen til at kæde disse to ting sammen kan være gemt et sted i en komplet forståelse af tyngdekraften, og hvordan den opfører sig på en ekstremt lille skala. Derfor er det vigtigt at kunne måle tyngdekraften præcist nok til at detektere ekstremt små afvigelser fra vores etablerede teorier. Sådanne afvigelser kunne være forårsaget af ukendte effekter og måske endda uopdagede naturkræfter. Ved at have ultrakolde cæsiumatomer inde i et vakuumkammer, simulerer vi også forholdene i det ydre rum, hvor disse ukendte kræfter kan herske. Den vigtigste og mest søgte kraft er den såkaldte "mørke energi", der tilskrives ansvaret for, at hele universet udvider sig – det er muligt, at dette mysterie kan afdækkes ved at lave præcise målinger af tyngdekraften i vores vakuumkammer.

Litteratur

- [1] B. P. Abbott m.fl. (2017) "GW170817: Observation of Gravitational Waves from a Binary Neutron Star

Inspiral", *Physical Review Letters*, bind **119**, nr. 16, DOI: 10.1103/PhysRevLett.119.161101.

- [2] L.-V. de Broglie (1927) "On the Theory of Quanta", PhD thesis.
[3] T. Young (1801) "On the Theory of Light and Colours".
[4] V. Xu, M. Jaffe, C. Panda, S. L. Kristensen m.fl. (2019) "Probing gravity by holding atoms for 20 seconds", *Science*, bind **366**, nr. 6466, side 745–749, DOI: 10.1126/science.aay6428.



Sofus Laguna Kristensen er ph.d.-studerende på Niels Bohr Institutet, hvor han forsker i kolde atomer i optiske kaviteter, og hvorledes disse kan udnyttes til at udforske fundamental fysik.

PFEIFFER  **VACUUM**

Vacuum pumper



To-trins olielamelpumper
Promotionpris fra DKK 8.000

Tlf. 3166 8708

Lars.Scholte@pfeiffer-vacuum.dk
www.pfeiffer-vacuum.com

Fundamental forståelse af polymermaterialer under ekstreme stræk

Anine Borger, Niels Bohr Institutet, Københavns Universitet

Polymermaterialer har vidtfavnende egenskaber takket være de mange kemisk forskellige polymermolekyler og vores evne til at processere dem. Men på det molekylære niveau mangler vi fundamental forståelse for molekylernes dynamik under voldsomme stræk, der ofte indgår i processering. En ny metode til analyse af neutron- og røntgenspredningsdata, der benytter sfærisk harmoniske funktioner, giver os nye indsigter.

I 2017 blev en metode til analyse af anisotrope småvinkelspredningsdata ved hjælp af ekspansion i sfærisk harmoniske funktioner udgivet [1]. Metoden muliggør en repræsentation af 2D-spredningsmønstre i termer af bidrag med forskellig symmetri. Min intuition siger mig, at dette nye værktøj vil føre til nye erkendelser blandt andet inden for studiet af polymerer, og det kan forbedre polymerprocessering i industrien og øge vores fundamentale forståelse for makromolekyleres fysik.

Jeg introducerer polymermolekyler og -materialer og derefter småvinkelspredning som eksperimentel teknik, før jeg illustrerer ekspansion i sfærisk harmoniske funktioner og viser, hvordan vi opnår detaljeret information om molekylernes form *uden* at antage en model for denne.

Polymermolekyler og -materialer

Polymerer er makromolekyler sammensat af et enormt antal kemisk forbundne, gentagne enheder, som kaldes monomerer. Der findes mange kemisk forskellige monomerer og dermed polymerer. I industrielle sammenhænge består polymermolekyler typisk af $N \sim 10^3 - 10^4$ monomerer. I figur 1a har jeg tegnet diagrammer for to af de mest kommercielt udnyttede polymerer: polystyren, som vi kender fra plastikkopper og -bestik, og polyethylen, som vi kender fra indkøbsposer og fx shampooflasker. Polymermolekyler kan være lange kæder eller forgrenede strukturer, og de kan bestå af en eller flere slags kemisk forskellige monomerer, så der findes utroligt mange forskellige polymermolekyler med vidt forskellige egenskaber. De polymermaterialer, vi kender fra vores hverdag, er ofte tilsat en eller flere tilsætningsstoffer som pigmenter, stabilisatorer, flammehæmmere og blødgørere, og en typisk polymersyntese fører til en bred fordeling af molekyleopbygning, fx kædelængder. For at forstå den fundamentale fysik af polymermaterialer arbejder vi oftest med simple model-systemer uden tilsætningsstoffer og med nøje udvalgt molekyleopbygning. Amorfe polymermaterialer, som vi beskæftiger os med her, har to faser: glas og smelte, og de går fra glasfasen til smeltefasen, når temperaturen overstiger glasovergangstemperaturen T_g . I smeltefasen bevæger molekyleerne sig i forhold til hinanden, mens de er låst fast i glasfasen.

Her fokuserer vi på fysikken i smeltefasen af et amorft polymermateriale, der udelukkende består af li-

neære kæder med en meget snæver massefordeling. Det gør vi ved at varme materialet op til $T > T_g$, udsætte det for et voldsomt stræk og lynfryse prøven til glasfasen. Prøven studerer vi efterfølgende med småvinkelspredning, der forklares senere. Konkret består vores prøver af polystyrenkæder med $N \sim 800$. Polystyren er velegnet til disse studier, fordi glastemperaturen på $T_g \sim 100^\circ\text{C}$ gør det nemt at lynfryse prøver, og – som vi vil se – giver de lidt korte kæder en fordel i småvinkelspredningseksperimenter.

Universalitet og rørmodellen

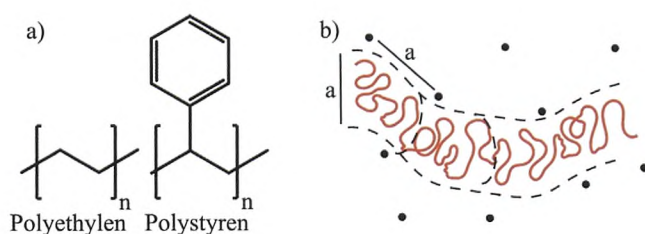
For at forstå egenskaberne af polymermaterialer, må vi betragte en stor samling molekyler, men fordi molekylerne i sig selv er så store, må vi tage statistisk mekanik i brug for at udregne karakteristika for blot et enkelt molekyle. Den forventede størrelse af et molekyle i amorfe materialer beskrives typisk ved dets gyrationsradius R_g , der er defineret som kvadratroden af den gennemsnitlige kvadratafvigelse (root mean square) af afstanden af bestanddelene til massemidtpunktet:

$$\begin{aligned} R_g^2 &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \langle (\bar{R}_n - \bar{R}_G)^2 \rangle \\ &= \frac{1}{6} N b^2 \end{aligned} \quad (1)$$

hvor $\bar{R}_n$ er positionsvektoren for den n 'te monomer, $\bar{R}_G$ er positionsvektoren for molekylets massemidtpunkt, b er længden af en monomer og $\langle \dots \rangle$ indikerer forventningsværdi.

Under små deformationer kan polymersmelters mekaniske respons beskrives universelt på tværs af kemisk forskellige monomerer med rørmodellen [2–3]. I en polymersmelte er bevægelsen af en given kæde begrænset af, at den ikke kan krydse gennem sine nabokæder, se figur 1b. Disse punktvise begrænsninger kaldes entanglements. Da molekylerne i smelte flytter sig i forhold til hinanden, flytter de forhindringer, som den enkelte kæde oplever, sig også. Det er umuligt at holde styr på, præcis hvor de enkelte forhindringer er, men det viser sig at være en god beskrivelse at antage, at den enkelte kæde bevæger sig i et rør. Rørets diameter a er givet ved den gennemsnitlige afstand mellem to forhindringer, og røret er bøjeligt med segmenter af længden a . Monomerernes kemi kommer ind i fastlæggelsen af den numeriske værdi af modellens parametre,

og fordi polystyren har store sidegrupper relativt til fx polyethylen, har polystyren en relativt stor tubediameter nemlig $a = 85 \text{ \AA}$.



Figur 1. Polymermolekyler og polymersmelter. a) Den kemiske opbygning af to af de mest kommercielt anvendte polymerer: polyethylen og polystyren. Parenteserne angiver, at sektionen gentages. b) Skitse af rørmodellen for polymersmelter, hvor en given kædes (rød kontinuert linje) bevægelse begrænses af tilstedeværelsen af nabomolekyler (sorte prikker). Dette kan modelleres som om kæden bevæger sig i et rør (stiplede linjer) inddelt i segmenter med længde og diameter som gennemsnitsafstanden mellem to forhindringer a .

Ved industriel processing udsættes polymersmelterne dog ofte for voldsomme deformationer, og det er derfor et vigtigt spørgsmål, hvor godt rørmodellen fanger polymersmelternes mekaniske respons i denne situation. På det molekylære niveau medfører et hurtigt og voldsomt stræk af polymersmelten, at polymermolekylerne strækkes langs strækretningen. Når strækket ophører, falder de over tid tilbage til en isotrop kugle. Det viser sig at have stor betydning for det endelige produkt, om molekylerne er strukket eller kugleformede, eller med andre ord om molekyllkonformationen er anisotrop eller isotrop. For polymerfibre betyder det, at molekylerne er strukket i strækretningen, at fiberen er sværere at knække. En forståelse af molekyllernes relaxsation fra den strukne konformation tilbage til den isotrope ligevægtskonformation har derfor stor betydning for industriel processing og tillige for vores forståelse af fundamental polymerfysik.

Mine kolleger og jeg undersøger, hvordan molekyllkonformationen ændrer sig under og efter et stræk for at lære, hvordan molekylerne relaxerer. Bl.a. arbejder jeg sammen med en gruppe på Dansk Polymer Center på DTU. De har et måleinstrument, som kan strække polymersmelter langs én akse meget hurtigt og langt samt utroligt kontrolleret. Strækkene til dette eksperiment er udført ved $T = 130^\circ \text{ C}$, altså en del over $T_g \sim 100^\circ \text{ C}$ for polystyren. Med dette instrument kan vi både undersøge polymersmeltens mekaniske respons på voldsomme stræk og producere prøver til småvinkelspredningseksperimenter. Vi producerer prøver ved at afbryde strækeksperimentet på et givent tidspunkt og lynhurtigt køle prøven under T_g , hvor molekylerne låses fast i forhold til hinanden. Ved at gentage det samme stræk flere gange og lynfryse på forskellige tidspunkter, kan vi få en serie af øjebliksbilleder af molekyllkonformationen. I efterfølgende eksperimenter med småvinkelneutrons predning kan vi få information om hvordan molekyllkonformationen ændres under og efter et stræk.

