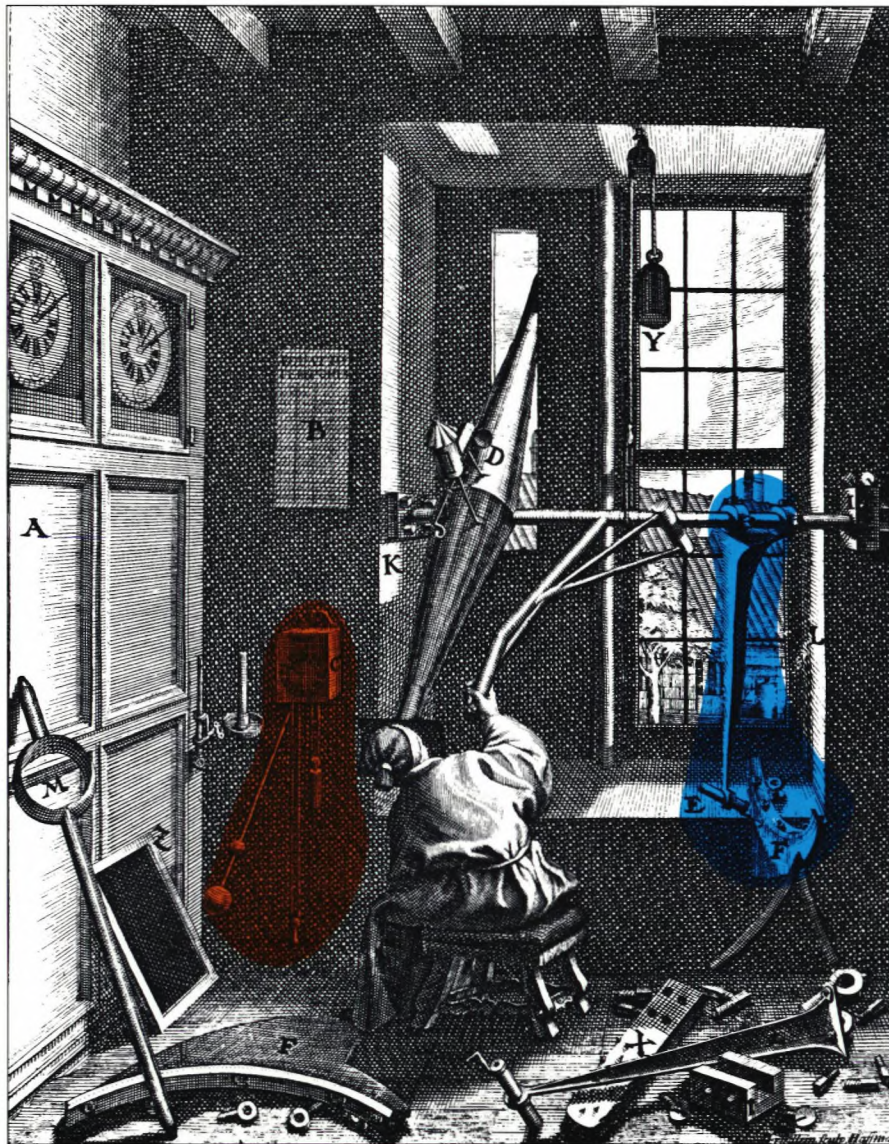


KVANT September 3 1993

Fysisk Tidsskrift

4. årgang



NYT OM TYCHO'S DØD • KAOTISK SPREDNING • OLIEDRÅBER OG KVANTELÅSE • KVARK-GLUON
PLASMA? • FERMAT'S SIDSTE • BLØDE STOFFERS OVERFLADER • NKT's FORSKERPRIS 1993

LØSSALGSPRIS: 35 KR

KVANT

Fysisk Tidsskrift

c/o Ørsted Laboratoriet
Niels Bohr Institutet
Universitetsparken 5
DK-2100 København Ø

Telefax : 35 32 04 60
E-mail : kvant@nbivax.nbi.dk
Giro : 5 84 31 46

Udgives af

Dansk
Fysisk
Selskab



Selskabet for
Naturlærens
Udbredelse



Redaktion

Mads Hammerich (ansv.)
Rungsted Gymnasium
Jørgen Friis Bak
Naturvidenskabeligt fakultet, ÅU
Jørn Christiansen
Torsten Freltoft (annoncer)
NKT Research Centre
Mogens Esrom Larsen
Matematisk Institut, KU
Finn Berg Rasmussen
Ørsted Laboratoriet, KU
Ove Østergaard
Silkeborg Amtsgymnasium

KVANT udkommer 4 gange årligt og er medlemsblad for de udgivende selskaber.
Abonnementspris: 135 kr/år (i Danmark).

Annoncepriser

1/1 side	3000 kr
1/2 side	1600 kr
1/4 side	1000 kr
Farvetillæg	1800 kr

Priserne er excl. moms og gælder for reproklart materiale. Henvendelser om annoncer til Torsten Freltoft, NKT Research Centre, telefon 43 48 35 69, telefax 43 63 00 99.