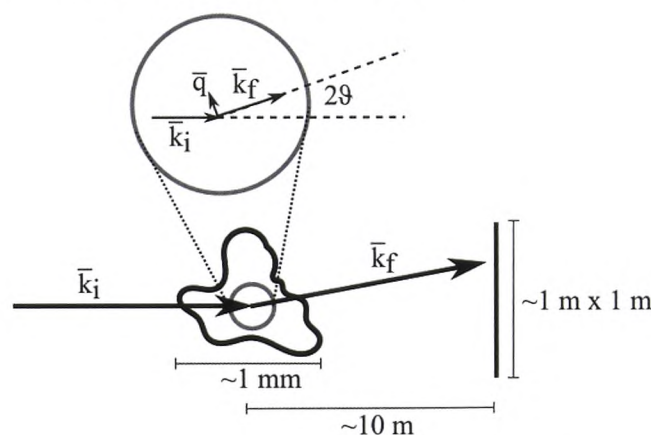
Småvinkelneutrons predning

Småvinkelspredning er en eksperimentel teknik, der kan give information om strukturer i materialer på længdeskalaer fra en til flere hundrede nanometer. Teknikken er baseret på, at kollideret stråling, der rammer og vekselvirker med prøven, afbøjes. Den del af strålingen, der afbøjes ved små vinkler, $0,1\text{--}10^\circ$, giver information om fordelingen af afstande i prøven, der er meget større end strålens bølgelængde ($\lambda \sim 1\text{--}10 \text{ \AA}$). Den indkommende og afbøjede stråling beskrives som planbølger med bølgevektor $\vec{k}$. Vi måler intensiteten I af den spredte stråling som funktion af spredningsvinklen 2θ , som tegnet skematisk i figur 2. Aftegningen af høj og lav intensitet henover den todimensionelle detektor kalder vi et spredningsmønster. Typisk angiver vi intensiteten som funktion af spredningsvektoren

$$\vec{q} = \vec{k}_f - \vec{k}_i \quad (2)$$

$$|\vec{q}| = \frac{4\pi}{\lambda} \sin \vartheta, \quad (3)$$

hvor $\vec{k}_i$ og $\vec{k}_f$ er bølgevektorerne for den indkomne og den afbøjede neutronstråle, se figur 2.



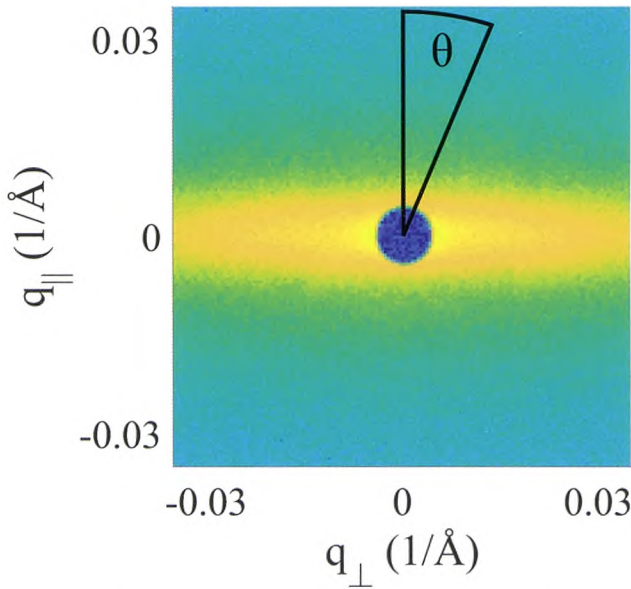
Figur 2. Den indkommende neutronstråle markeret med sin bølgevektor $\vec{k}_i$ vekselvirker med prøven, illustreret med en uregelmæssig facon, og afbøjes for så at ramme den todimensionelle detektor, her set fra siden. Den afbøjede stråles retning er angivet ved sin bølgevektor $\vec{k}_f$. I den indsatte forstørrelse defineres desuden spredningsvinklen 2θ og spredningsvektoren $\vec{q} = \vec{k}_f - \vec{k}_i$. Tegningen er ikke til skala, og derfor er længdeskalaer for prøven, afstanden fra prøven til detektoren og størrelsen af detektoren indsat.

Småvinkelspredningsteknikken er afhængig af, at strålingen interagerer forskelligt med forskellige områder i prøven, eller med andre ord, at der er spredningskontrast i prøven. Når en neutron spredes af prøven, skyldes det en vekselvirkning med en atomkerne, og tværsnittet (altså sandsynligheden for en vekselvirkning) varierer mellem grundstoffer og mellem forskellige isotoper. For småvinkelspredning er de områder, vi kan se, meget større end enkelte atomer, så det er mere relevant at tale om et gennemsnitligt tværsnit for et givent område, og variende gennemsnitlige tværsnit giver spredningskontrast. Hvis prøven ikke i sig selv har spredningskontrast, kan man udnytte, at tværsnittet kan variere over isotoper til at fremhæve bestemte dele af prøven ved for eksempel at erstatte hydrogen med deuterium.

Vi bruger netop denne metode til at studere vores modelsystemer af rene polymerer. Hvis vi erstatter alle hydrogenatomer med deuterium i nogle af molekylerne, vil de afstande, vi ser gennem strålingens afbøjning, både afspejle afstande mellem deutererede molekyler og afstande inden i dem. Hvis vi kun deuterer en lille andel, ca. 10 %, vil afstandene inden i de enkelte deutererede molekyler være meget hyppigere forekommende end afstande mellem dem. Vi kan derfor antage, at vi kun får information om afstande inde i et enkelt molekyle fra spredningsmønsteret, og det simplificerer analysen betydeligt.

I mange småvinkelspredningseksperimenter består prøven af partikler i opløsning. Selvom partiklerne i sig selv kan være anisotrope, som vores forlængede polymermolekyler, bliver spredningsmønsteret fra en sådan prøve isotropt, fordi partiklerne tumler rundt i opløsningen, således at den indkommende stråle rammer partiklerne med alle tænkelige orienteringer. Analysen af småvinkelspredningsdata involverer ofte kompliceret modellering, men der er visse størrelser, man kan udtrække direkte og model frit af data. Eksempelvis kan man bestemme partiklernes gyrationsradius R_g , hvis man kan måle spredningsintensiteten I for tilpas små værdier af spredningsvektorlængde $q = |\vec{q}|$. Når $qR_g < 1$ kan $I(q)$ approksimeres som

$$I(q) \propto \exp(-(qR_g)^2/3). \quad (4)$$



Figur 3. Spredningsmønster for strukne polymermolekyler. Strækretningen er lodret, og at mønsteret er elliptisk med storaksen på den horisontale akse, viser, at molekylerne strækkes langs strækretningen. Den polære vinkel i sfæriske koordinater θ er indtegnet for at anskueliggøre ligning (5).

For vores prøver er de deutererede polymermolekyler både anisotrope og orienterede langs strækretningen, og det betyder, at vi får et anisotropt spredningsmønster, se figur 3. Når vi forlænger molekylerne i én retning, presses spredningsmønsteret sammen i den retning. Det skyldes, at spredningsmønsteret afspejler det reciproke rum, som er relateret til det almindelige rum gennem en Fouriertransformation. Anisotropien i et givent

spredningsmønster er altså signalet, der fortæller os om molekyleforlængelse. Som parallel til at kunne udtrække R_g model frit, ønsker vi at kunne udtrække anisotropien af spredningsmønsteret uden at gøre os antagelser om polymermolekylernes konformation. En mulighed er at udtrække en gyrationsradius parallelt med $R_g^{\parallel}$ og vinkelret på $R_g^{\perp}$ strækretningen og sammenligne de to. Her kommer vi dog desværre let i problemer med udtrækningen af $R_g^{\parallel}$, da vi behøver målinger ved meget mindre q , eller i praksis meget større detektorafstande, for at opfylde betingelsen $qR_g^{\parallel} < 1$ for meget strukne molekyler. Større molekyler betyder også, at vi behøver data ved mindre q , og det kan derfor være en fordel at arbejde med kortere molekyler.

Ekspansion i sfærisk harmoniske funktioner

Et alternativ til at udtrække de to gyrationsradier er at ekspandere spredningsmønsteret i sfærisk harmoniske funktioner. Udover at skille det isotrope bidrag til spredningsmønsteret fra de anisotrope, tillader ekspansionen også at skille de anisotrope bidrag ad baseret på deres symmetri. Feltet har i varierende grad benyttet sig af fremgangsmåder som denne, og i 2017 udgav Wang et al. en artikel [1], der samler og udbygger denne tilgang. Dette afsnit er baseret på Wang og medforfatteres arbejde.

Idéen er altså at ekspandere spredningsmønstre i sfærisk harmoniske funktioner for at adskille det isotrope bidrag fra de forskellige anisotrope bidrag. Hvis man bestråler den strukne prøve vinkelret på strækretningen og lægger z -aksen langs strækretningen, vil den målte spredningsintensitet $I(q_x, q_y = 0, q_z)$ kunne dekomponeres i en ortogonal basis af sfærisk harmoniske funktioner $Y_l^m(\theta)$ for hvilke $l = 2l'$ og $m = 0$ på grund af symmetrien ved forlængelse langs en enkelt akse:

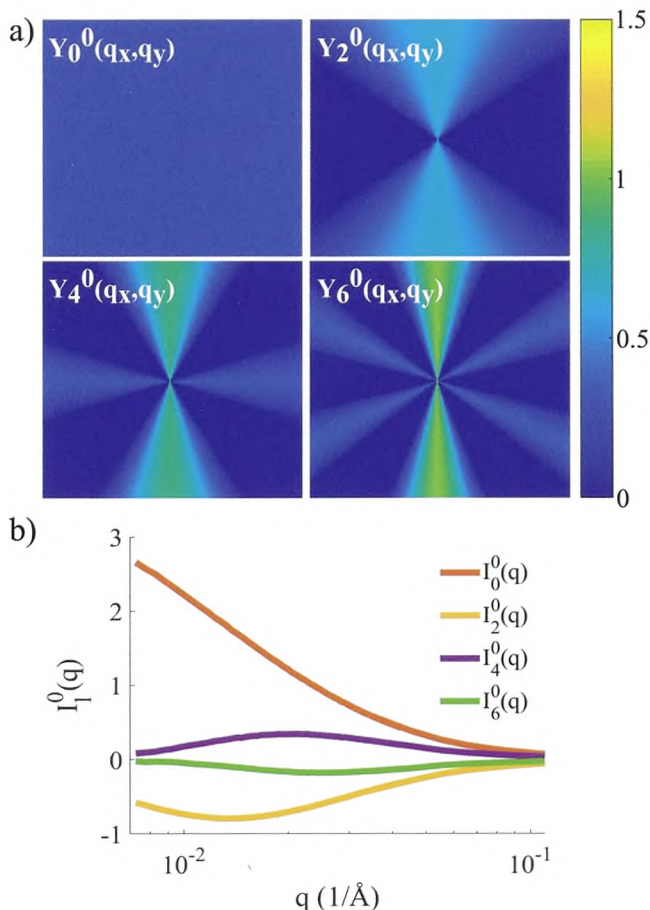
$$I(\vec{q}) = \sum_{l, \text{lige}}^{\infty} I_l^0(q) Y_l^0(\theta) \quad (5)$$

$$Y_l^0(\theta) = \sqrt{2l+1} P_l^0(\cos \theta) \quad (6)$$

hvor $I_l^0(q)$ er ekspansionskoefficienter, $P_l^0(x)$ er associerede Legendre-polynomier, θ er den polære vinkel i sfæriske koordinater, som relaterer til data som defineret i figur 3. I det følgende vil vi repræsentere spredningsmønstrene ved deres ekspansionskoefficienter.

I figur 4a ses de første fire sfærisk harmoniske funktioner i planet $q_x, q_y = 0, q_z$, altså de fire første basisfunktioner, og i figur 4b ses et eksempel på, hvordan et spredningsmønster kan se ud, når det er repræsenteret ved sine ekspansionskoefficienter. Vi ser, at for alle ekspansionskoefficienter gælder det, at $I_l^0(q) \rightarrow 0$ for $q \rightarrow \infty$. Når vi går til små værdier af q , går alle de anisotrope spredningskoefficienter ligeledes til nul, men derimellem har de et ekstremumspunkt. Ved ekstremumspunktet af $I_l^0(q)$ findes altså den værdi af q , hvor $Y_l^0(\theta)$ bidrager mest til spredningsmønsteret. Nogle af ekspansionskoefficienterne, $I_2^0(q)$ eksempelvis, er negative. Fortegnet er afgjort af definitionen af koordinatsystemet for sfæriske koordinater. Hvis vi

havde defineret z -aksen i figur 3, så den var drejet med 90° , ville $I_2^0(q)$ have haft et maksimum i stedet for et minimum.



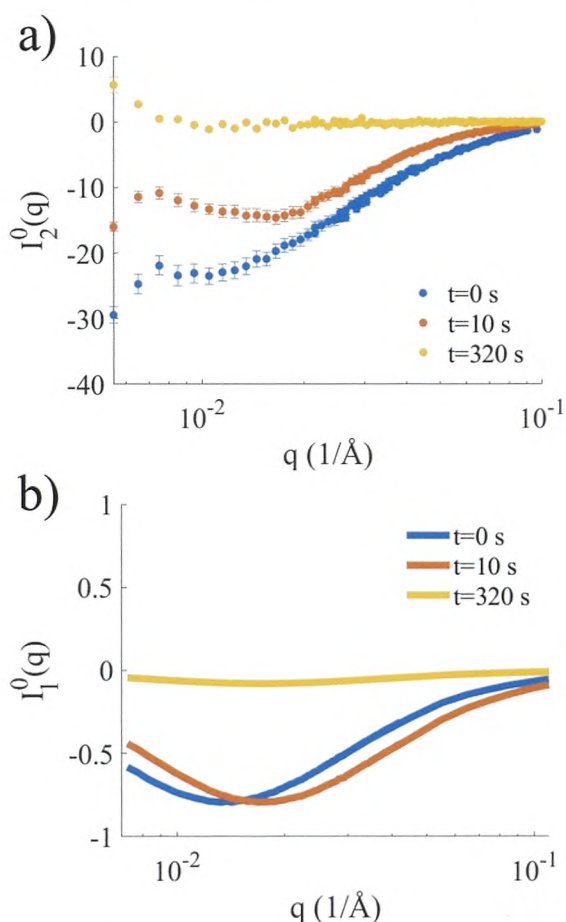
Figur 4. Ekspansion i sfærisk harmoniske funktioner. I a) er de fire første basisfunktioner fra ligning 4 vist og i b) ses et eksempel på, hvordan et 2D-spredningsmønster kan repræsenteres ved sine ekspansionskoefficienter $I_l^0(q)$.

Polymerrelaksation i sfærisk harmonisk ekspansion

Med dette værktøj kan vi altså skille bidragene til et spredningsmønster baseret på deres symmetri, og det vil vi bruge til at undersøge molekylkonformationen under relaksation efter et voldsomt stræk. Med strækningsinstrumentet på DTU gentager vi det samme kontrollerede stræk flere gange, men vi slutter det og lynkøler prøverne på forskellige tidspunkter: $t = 0$ s, $t = 10$ s, $t = 320$ s efter endt stræk. Symmetrien af forlængelse langs en enkelt akse, matcher den af $Y_2^0(q)$, så vi vil her fokusere på $I_2^0(q)$. I figur 5a ses $I_2^0(q)$ for relaksationsdataserien. Hvis vi ser bort fra datapunkterne ved de allermindste værdier af q , ser vi, at minimummet rykker sig mod større q , og bliver lidt mindre dybt efter de første 10 sekunders relaksation, og at $I_2^0(q)$ er så godt som flad efter 320 sekunders relaksation. At minimummet rykker mod større q betyder, at molekylet bliver mindre udstrakt i stil med, at spredningsmønstret trykkes sammen i den retning, molekylet strækkes som beskrevet ovenfor.

Vi strækker ganske vist prøven voldsomt, og det diskuteres, hvorvidt og hvordan rørmodellen beskriver fysikken i denne situation, men vi kan jo godt sammenligne vores eksperimentelle resultater med rørmodel-

lens forudsigelser alligevel. Måske kan vi på den måde få indsigt i rørmodellens forklaringskraft for større deformationer. Ved hjælp af en mere detaljeret version af rørmodellen kan man beregne, hvad vi kan forvente efter en *lille* deformation af vores polystyrensmelte, og resultatet er illustreret i figur 5b. Vi ser at også ifølge rørmodellen, vil minimummet rykke til større q efter $t = 10$ s, omend rykket ser ud til at være mindre dramatisk end for vores data. En anden forskel er, at rørmodellen ikke forudsiger en udfladning af $I_2^0(q)$ mellem $t = 0$ s og $t = 10$ s, som vi ser i data. Umiddelbart er der en vis grad af kvalitativ overensstemmelse mellem data og rørmodel til trods for, at vi sammenligner et resultat fra rørmodellen for små deformationer med eksperimentelle data for en prøve udsat for en stor deformation. Jeg synes, at disse resultater er lovende, og næste skridt må være at formulere en forudsigelse for store deformationer fra rørmodellen og se, om det kan sikre kvantitativ overensstemmelse med data. Det arbejder vi på for tiden, og jeg håber, at vi snart når et niveau af forståelse, som vi kan udgive.



Figur 5. Udviklingen af den ledende anisotrope ekspansionskoefficient $I_2^0(q)$ som funktion af spredningsvektorenlængde for varierende tid efter stræk i a) eksperimentelle data, og i b) forventet ud fra rørmodellen for små deformationer.

Fremtidsperspektiver

Ved at ekspandere spredningsmønstrene i sfærisk harmoniske funktioner opnår vi detaljeret information om, hvordan komponenter med forskellig symmetri udvikler sig i løbet af et eksperiment. Her har vi undersøgt

udviklingen af polymermolekylers konformation i tiden efter et voldsomt stræk langs en enkelt retning. Med sfærisk harmonisk ekspansion har vi udtrukket detaljeret information om udviklingen i molekylkonformation vel at mærke modelfrit. Jeg glæder mig til at se, hvilke nye erkendelser denne analyse af eksperimentelle data kan føre til, og jeg håber, at teoretikere inden for polymerfysik vil tage denne tilgang op og tilskrive de højere ordens anisotrope ekspansionskoefficienter en solid fysisk betydning.

Litteratur

- [1] Z. Wang, C. Lam, W.-R. Chen, W. Wang, J. Liu, Y. Liu, L. Porcar, C. Stanley, Z. Zhao, K. Hong og Y. Wang (2017) "Fingerprinting Molecular Relaxation in Deformed Polymers", *Phys. Rev. X*, bind 7, side 031003.
- [2] P.-G. deGennes (1971) "Reptation of a Polymer Chain in the Presence of Fixed Obstacles", *J. Chem. Phys.*, bind 55, side 572.

[3] M. Doi og S. Edwards (1978) "Dynamics of Concentrated Polymer Systems, Part 2: Molecular Motion under Flow". *Chem. Soc., Faraday Trans. 2.*, bind 74, side 1802–1817.

[4] A. Borger, J. Kirkensgaard, Q. Huang, K. Almdal, O. Hassager og K. Mortensen (2020) *under forberedelse*



Anine Borger er postdoc i X-ray og Neutron Science-sektionen på Niels Bohr Institutet, Københavns Universitet, hvor hun tidligere var ph.d.-studerende og vinder af posterprisen på DFS' årsmøde 2019.

Mogens Esrom Larsen (1942–2020)

Jens Olaf Pepke Pedersen, *Kvant*

Mogens Esrom Larsen døde uventet den 6. marts 2020 efter en blodprop i hjertet, 77 år gammel. Mogens var lektor på Matematisk Institut ved Københavns Universitet fra 1972 til sin pensionering i 2009, og han har været medlem af Kvants redaktion siden bladets start i 1990.



Finn Berg Rasmussen og Mogens Esrom Larsen (th) ved redaktionens sommerafslutning i juni 2019.

Normalt består redaktionens opgave i at skaffe artikler til bladet, og det er således Mogens' fortjeneste, at der er en artikel om Riemanns Zetafunktion i dette nummer. I Kvants første årti var Mogens selv en særdeles

flittig skribent i *Kvant*, hvor han bidrog med en artikel i stort set hvert nummer, og hans interesser spændte vidt fra "Fermats sidste sætning" til "Matematikken bag Gaia-teorien". Ofte skrev Mogens om små finurlige emner, som hvorfor binomialkoefficienter næsten altid er lige, og om tallet π 's evne til at dukke op i de mest uventede sammenhænge. Det var også typisk for Mogens, at han fandt på sjove titler som "Liden forskel gør et stort rod", "CV på WC", "Da tyve stjal billedet" og "Havde Niels Bohr virkelig en hestesko hængende over døren til sit sommerhus?".

Mogens har også i *Kvant* beskrevet den mest demokratiske valgmetode, som faktisk blev brugt ved valg på Matematisk Institut i en årrække. Hans sidste artikel "Nul!", der handler om nullets historie, blev bragt på bagsiden af *Kvant* i oktober 2018.

Foruden sine artikler til *Kvant* om matematiske emner berigede Mogens også redaktionsmøder med underholdende og overraskende matematiske finter. Ved vores sidste redaktionsmøde fortalte han fx, at han under et presseinterview var blevet bedt om at udtale sig om sex. Hans svar havde nogenlunde lydt sådan her: *Jo – seks er meget bemærkelsesværdigt; det er det eneste tal, der er lig med summen eller produktet af de samme tre tal*".

Vi vil huske og savne Mogens for hans humoristiske og varme væremåde.

Kunst og fysik i konstruktiv interferens

Ulrich Hoff, *bigQ*, DTU Fysik

Der er stort set ingen grænser for forskernes kreativitet, når det handler om at aflure naturens mest grundlæggende mekanismer. Men i forhold til at udfolde den aktuelle forskning og gøre den vedkommende for den brede befolkning, så skorter det mere på opfindsomheden. Hvorfor ikke eksperimentere med et mere kreativt syn på naturvidenskaben og vores forskning, og prøve at bringe vores faglighed i spil på nye måder? Artiklen giver et indblik i et konkret samarbejde mellem kunst og fysik samt eksempler på nogle af de resultater, det har ført med sig.

Selvom man som forsker føler sig godt hjemme i sit fagområde, så kan man hurtigt komme til kort, når man skal forklare det til folk uden for forskningsverdenen, fordi ens sædvanlige kommunikationsværktøjer fuldstændig mister deres værdi og relevans. Det kræver grundige overvejelser at finde ud af, hvordan man sætter ord på de naturfænomener, man normalt ville have beskrevet med ligninger, et plot af det målte frekvensspektrum eller måske en henvisning til Landau & Lifshitz, bind 3, side 38. Det er en svær, men lærerig opgave, som man bør unde sig selv hele tiden at have i baghovedet og arbejde med hånd i hånd med forskningen.

I grundforskningscentret *bigQ* har vi gennem flere år samarbejdet med kunstner og forfatter Jan Egesborg om at udfolde naturvidenskab gennem muntre og farverigt illustrerede billedbøger for børn, men også mere dystre fortællinger i den grafiske romangenre. Selvom det hverken gavner h-indekset eller andre af de parametre, vi sædvanligvis evalueres på, så er det meningsfyldt arbejde for os – noget vi prioriterer og er stolte af. Det er vigtigt, at vi hele tiden udfordrer rammerne for formidling og udvikler den måde og de virkemidler, vi bruger til at sætte naturvidenskaben i spil. Vores erfaring er, at der er meget at lære gennem samarbejde med kunstnere på den front. For vores eget arbejde er det desuden afgørende, at samarbejdet mellem kunsten og forskningen er ligebyrdigt, og ikke "bare" bestillingsarbejde, hvor en professionel kunstner hyres til at omsætte vores idéer og budskaber til ord og billeder. Det interessante er netop den åbne diskussion og det at indgå i en fælles kreativ proces, hvor faglighederne gensidigt påvirker hinanden, hvor man supplerer hinanden og måske endda interfererer konstruktivt.

Et tilfældigt møde

I 2015 befandt jeg mig sammen med min kone og 4-årige søn i solbeskinnede Brisbane på Australiens østkyst, hvor jeg arbejdede som postdoc i kvanteoptik på University of Queensland. En dag læste jeg tilfældigt på en dansk hjemmeside om en ny billedbog for børn, der forsøgte at forklare grundidéen i beviset for Fermats sidste sætning. Ret ambitiøst, tænkte jeg. Kombinationen af at være fysiker, at have en oprigtig interesse for formidling af naturvidenskab og være far til en lille nysgerrig purk gjorde, at jeg bare måtte bestille den bog. Men lettere sagt end gjort. For det var ikke til at finde en forhandler, der ville sende bogen om på den anden side

af kloden. Derfor skrev jeg direkte til forfatteren, og han sendte gerne et eksemplar afsted mod at få dækket portoen – rimeligt nok.

Et år senere, og tilbage i Danmark som postdoc på DTU Fysik, fik jeg en dag at vide, at vores forskningsgruppe var blevet kontaktet af en forfatter, som ville skrive en børnebog om et eller andet matematisk emne, som ingen af os nogensinde havde hørt om før. I stedet opstod idéen om at skrive en børnebog om kvantefysik, og et møde kom i stand. Helt i kvantefysikkens probabilistiske ånd var det selvfølgelig Jan Egesborg, selv samme forfatter som jeg et års tid tidligere havde været i kontakt med fra Australien, der dukkede op til mødet på DTU – lidt træt efter en lang og udmattende togtur fra sit hjem på Fanø. Hvad er chancerne for det?



Figur 1. Jan Egesborg til enetime med professor Ulrik Lund Andersen på DTU Fysik. Forelæsningerne blev videofilmet, så vi kunne fastholde diskussionerne og vende tilbage til dem senere. Foto: Sofie Hvitved.

Enetime

Situationen var ny og ukendt, og det var ikke helt klart, hvordan vi skulle få taget hul på det nye samarbejde. Trods masser af erfaring med eksterne samarbejder, også med folk fra fjernere afkroge af verden end Fanø, havde vi nok aldrig oplevet et så direkte og bogstaveligt kultursammenstød. I fællesskab besluttede vi at koldstarte processen ved at bænke den nysgerrige humanist i et af vores undervisningslokaler til en intens enetime i kvantefysik – en Maggi-terning af Griffith og Sakurai, krydret med vores seneste idéer til, hvordan man kan

skabe en mikro-mekanisk version af Schrödingers kat. Håbet var, at det ville afføde en masse spørgsmål og diskussioner, som måske kunne hjælpe os med at indkredse et emne og danne rammen for en børnebog.

Det virkede! Der var masser af spørgsmål, og fra tavlen forsøgte vi efter bedste evne at besvare, illustrere og så besvare igen – men på en lidt anden måde. I skærende kontrast til Eugène Ionescos dramatisering af en lignende situation, så blev afstanden imellem os mindre og mindre, og stille og roligt tonede et emne for bogen frem. Undervejs gled Jan i tankerne lidt ind og ud af sit hjemlige tegneserieunivers, og karakteren Finn Foton begyndte så småt at tage form.



Figur 2. En kreativ tankeproces stimuleret af kvantefysik og indfanget i øjeblikket. Tegning: Ulrich Hoff.

Finn Foton

“... når han begynder at tale om kvantefysik, får børn og voksne et fjernt udtryk i ansigtet og begynder at drømme om kager og kakao”. I bogen “Finn Foton og kvantefysikken” [1] er det noget af det første, man får at vide om karakteren Finn Foton, som udkrystalliserede sig af enetimen og en lang, lang række af efterfølgende telefonsamtaler. Hvorfor skulle Finn Foton også have det lettere end vi andre? Jeg kender kun alt for godt fornemmelsen af, at selv de mest indlevende forsøg på at videregive min egen begejstring for kvantefysikken er faldet på et sted, hvor lytteren hellere havde set et stykke kringler eller en kop kaffe. Lige så ofte har jeg dog også måtte erkende, at kommunikationsbristet skyldtes en “Fejl 40” som fx “Brug af uforklarede faglige begreber” eller “Utilstrækkelig filtrering af det faglige budskab”, og at jeg derfor utilsigtet, men effektivt har distanceret mig fra lytteren og ikke gjort mig fortjent til hendes eller hans fortsatte opmærksomhed. Heldigvis har jeg også haft fornøjelsen af at opleve situationer, hvor folk bare har udstrålet “Fortæl mig mere, jeg lytter!”, som det sker for Finn i den seneste fortælling om “Finn Foton og elektromagnetismen” [2], hvor folk nærmest tisser i bukserne af spænding. Det er dog en bedrift, jeg tror, jeg stadig har til gode.

Det er dog ikke kun Finns udfordringer som kommunikator, der er inspireret af vores egen virkelighed. Det gælder faktisk også byen Gåseby, hvor Finn bor. Jan Egesborg bor som nævnt på Fanø, og for ham er det lille lokalsamfund på kanten af Danmark, med stråtekte huse og en tæthed af enere lidt over det sædvanlige,

mere end bare hjem. Det er også en kilde til inspiration for de skæve og småfjollede historier, karaktererne og det miljø, de bor i, som han trækker ud af sin fantasi. Og når man ved det, så er det også tydeligt at få øje på i illustrationerne til historierne om Finn Foton.

Finn Foton-bøgerne er ikke fagbøger for børn, men børnebøger, der henter inspiration i naturvidenskaben og bruger det til at pirre børnenes nysgerrighed. Samtidig håber vi også, at historierne giver dem et hyggeligt grin sammen med en voksen. I “Finn Foton og elektromagnetismen” er det faglige omdrejningspunkt Ørstedes opdagelse af elektromagnetismen. I Gåseby bliver det pludselig relevant, da byens gæs et år meget uventet taber den årlige flyvekonkurrence mod nabobyerne. Men da Finn Foton hører, at det lynede kraftigt på konkurrencedagen, så opklarer han mysteriet for beboerne i Gåseby. Deres gæs har nemlig kraftigt magnetiske næb, som hjælper dem med at finde vej, men når det tordner og lyner, er det måske ikke så stor en hjælp.



Figur 3. En helt almindelig dag i Gåseby. Illustration fra “Finn Foton og elektromagnetismen”.



Figur 4. En helt almindelig dag i Sønderho på Fanø. Foto: Jan Egesborg.

Kvantekryptografi macabre

Gåseby er en hyggelig og humoristisk ramme, der gør det muligt at flette fysik og fantasifulde børnefortællinger sammen. Men vores samarbejde strækker sig også et godt stykke ud over det hyggelige. Kvantekryptografi er et forskningsfelt, der i al sin enkelthed handler om kommunikationssikkerhed og om at holde hemmeligheder hemmelige ved hjælp af kvantefysikken. De bedste hemmeligheder er ofte dem, der ikke tåler dagens lys, og lader man fantasien associere frit et øjeblik, er det ikke svært at finde hen til et dystert sted, hvor skyggerne er mange og lange. Emnet nærmest kalder på uhygge. Det var netop vores indgangsvinkel til at dramatisere kvantekryptografi i den dystopiske sort-hvide grafiske roman "Thanatos" [3].

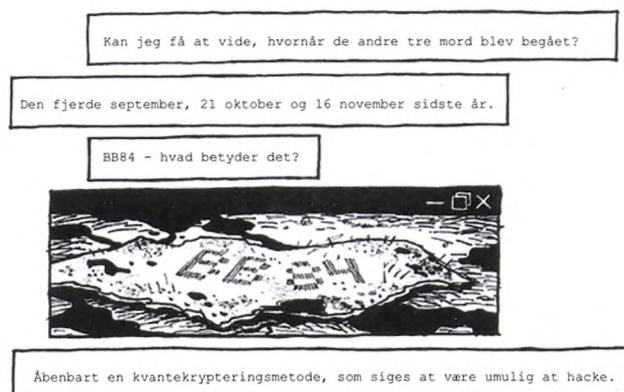


Figur 5. Den årlige flyvekoneurrence i Gåseby bliver ramt af tordenvejr, og det danner rammen for en præsentation af, hvordan Ørsted viste sammenhængen mellem elektricitet og magnetisme.

Også i forbindelse med det arbejde viste enetime-konceptet sig særdeles brugbart til at skabe overblik og identificere hvilke naturvidenskabelige budskaber, der skulle prioriteres. Researcharbejdet involverede desuden besøg hos IBM's europæiske forskningsafdeling for kvantecomputere i Zürich og forskningsgrupper i Kyoto. På den kunstneriske side, endte den middelalderlige maler Hieronymus Bosch og hans makabre detaljerede skildringer af helvedes pinsler med at være en helt central inspirationskilde. I modsætning til Finn Foton, der er for børn og barnlige sjæle, så er denne historie ikke for de sarte.

Nogle vil måske mene, at det faglige indhold heller ikke er for de sarte? Vores ambition med bogen var specifikt at give læseren en forståelse af, hvordan BB84-protokollen udnytter kvantefysik til at skabe og fordele en sikker krypteringsnøgle mellem to parter, således at kun de kender den. Det er en vanskelig opgave at løfte uden at blive en lille smule teknisk. I et forsøg på at

imødekomme læseren, har vi udnyttet fiktionen og det grafiske element til at levere det tekniske indhold som en dialog, hvor journalisten og hovedpersonen Anders Brinck får forklaret BB84 af en ekspert, der samtidig illustrerer sin forklaring på en tavle. Herved udnyttes bogens illustrationer også aktivt som et didaktisk værktøj.



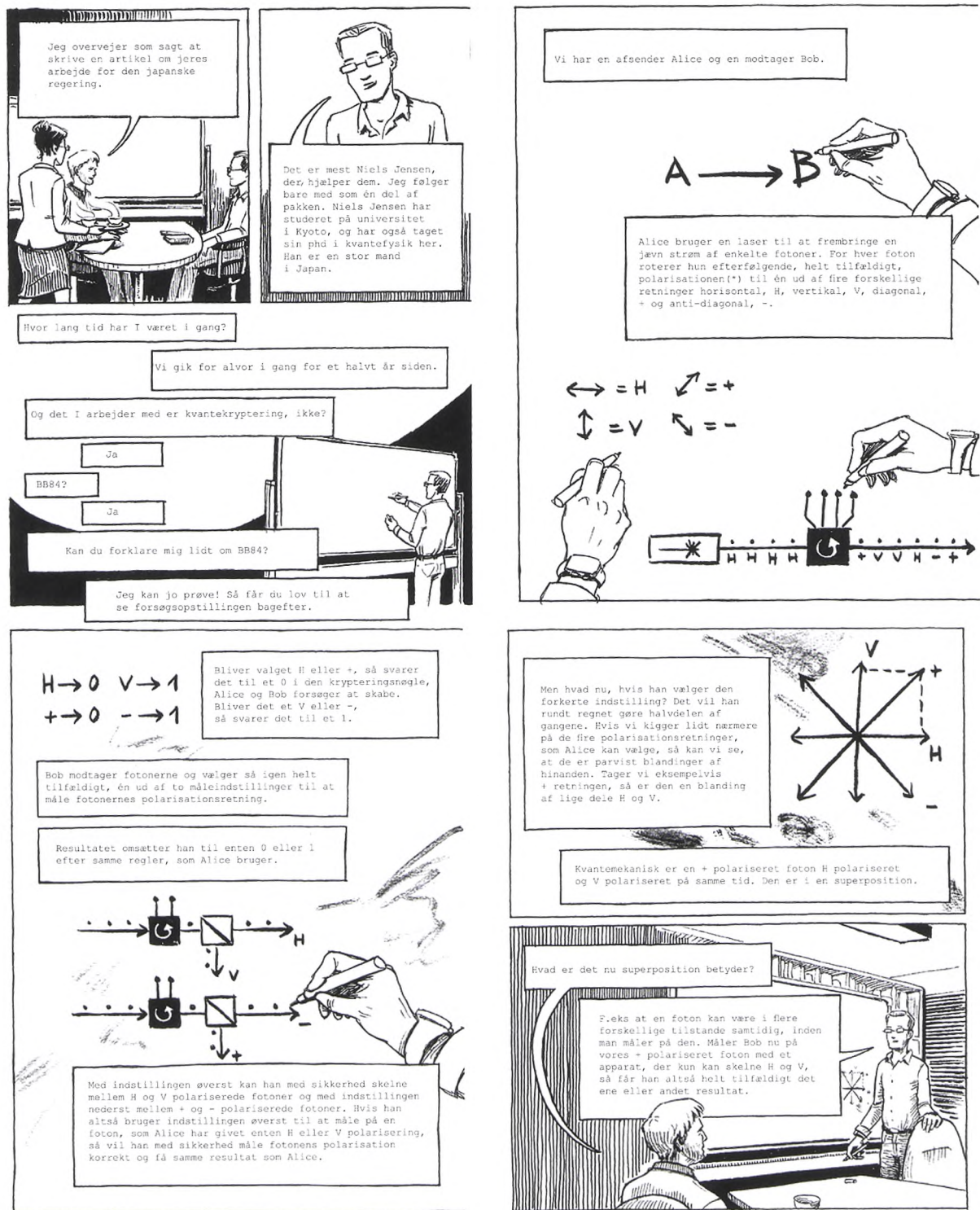
Figur 6. En kvinde bliver på bestialsk vis hudflettet og en lille afflået tatovering leder politiet på sporet af kvantekryptografi i den grafiske roman "Thanatos".

Samtidig skal der tages hensyn til, at historien skal flyde. Derfor er nogle af de opklarende spørgsmål, som journalisten (læseren) nok ville have stillet, udeladt, og begrebsafklaringen er i stedet henlagt til fodnoter. Eksempelvis er addition af bitværdier forklaret med noten: "En rækkefølge af bits (enten tallet 0 eller 1) svarer til en række af kontakter, der enten er slukket (0) eller tændt (1). Lægger man 1 til en bitværdi svarer det til at trykke én gang på kontakten. Lægger man 0 til en bitværdi, svarer det til ikke at gøre noget. Regnestykket $1 + 1 = 0$ kan altså forstås som "tændt + tryk = slukket". Rækkefølger lægges sammen bit for bit, fx fås $101 + 110 = 011$."

"Godmorgen, hr. kvantefysiker

Da arbejdet med "Finn Foton og kvantefysikken" startede for snart 4 år siden, havde ingen af os nok forestillet sig, at det ville føre til så langvarig en relation. Men det tilfældigt opståede bekendtskab har vist sig at være et godt et af slagsen, og det har gennem et utal af møder, optrædener og telefonsamtaler udviklet sig til et venskab og effektivt arbejdsfællesskab. Opkaldshistorikken på min telefon vidner dog også om, at det i perioder er en ret intens relation med mange og lange diskussioner af, hvordan vi får formuleringer og illustrationer til at understøtte de faglige elementer, og hvordan klarhed og sandhed bedst afbalanceres over for målgruppen uden at kompromittere korrektheden. Det er problemstillinger og overvejelser, der er helt grundlæggende for vores fælles projekt om at gøre afstanden mellem kunsten, samfundet og naturvidenskaben bare en lille smule mindre.

Hvad telefonen ikke afslører er, at hver af samtalerne er blevet indledt med et "Godmorgen, hr. kvantefysiker". Replikken er nærmest blevet synonym med vores samarbejde. Samtidig illustrerer den på bedste vis den



Figur 7. Nok er "Thanatos" en noget makaber affære, men bogen indeholder også en god portion fysik, bl.a. om kvantenøglefordeling ved hjælp af BB84-protokollen.

humor og selvironi, der er karakteristisk for relationen. Og med tre nye og vidt forskellige projekter aktuelt på tapetet, er der gode chancer for, at det også bliver indledningen til endnu et par samtaler.

Litteratur

- [1] J. Egesborg, J. Töws og P. Bertelsen (2017) "Finn Foton og kvantefysikken", Dome of Visions.
- [2] J. Egesborg, J. Töws og U. B. Hoff (2020) "Finn Foton og elektromagnetismen", Polyteknisk Forlag.
- [3] J. Egesborg (2018) "Thanatos", Polyteknisk Forlag.



Ulrich Hoff er ph.d. i fysik (2015) og seniorrådgiver i kvanteteknologi ved grundforskningscentret bigQ, DTU Fysik. Han er desuden daglig leder af QuantumDTU, skribent for ForskerZonen på Videnskab.dk og underviser ved Folkeuniversitetet i København.

Ståltrådsstrækning

- breddeopgave 83 og 84 med didaktisk kommentar

Af Jens Højgaard Jensen, IMFUFA, INM, RUC

Mit formål med artikelserien om breddeopgaver er – udover at gøre opmærksom på RUCs fysikuddannelse – dobbelt: Dels udvælger jeg opgaverne, så de kan have interesse som fysikproblemer i egen ret. Dels udvælger jeg dem med henblik på at kunne knytte didaktiske overvejelser til dem af interesse for fysikundervisere. I første omgang i forhold til universitetsundervisning. Men i anden omgang kunne der måske også trækkes paralleller til andre undervisningsniveauer.

Her bringes løsninger og kommentar til opgaverne fra forrige nummer samt nye opgaver. Opgaverne i sidste nummer af Kvant var disse breddeopgaver (nr. 83 og 84 i rækken her i Kvant):

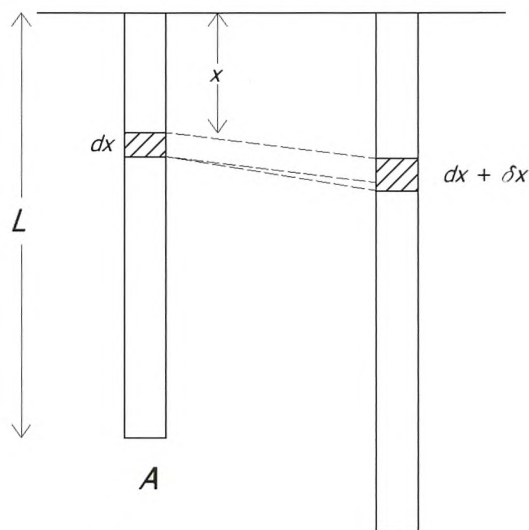
Breddeopgave 83 og 84. Ståltrådsstrækning

Hvor meget strækkes en stang under sin egen vægt, når den hænger lodret ned fra den ene ende?

En ståltråd svinges rundt i et vandret plan. Hvor meget forlænges ståltråden af at blive svinget rundt? Begrund svaret.

Løsninger

Lad os starte med stangen, der strækkes under sin egen vægt. For at analysere sagen nærmere er vi nødt til at betragte stangen som sammensat af små infinitesimale stykker, som det er vist på figur 1.



Figur 1. Henholdsvis ubelastet stang og stangen strakt under sin egen vægt.

Vi kalder stangens ubelastede længde for L og dens tværsnitsareal for A . Det infinitesimale stykke af den ubelastede stang, dx , i afstanden x fra dens øvre ende, er forøget med længden δx på grund af trækspændingen i stangen i afstanden x forårsaget af tyngdekraften F på stykket af stangen under det infinitesimale stykke. Vi kalder stangens masse for M og tyngdefeltstyrken for g og har så:

$$F = Mg \frac{L - x}{L} \quad (1)$$

Definitionen på Youngs modul Y er

$$\frac{F}{A} = Y \frac{\Delta l}{l}, \quad (2)$$

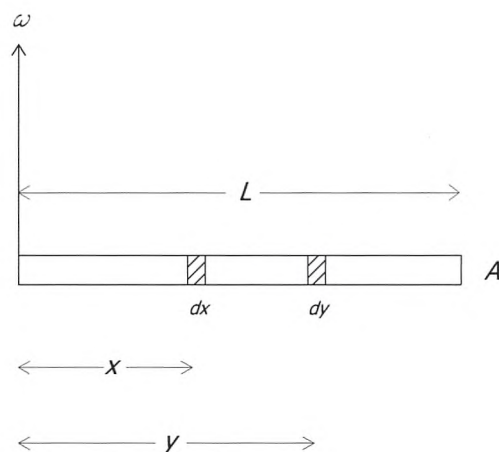
hvor $\Delta l/l$ er den relative forlængelse af fx en stang, og F/A er spændingen, som stangen er udsat for. Oversat til det infinitesimale stykke dx udsat for trækspændingen givet ved ligning (1), har vi:

$$\frac{\delta x}{dx} = \frac{Mg}{YA} \left(1 - \frac{x}{L}\right). \quad (3)$$

Den samlede strækning af stangen under dens egen vægt, ΔL , fås da ved integration af δx -bidragene fra de forskellige værdier af x :

$$\Delta L = \int_0^L \delta x = \frac{Mg}{YA} \int_0^L \left(1 - \frac{x}{L}\right) dx = \frac{MgL}{2YA}. \quad (4)$$

Strækningen af ståltråden, der svinges rundt i et vandret plan (med vinkelfrekvensen ω), er et analogt problem, bortset fra udregningen af F . Vi vil analysere problemet i det medroterende system. Ligning (1) ses ikke at kunne benyttes for F , da kraftfeltet, der forårsager strækningen, nu ikke er homogent. Udregningen af den samlede centrifugalkraft på stykket uden for det infinitesimale dx -stykke, og dermed trækspændingen i x , kræver en integration.



Figur 2. Strækning af ståltråd, som svinges rundt i et vandret plan.

Med betegnelserne i figur 2 fås

$$dF = \frac{My\omega^2 dy}{L}, \quad (5)$$

så

$$F = \int_{y=x}^{y=L} dF = \frac{M\omega^2(L^2 - x^2)}{2L} \quad (6)$$

i stedet for F , givet ved ligning (1). Derfor fås

$$\frac{\delta x}{dx} = \frac{M\omega^2(L^2 - x^2)}{2AYL} \quad (7)$$

i stedet for ligning (3). Og

$$\Delta L = \int_{x=0}^{x=L} \delta x = \frac{M\omega^2 L^2}{3YA} \quad (8)$$

i stedet for ligning (4). Svaret på opgaven om strækningen af ståltråden, der svinges rundt, fremgår således af svaret på opgaven om strækningen af stangen, der hænger i tyngdefeltet, ikke blot ved at erstatte g med $L\omega^2$, men også ved at erstatte $1/2$ med $1/3$ på grund af inhomogeniteten af centrifugalfeltet.

Kommentar

Ved kurserne Fysisk problemløsning I og Fysisk problemløsning II på RUC, som tilsammen er den nutidige udgave af det tidligere Breddekursus, diskuterer både lærere og studerende, hvad der skal til for at svare på breddeopgaverne (det kalder vi dem stadig). Der er enighed om, at løsningen af breddeopgaver typisk foregår i to trin. Det første trin består af en formalisering af det stillede problem. Det andet trin består herefter i at løse det fremkomne formaliserede problem. Og der er enighed om, at det oftest er det første trin, der volder de største vanskeligheder. Formaliseringen består i varierende blandinger af "fysificering" og "matematificering". Ved fysificeringen placeres breddeopgaveproblemet, formuleret i dagligdags sprog, i fysik-kontekster. Hvad drejer sagen sig essentielt om? Hvilken slags fysik skal i spil? Ved matematificeringen placeres problemet i matematik-kontekster. Hvilke er de uafhængige variable, de afhængige variable og parametrene i problemet? Hvilken slags matematik skal i spil? I en nyere artikel¹ er formaliseringsproblemet behandlet i større detalje ved gennemgang af fire breddeopgaver, som er valgt, så de repræsenterer fire forskellige måder, matematik og fysik indgår i forhold til hinanden på ved formaliseringen af opgaverne.

Den ene af opgaverne er den i artiklen her, om hvor meget en lodret hængende stang strækkes under sin egen vægt. Løsningen af opgaven kræver nogle indledende fysikovervejelser om belastning, jf. ligning (1), og elasticitetsmodul, jf. ligning (2). Parallelt hermed

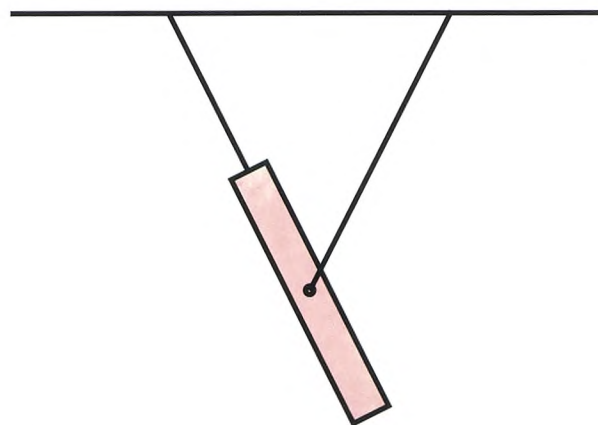
modnes idéen om, at ligning (2) skal bringes i anvendelse til udregning af infinitesimale længdeudvidelser, δx , af infinitesimale dele af stangen, dx , endende op med en integration. Det er vores vurdering, at det er denne matematificering af opgaven, der i dette tilfælde er den mest krævende del af besvarelsen.

I det hele taget er matematificeringen erfaringsmæssigt – i varierende grad – en afgørende barriere ved løsningen af breddeopgaver. Omvendt kan breddekurset, udover at være en introduktion af fysik i bredden, via sin form for problemløsningsorientering, også betragtes som en træningsbane for matematificering og matematisk problemløsning i det hele taget.

Breddeopgave 85, 86 og 87. Svingninger, opdrift og mørkt stof.

Inden næste nummer af Kvant udkommer, kan læserne overveje løsningerne til disse opgaver fra breddekurset på RUC (fra eksamen juni 2019, nr. 85, 86 og 87 i rækken her i Kvant):

En homogen stang er ophængt i to snore, som vist på figuren. Hvordan svinger stangen, hvis henholdsvis den ene og den anden snor knækker? Begrund svarene.



En spand vand, hvori der flyder en træklods, sættes på gulvet i en elevator. Hvorledes ændrer træklodsens stilling sig i forhold til vandoverfladen, når elevatoren begynder at køre? Begrund svaret.

Hypotesen om mørkt stof blev først fremsat i 1933 af Fritz Zwicky, fordi han observerede, at galakserne i en bestemt galaksehob bevægede sig, som om massetætheden i galaksehoben var omkring 400 gange større end massetætheden af det synlige stof i galaksehoben. Hvor mange gange hurtigere bevægede galakserne i galaksehoben sig, end de ville have gjort, hvis det alene var synligt stof, der bevægede dem? Begrund svaret.

Løsninger og kommentar bringes i næste nummer af Kvant.

¹J. H. Jensen, M. Niss og U. T. Jankvist (2017) "Problem solving in the borderland between mathematics and physics", *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, bind 48, side 1–15.

Nyt fra SNU

Selskabet for
Naturlærens
Udbredelse



Ørsted 2020-udstilling – 200 året for elektromagnetismen

I 1820 opdagede H.C. Ørsted, at elektrisk strøm påvirker magnetnålen i et kompas. Han kaldte det elektromagnetisme. Opdagelsen har haft stor betydning for naturvidenskaben og er grundlaget for den altomfattende anvendelse af elektricitet og de tilsvarende teknologier i det moderne samfund.

SNU afholder en udstilling om den skelsættende opdagelse og dens betydning både dengang og nu. Udstillingen udarbejdes i samarbejde med Danmarks Tekniske Universitet. Danmarks Fysik- og Kemilærerforening bidrager med læringsaktiviteter til publikum.

EXPERIMENTA CIRCA EFFECTUM CONFLICTUS ELECTRICI IN ACUM MAGNETICAM.

Prima experimenta circa rem, quam illustrare aggredior, in scholis de Electricitate, Galvanismo et Magnetismo proxime-superiori hinc a me habitis instituta sunt. His experimentis monstrari videbatur, acum magneticam ope apparatus galvanici e situ moveri; idque circulo galvanico cluso, non aperto, ut frustra tentaverunt aliquot abhinc annis physici quidam celeberrimi. Cum autem hæc experimenta apparatu minus efficaci instituta essent, ideoque phenomena edita pro rei gravitate non satis luculenta viderentur, socium adscivi amicum Esmarch, regi a consiliis justitie, ut ex-

Figur 1. Overskriften af Ørsteds artikel om hans opdagelse i 1820.

H. C. Ørsteds opdagelse af elektromagnetismen regnes for et af det 19. århundredes største videnskabelige gennembrud, og bringer H. C. Ørsted i selskab med naturvidenskabsfolk som Tycho Brahe, Alessandro Volta, Michael Faraday og Niels Bohr.

Udstillingen vil også præsentere H. C. Ørsteds position i samtiden og her især hans mentorrolle for den nære ven H. C. Andersen.

Udstillingen er i Rundetårns bibliotekssal fra 1. juli til 25. september 2020. Derefter flytter den i oktober-december 2020 til biblioteket på Syddansk Universitet i Odense og i januar-juni 2021 til Steno Museet i Aarhus.

Udstillingen indgår som led i en større fejring af H.C. Ørsted i 2020 koordineret af DTU. SNU's aktiviteter omfatter også en foredragsrække både før, under og efter udstillingen. Desuden uddeles SNU's H.C. Ørsted-guldmedalje til en fremragende fysikforsker samt en særlig portion af Kirstine Meyers Mindelegat.

Generalforsamling og øl-demonstration udsat

SNU har udsat sin generalforsamling, der var planlagt til den 30. marts, på grund af Corona-pandemien. I stedet afholdes generalforsamlingen til efteråret.

SNU's øl-demonstration med foredrag ved professor Helge Kragh, Niels Bohr Institutet, der i samarbejde DTU Science Brew var planlagt til den 24. april, er også udsat.

Hans Christian Ørsted – the Unity of Spirit and Nature On the Bicentennial of Electromagnetism



Edited by
Jens Olaf Pepke Pedersen, Cecilie M. K. Pedersen and Dorte Olesen

Figur 2. Forsiden af jubilæumsbogen.

Hans Christian Ørsted – the Unity of Spirit and Nature

SNU har udgivet bogen "Hans Christian Ørsted – the Unity of Spirit and Nature". Bogen er det ene af i alt 12 signaturprojekter, som via det nationale formidlingsinitiativ "HCØ2020" fejrer 200-året for Ørsteds opdagelse af elektromagnetismen.

Jubilæumsbogen indeholder en stor samling af artikler, der tidligere har været udgivet i Kvant, bl.a. alle artiklerne om Ørsted fra Kvants temanummer i december 2019, men der er også enkelte nye artikler.

Desværre kender kun relativt få udlændinge til Ørsted og hans kulturelle og videnskabelige sider, hvorfor bogen er udgivet på engelsk.

Bogen er på 152 sider og koster 179 kr. Den kan bestilles online hos Polyteknisk Boghandel på www.polyteknisk.dk/hco2020, og vil kunne købes af medlemmer af SNU til favørpris ved foredragene, når disse genoptages.

Bogen er redigeret af Jens Olaf Pepke Pedersen, Cecilie M. K. Pedersen og Dorte Olesen, og udgivelsen er støttet af Augustinus Fonden, Dronning Margrethe og Prins Henriks Fond samt Grosserer George Jorck og hustru Emma Jorck's Fond.

Nyt fra Dansk Fysisk Selskab



Dansk Fysisk Selskab

Danmarks landsdækkende forening for fysik

Årsmøde i Dansk Fysisk Selskab udsat til oktober

På grund af den igangværende coronavirus-epidemi, udskydes årsmødet i Dansk Fysisk Selskab fra juni til oktober 2020. Mere information om årsmødet følger i næste udgave af Kvant.

Der vil dog igen i år være fokus på vækstlaget i Dansk Fysikforskning, med en række inviterede foredragsholdere, der vil fortælle, hvad der rører i dansk fysik netop nu. Vi ser også frem til en række spændende bidrag fra geofysikken, efter at Dansk Geofysisk Forening og DFS i slutningen af 2019 besluttede sig for en sammenlægning!

Vi ser i Dansk Fysisk Selskab frem til endnu et godt årsmøde hvor vi som fysikere kan styrke vores netværk på tværs af landet. Der vil som altid være et antal fripladser til studerende, der præsenterer deres

projekter, og som noget nyt i år også til gymnasielærere. Programmet for årsmødet og dettes hjemmeside med information om tilmelding mv. vil blive lagt på dfs.nbi.ku.dk.

Med de bedste hilsener og vel mødt til DFS2020!

– Bestyrelsen for Dansk Fysisk Selskab

Nyt fra Astronomisk Selskab



Generalforsamling udsat

Astronomisk Selskab har udsat sin generalforsamling, og der kommer en ny indkaldelse senere på året.

Indtil generalforsamlingen fungerer næstformanden Andreas Kjær Dideriksen som formand for AS.

Kommende foredrag

Dato	Tid	Foredragstitel	Foredragsholder	Forening
Apr 2020				
20/4	19.30	Om de 2000 ord Ørsted indførte i det danske sprog Efter foredraget uddeles Ørstedmedaljen til en inspirerende grundskolelærer	Frans Gregersen	SNU
20/4	19.15	Euclid	Michael Andersen	AS (Aarh)
27/4	18.15	Kepler/K2/TESS	Rasmus Handberg	AS (Kbh)
Maj 2020				
4/5	19.15	Kepler/K2/TESS	Rasmus Handberg	AS (Aarh)
Juli 2020				
2/7	15.00	Åbningsevent i Rundetårn for udstillingen "Ørsted på ny?"	Anja Andersen m.fl.	SNU
Sep 2020				
21/9	19.30	Hvad er magnetisme, og hvad er elektromagnetisme	Steen H. Hansen	SNU
Okt 2020				
19/10	19.30	Dansk Fysisk Selskabs årsmøde Foredrag ved guldmedaljemodtager i fysik (tentativt)	NN	DFS SNU
Nov 2020				
2/11	19.30	Om magnetometer	Chris Finlay	SNU
23/11	19.30	Ørsteds erkendelsesteori og metafysiske erindringer	Anja Skaar Jacobsen	SNU
Dec 2020				
14/12	19.30	Ørsted, Tesla og Faraday	Hans Buhl	SNU

AS (Kbh): Astronomisk Selskab (Kbh), City Campus, Københavns Universitet, (astronomisk.dk).

AS (Aarh): Astronomisk Selskab (Aarh), Matematisk Institut, AU, Ny Munkegade 118, Bygn. 1530, 8000 Aarhus C.

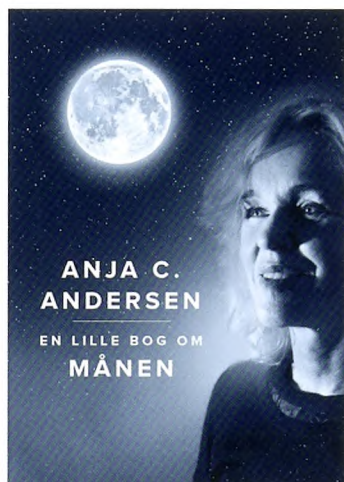
Wieth-Knudsen Observatoriet, Margot Nyholms Vej 1, 3220 Tisvildeleje, har åbent hus-arrangementer med gratis adgang to lørdage om måneden, se astronomisk.dk/wieth-knudsen-observatoriet.

DFS: dfs.nbi.dk

SNU: Aud. 1, H. C. Ørsted Instituttet, Universitetsparken 5, 2100 København Ø (naturlaeren.dk, facebook.com/SNU1824). Arrangementet 2/7 holdes i Rundetårn.

Aktuelle bøger

John Rosendal Nielsen og Christine Pepke Gunnarsson, Kvant



Månen tur-retur med Anja

Anja C. Andersen, "En lille bog om Månen", 2019, Lindhardt og Ringhof, 212 sider, 249,95 kr.

Den 20. juli 1969 landede Neil Armstrong og Buzz Aldrin som de første mennesker på Månen. I anledningen af 50-året for denne skelsættende begivenhed har Anja C. Andersen skrevet en lille bog om Månen, hvilket også er titlen på bogen. Månen er sidenhen blevet besøgt af yderligere ti mænd og mange ubemandede rumfartøjer. Der er ingen tvivl om, at mennesket er fascineret af Månen, og Anja C. Andersen er absolut blandt dem, der har en stor fascination af Månen, hvilket hun ønsker at dele med læseren.

Den lille bog dækker mange forskellige emner om Månen, hvilket viser Anja C. Andersens store viden inden for astrofysikken. Vi bliver introduceret til, hvordan vi kan opleve Månen på himlen – både mht. hvordan Månens tilsyneladende størrelse ændrer sig alt efter, hvor den står på himlen, og hvordan vi kan opleve måneformørkelser på Jorden. Hun giver også en beskrivelse af, hvordan man vil opleve Jorden og himlen fra Månen, hvilket giver et spændende indblik i, hvor anderledes Månen er. Månens manglende atmosfære gør, at himlen altid ser sort ud – både om dagen og natten. Det betyder derfor også, at stjernerne vil fremstå tydeligere set fra Månen. I bogen bliver der derfor også diskuteret mulighederne for et astronomisk observatorium på Månen.

Månelandingerne bliver selvfølgelig også berørt i bogen, hvor Apollo-programmets udfordringer beskrives. Man var blandt andet bekymret for, hvor dybt månestøvet var på de steder, hvor rumfartøjerne skulle lande. Hvis støvlaget var tykt, og månelandfartøjet sank ned i det, ville der være risiko for, at de ikke kunne lette igen fra Månens overflade. Det viste sig ikke være et problem for selve landingerne, men månestøvet kom til at skabe problemer for astronauterne, som besøgte Månen. Anja C. Andersen fortæller, at støvet blev

elektrisk og klistrede til tøjet og det medbragte udstyr, hvilket besværliggjorde opholdet for astronauterne på Månen.

Der er specielt fokus på, hvem der har været på Månen, og her kommer Anja C. Andersens kæphest på banen – kvinder i fysik. Det er nemlig hidtil kun mænd, som har besøgt Månen. Udtagelseskriterierne var ifølge Anja C. Andersen designet således, at det kun var amerikanske mænd, der havde mulighed for at komme ud i rummet. Der kan vel ikke nogen tvivl om, at Guds eget land er mandschauvinistisk (ellers havde de nok kunne finde ud af at vælge en kvinde som deres præsident). Man bør dog undgå at skamride sine egne kæpheste, hvilket der er tendens til – fx i kapitlet om Mercury 13. Det er et kapitel, som mangler kontekst til resten af bogen.

En god del af bogen er dedikeret til Månens ophav og bestanddele, og jeg må erkende, at Anja C. Andersen er fantastisk til at forklare disse emner. Det er en fornøjelse at læse om, hvordan Månen er skabt ved et sammenstød mellem proto-Jorden og planeten Theia. Og om hvordan seismiske målinger fra Apollo-programmet har givet os en indsigt i Månens indre. Hendes beskrivelse af meteoritter er ligeledes meget overbevisende. Det er en bog, der giver et godt indblik i vores forståelse af Månen.

Til sidst i bogen adresserer Anja C. Andersen de myter og konspirationsteorier, som der desværre er forbundet med Månen og Apollo-programmet. Jeg tror desværre, at hun har ret i, at ligegyldigt, hvor meget man forklarer og dokumenterer månelandingerne, vil fortællingerne om månelandingssvindlen få deres eget liv. De rationelle forklaringer og de mange beviser har ingen betydning for konspirationsevangelisterne. Fornuften er forduftet, og det hele må være en kompliceret sammensværgelse.

Bogens sprog er nemt at gå til, og den er rigt illustreret med fotos og skitser af Månen. Dog er den lille bog desværre alt for hurtigt overstået, men den kan anbefales til alle, som ønsker en god introduktion til Månen.

JRN

Finn Foton og elektromagnetismen

Jan Egesborg, Johannes Töws og Ulrich Busk Hoff, "Finn Foton og elektromagnetismen", 2020, Polytek-nisk Forlag, 40 sider, 179 kr.

I anledningen af 200-året for Ørstedes opdagelse af elektromagnetismen er der udkommet endnu en børnebog om fysikeren Finn Foton. Bogen "Finn Foton og elektromagnetismen" ønsker at gøre børn nysgerrige på fysik og i denne historie på sammenhængen mellem elektricitet og magnetisme.

I bogen følger vi byen Gåseby med alle dens farverige væsener, specielt gæssene, der spiller hoved-

rollen i fortællingen. Gæssene deltager nemlig i en årlig flyvekonkurrence med nabobyerne, og Gåsebys gæs vinder altid, da de har den fordel, at deres næb er magnetiske, hvorfor de kan bruges som kompas, så gæssene hurtigt kan finde vej til målet. Men netop på dén sommerdag, hvor flyvekonkurrencen afholdes, er der et voldsomt tordenvejr med så mange lyn, at det slår gæssene helt ud af kurs, og Gåseby taber til alles overraskelse konkurrencen.



Gåsebyboerne beder derfor fysikeren Finn Foton forklare, hvorfor de ellers normalt så hurtige gæs med

magnetiske næb pludselig ikke kunne finde vej, da lynene zigzaggede rundt om dem. Heldigvis har Finn Foton et apparat, der kan vise Gåsebyboerne sammenhængen mellem elektricitet og magnetisme, ligesom Ørsted opdagede det i 1820. Hvordan Gåsebyboerne kan sikre, at netop deres gæs vinder de fremtidige flyvekonkurrencer, skal dog ikke afsløres her.

Bogen er som nævnt anden bog i serien om Finn Foton: Den første bog, "Finn Foton og kvantefysikken", havde til formål at introducere kvantefysik for børn. Begge bøger er rigt illustrerede og byder på underholdende historier om Gåsebys fantasifulde univers, der samtidig vækker børns interesse for fysik og på en let og legende måde gør det muligt for dem at forstå den ellers komplicerede teori bag dagligdags fænomener.

Som fysiker savner jeg dog lidt mere teoretisk indhold, fx i form af flere "forsøg" med gæssenes magnetiske næb. Derudover mener jeg sagtens, at noterne bagerst i bogen om magnetisme og kompas kunne have været en del af forklaringen i historien. "Finn Foton og elektromagnetismen" er en sjov og spændende historie, der kan anbefales til alle nysgerrige børn – og deres forældre! Hvem havde mon troet, at Ørstedes opdagelse en dag kunne bruges til at forklare sammenhængen mellem magnetiske næb og lynnedslag i Gåseby?

CPG

KVANT-nyheder

Christine Pepke Gunnarsson, *Kvant*

Rumtidens dans

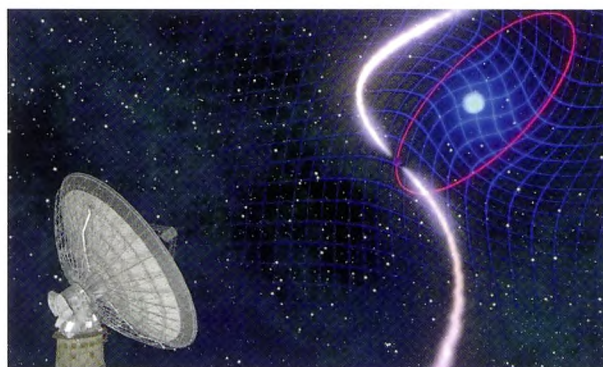
RELATIVITETSTEORI. For første gang er det blevet observeret, at rumtiden hvirvles rundt pga. et roterende stjernesystem. Det er systemet PSR J1141-6545, der består af en neutronstjerne i form af en roterende pulsar i kredsløb omkring en hurtigt roterende hvid dværg, der trækker rumtiden med rundt omkring sig. Effekten af den roterende rumtid er, at det plan, som hele kredsløbet bevæger sig i, vipper i forhold til det plan, systemet ellers ville følge.

Einsteins relativitetsteori forudsiger, at alle roterende objekter trækker rumtiden med i rotationen. Dette blev postuleret i 1918 af matematikerne H. Thirring og J. Lense, efter at de have regnet på relativitetsteorien. For at studere denne effekt (kaldet frame dragging) er man dog nødt til at kigge på roterende objekter med meget høj massefylde, da de laver en stor krumning i rumtiden, samtidigt med at de roterer, og derfor laver en større (og målelig) frame dragging.

Både neutronstjerner og hvide dværge er meget tætte objekter. Den hvide dværg i systemet er på størrelse med Jorden, men har en densitet 300.000 gange højere end Jordens, og neutronstjernen, som har en diameter på 20 km, har en densitet omkring 100 milliarder gange Jordens.

For en million år siden begyndte neutronstjernen at kaste sine ydre lag af sig, og de faldt over på den hvide dværg og fik den til at rotere hurtigere og hurtigere. Forskerne har målt pulsarens hurtige rotation omkring den hvide dværg med stor præcision i næsten 20 år. De observerede, at pulsarens kredsløbsbane blev mindre, fordi den udsender energi i form af tyngdebølger, men de så også, at orienteringen

af kredsløbets plan ændrede sig. Pulsarer er meget stabile i deres udsendelse af radiopulser, så enhver afvigelse fra ankomsttiden af pulsene må være pga. pulsarens bevægelse som følge af andre objekter i nærheden.



Forskerne kunne kun få udregningerne af systemets bane til at passe med den generelle relativitetsteori, hvis de tillod en gradvis ændring i orienteringen af kredsløbets plan. Udregningerne viste, at systemet var underlagt frame dragging, og at kredsløbets orientering blev ændret pga. den hvide dværgs rotation. Den hurtigt roterende hvide dværg krummer rumtiden og trækker rumtiden med sig rundt, når den roterer. Dette gør, at baneplanet i pulsarens kredsløb omkring den hvide dværg ændrer hældning.

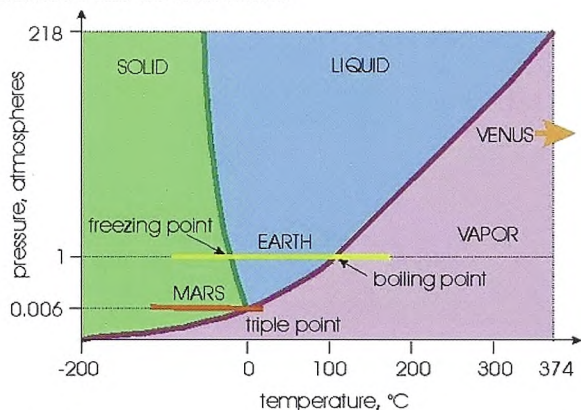
Det første eksperimentelle bevis for frame dragging blev observeret med fire gyroskoper i en satellit i kredsløb omkring Jorden. Effekten heraf var meget lille, og i PSR J1141-6545 trækkes rumtiden 100 millioner gange kraftigere rundt. Kilde: V. V. Krishnan m.fl. (2020) "Lense-Thirring frame dragging induced by a fast-rotating white dwarf in a binary pulsar system", *Science*, bind 367, side 577–580. doi: 10.1126/science.aax7007.

Saltvand på Mars

PLANETFYSIK. Mars er som bekendt den af de syv andre planeter i vores solsystem, der er den mest oplagte kandidat for muligt liv. Det skyldes, at Mars ligger på grænsen til den beboelige zone, hvor flydende vand kan eksistere. Mars' atmosfære og overfladen på Mars indeholder desuden mange af de grundstoffer, der er nødvendige for liv fx brint, ilt, svovl, kvælstof, fosfor og kulstof. Derudover har NASA's Curiosity Rover's målinger vist, at der var mineralrigt og saltholdigt vand på Mars for flere milliarder år siden.



For nyligt har forskere så opdaget, at der om foråret dannes saltvand på Mars. Foråret på Mars markeres med den såkaldte krokusdag, hvor den sidste CO_2 fordamper fra overfladen. Atmosfæretrykket på Mars er lavt, men meget tæt på vands tripelpunkt, som er det punkt, der angiver temperaturen og trykket, ved hvilket H_2O kan eksistere i alle tre faser: is, vand og vanddamp. Tripelpunktet angiver derfor også minimumstrykket, der er nødvendigt for, at H_2O kan eksistere i flydende form, og her ligger atmosfæretrykket på Mars lige under H_2O 's tripelpunkt. Da temperaturen på Mars er meget lav, eksisterer H_2O enten som gas eller is, og det er svært at have det i flydende form. Jorden derimod har en temperatur og et atmosfæretryk, som på et fasediagram ligger midt imellem smeltekurven og frysekurven for H_2O (se figuren), dvs. her er optimale betingelser for vand. Desuden gør Jordens højere tryk og temperatur det muligt for H_2O at eksistere i alle tre faseformer.



På Mars overgår is direkte til gasform (sublimation) pga. det lave atmosfæretryk. Derfor eksisterer H_2O på Mars kun som is på overfladen og som gas i atmosfæren. Forskellen i temperatur på Mars' overflade er stor, og der er både kolde områder med is og varmere områder uden is, men områder, hvor der kan være flydende vand, er næsten umulige at finde.

Hvordan kan der så dannes saltvand på Mars? Mars' overflade er flere steder dækket af store klippesten, og bag stenene er der skygge, når Solen om vinteren kun skinner lidt på overfladen. Området lige bag stenen er derfor meget koldt, og her vil der være H_2O i form af is. Når det bliver forår, varmes isen op, og forskernes beregninger viser, at temperaturændringen går fra -128°C til -10°C i løbet af få timer. Den store temperaturændring får isen til at tø meget hurtigt op. Hvis der er salt på overfladen, hvor isen ligger, sænkes smeltepunktet for H_2O til -10°C , hvilket gør, at

tripelpunktet rykkes, og der kan dannes saltvand. Udviklingen af modellerne og beregningerne for at forstå, om der kan dannes saltvand på Mars om foråret, har været lang tid undervejs, men er nu endelig lykkedes.

Kilde: N. Schörghofer (2020) "Mars: Quantitative Evaluation of Crocus Melting behind Boulders", *The Astrophysical Journal*, bind 890, side 49, doi.org/10.3847/1538-4357/ab612f

På vej mod kvantenetværket

KVANTEFYSIK. En kinesisk forskningsgruppe har demonstreret entanglement af to kvantehukommelser på en afstand af 50 km. Entanglement (sammenfiltring) betegner den situation, hvor to partikler er forbundet med hinanden på en sådan måde, at en måling på den ene partikel, fx af partiklens polarisation, vil bestemme udfaldet af målingen på den anden partikels polarisation, også selvom partiklerne er adskilt langt fra hinanden. Det var denne effekt, som Einstein kaldte "spooky action at a distance". Entanglement er demonstreret mange gange tidligere, men det nye er, at det er lykkedes at entangle to kvantehukommelser over en afstand på 50 km. Kvantehukommelserne består begge af en lille sky af rubidiumatomer, som bruger fotoner (lyspartikler) til at kommunikere med. Fotonerne vekselvirker med atomerne i skyen, som er placeret i en optisk kavitet, og atomskyen udsender kvanteinformation om skyen, som bliver gemt i fotonernes polarisation. Det er altså fotonerne, der bærer kvanteinformationen om atomskyerne, og hver foton er entangled med hver sin sky. De to fotoner bliver sendt gennem fiberkablet til et andet laboratorium, hvor de vekselvirker på en sådan måde, at de to atomskyer bliver entangled. Derefter er de to atomskyer i en entangled kvantetilstand, der afhænger af begge atomskyer. En del fotoner går tabt i fiberkablet, og selvom deres bølglængde blev tilpasset kablets optimale bølglængde for telekommunikation ($1,342 \mu\text{m}$), var forsøgets effektivitet kun 30%. Det er dog stadig den højeste effektivitet, der er målt i sådanne forsøg.



Et kvantenetværk består af kvanteknuder (atomskyerne), som kommunikerer gennem kvantekanaler med fotoner. Kineserne vil gerne udvide deres forsøg til at indeholde flere kvanteknuder separeret over meget større afstande, hvilket er nødvendigt for et globalt kvantenetværk. Da de to atomskyer i kinesernes forsøg befandt sig i samme laboratorium (det var kablet mellem dem, der var 50 km langt), er rekorden for separation af to kvanteknuder stadig 1,3 km, hvilket blev demonstreret i 2015 af en hollandsk gruppe i Delft. Den kinesiske forskningsgruppe har i 2017 demonstreret kvantekryptografi (QKD) mellem Jorden og en satellit i en afstand af 1200 km, og i 2018 mellem tre stationer på Jorden og en satellit, så det bliver spændende at følge deres kommende forskning. Til sammenligning med de 50 km fiberkabel skal det nævnes, at det er lettere at sende fotoner gennem rummet, end gennem et langt kabel pga. det store fotontab i kablet, som øges med kablets længde. Men sammen med det nye resultat af entanglement over en afstand på 50 km, er vi et skridt tættere på et globalt kvantenetværk.

Kilde: Y. Yu m.fl. (2020) "Entanglement of two quantum memories via fibres over dozens of kilometres", *Nature*, bind 78, side 240–245, doi: 10.1038/s41586-020-1976-7.

Ørstedmedalje i bronze

Jens Olaf Pepke Pedersen, Kvant

Selskabet for Naturlærens Udbredelse (SNU) har den 9. december 2019 uddelt H.C. Ørstedmedaljen i bronze for fremragende formidling af naturvidenskab til lektor Michael Lentfer Jensen fra Allsundsgymnasiet i Sønderborg. Med medaljen og æren fulgte et rejselegat på 25.000 kr. samt 50.000 kr. til et projekt på gymnasiet sponseret af energiselskabet Ørsted.



Figur 1. Fra venstre: Dorte Olesen, præsident for SNU, Jesper Skov Gretlund, energiselskabet Ørsted, Jeppe Krage-lund, rektor for Allsundsgymnasiet, Michael Lentfer Jensen, og Anja C. Andersen, SNU. Foto: Jens Olaf Pepke Pedersen.

I sin promovering af Michael Lentfer Jensen sagde Anja C. Andersen fra SNU bl.a., at “Michael Lentfer Jensen er en underviser, som på enestående vis gennem mange år har formået at skabe interesse for naturvidenskab (astronomi og fysik) samt matematik for både svage og talentfulde elever. De talentfulde elever formår han tilmed at føre helt til tops i både nationale og internationale sammenhænge.

Udover at være en yderst kompetent underviser og udvikler af undervisningsforløb, så er Michael også en vellidt kollega, som i meget høj grad deler ud af sin viden og dermed højner kvaliteten af undervisningen i alle sine faggrupper.

Michael er også foredragsholder både på kurser for kolleger fra andre gymnasier, men også i lokalmiljøet, hvor almen astronomi præsenteres for den brede offentlighed gennem foredrag.

Astronomi er et overraskende stort valgfag, som både skyldes Michael, men også den fine stafet han fører videre på smukkeste vis efter Mogens Vinter. Næsten alle skolens elever søgte astronomi som første eller anden prioritet.

Det ligger Michael meget på sinde at gøre fagene til elevernes egne. Gennem faglige oplevelser skabes

nysgerrighed og fascination. Konkret gøres dette ved at tage afsæt i elevernes egne interesser og oplevelser – eleverne gøres til “medskabere” af faget.

Et element i at give eleverne ejerskab og mulighed for at være medskabere af faget er at give dem adgang til gymnasiets observatorium og udstyr døgnet rundt. Elevernes ejerskab og “stolthed” ved faget dyrker Michael også ved at lade eleverne være undervisere i observatoriet for folkeskoleelever.

Michael har lagt rigtig mange kræfter i at få gjort gymnasiets observatorium elevenligt. Førhen krævede det en del erfaring og tålmodighed, inden de første billeder af nattehimmelen var i kassen. Michael har været (og er fortsat) drivkraften bag en modernisering af observatoriet både i forhold til hardware og software.

Michael står også bag udviklingen af et nyt teknologiforløb i naturvidenskabeligt grundforløb i samarbejde med Syddansk Universitet (SDU) med støtte fra Region Syddanmarks Uddannelsespulje. Projektet “Anvendt teknologi på AGS” har som overordnet mål at gøre eleverne til skabere af teknologi – ikke bare brugere.”



Figur 2. Prismodtageren måtte have hjælp til at bære alle priserne. Foto: Jens Olaf Pepke Pedersen.

I sin kommentar til medaljemodtageren sagde Jesper Skov Gretlund, der er leder af Ørsteds Center for Matematisk Modellering, bl.a.

“I en teknologisk funderet virksomhed som Ørsted er det enormt vigtigt at have adgang til dygtige ingeniører og naturvidenskabsfolk. Denne interesse vækkes ofte i de gymnasiale uddannelser, så vi er glade for at kunne støtte med H.C. Ørsted-medaljen i bronze og pengeprisen til gymnasiet. Med sit afsæt i eleverne som medspillere i undervisningen og sit imponerende drive, er Michael den helt rigtige modtager af årets medalje.”