Oplag: 2000

Tryk: P.J.Schmidt, Vojens

ISSN 0905-8893

Indhold:

Kaotisk spredning

Klaus Lindemann, Henrik Qvist Lorensen og Jesper Nygård 1
Forfatterne diskuterer et simpelt eksperiment der både kan belyse spredning af partikler i simple systemer. Og belyse underlaget i smukke mønstre

Tycho død af kviksølvforgiftning!

Claus Thykier 6
Nyt om gammel. KVANT offentliggør her en ny undersøgelse der kaster lys over Tycho Brahes skæbne.

Fra oliedråber til kvantelåse

Thorsten Holst 7
Fremskridt indenfor halvlederfysikken har muliggjort en række eksperimenter, hvor enkeltelektroner kontrolleres og måles i faste stoffer!

Jagten på en ny stoffase

Rasmus Møller 11
Findes der en mulighed for at røre så meget i suppen af kvarker og gluoner ved højenergistød mellem tunge kerner, at der danner sig et kvark-gluon-plasma. Forfatteren mener: Ja!

Tidlig dansk termometri

Erling Poulsen 17
Ole Rømer beskæftigede sig bl.a. med termometri. Poulsen diskuterer hans eksperimenter og publicerer en ny fortolkning af Rømers temperaturskala, der rykker den adskillige grader.

Fermats sidste sætning

Mogens Esrom Larsen 22
Det måtte komme! En af alle tiders største matematiske antagelser er blevet bevist. Beviset efterlader dog stadig en åben arbejdsmark for de, der også vil gøre det simpelt og smukt.

Computersimulering af fluktuerende flader i bløde materialer

John Hjort Ipsen og Claus Jeppesen 26
"De bløde, våde, slimede eller blævrede substanser har været lidt upåagtede blandt fysikere, skønt disse materialer nok er de mest nærværende i vores daglige liv."

NKT's Forskerpris i Fysik 1993

. 29
Prisen gik i år til Predrag Cvitanović

Forsiden:

Rømers Husobservatorium, med uret og gradbuen, hvis temperaturfølsomhed, sammen med økonomiske trængsler, motiverede Rømer til at beskæftige sig med termometri.

Til Forfatterne:

KVANT modtager meget gerne artikler, forslag til emner, debatindlæg og kritik. Indlæg modtages helst i en eller anden elektronisk læsbar form. Helst på en 3.5" DOS-formatteret diskette og da helst enten som ren ASCII-fil eller i LATEX-kode. Forfattere der skriver i LATEX kan få skelettet til en artikel ved henvendelse til redaktøren. Figurer modtages i reproklar stand, enten med god kontrast på hvidt papir, eller som dias (farvebilleder).

Kaotisk spredning

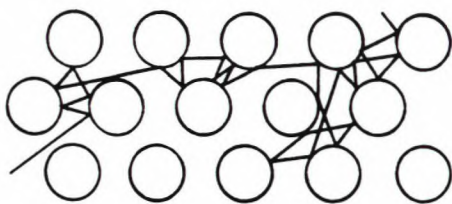
Klaus Lindemann, Henrik Qvist Lorensen og Jesper Nygård,
Niels Bohr Institutet

Introduktion

I en beholder med gas farer et helt uoverskueligt antal molekyler rundt mellem hinanden, kolliderer og ændrer fart og retning fra det ene øjeblik til det andet — en forfærdelig uorden på det mikroskopiske plan. Alligevel kan vi sagtens beregne gassens tryk, temperatur o.lign. I termodynamikken benytter vi nemlig statistiske antagelser og metoder til at beregne visse makroskopiske gennemsnit, i stedet for at følge hver enkelt partikel i gassen. Selv med de kraftigste computere kan vi ikke beregne alle 10^{23} molekylers mikroskopiske bevægelse. Det kolossale antal variable gør systemet alt for kompliceret.

Et stort antal frihedsgrader er imidlertid ikke en nødvendig forudsætning for, at et system kan opføre sig på en indviklet og uberegnelig måde. Selv meget enkle dynamiske systemer kan udvise forskellige former for irregulær, ikke-periodisk opførsel. Fælles for disse såkaldte *kaotiske* systemer er en ekstrem følsomhed overfor variationer af begyndelsesbetingelserne. I praksis gør dette deres opførsel uforudsigelig, da fastlæggelsen af begyndelsesbetingelserne altid vil være behæftet med en vis usikkerhed.

For at undersøge de mikroskopiske mekanismer ved diffusion i en gas nærmere, må vi først reducere systemet til kun at have ganske få frihedsgrader. Vi kan f.eks. betragte en lille, let partikel, der diffunderer blandt store, tunge kugler. I dette tilfælde kan den såkaldte *Lorentz-gas* benyttes som en to-dimensionel model. Her lader man en punktførmig partikel kolliderer med skiver, der er placeret fast i planen. Partiklens bane viser sig oftest at være særdeles irregulær (fig.1).



Figur 1. Eksempel på en kompliceret partikelbane i en Lorentz-gas

En simplificering af Lorentz-gassen er det såkaldte *3-skive system*: En partikel reflekteres elastisk mellem tre skiver placeret i en ligesidet trekant. Der er tale om simpel geometri. Partiklens bane bestemmes alene ved spejlingsloven. Tilsyneladende er det et ganske ukompliceret system. Alligevel har det de seneste år været genstand for intensive teoretiske studier. Nye teorier indenfor studiet af kaotiske fænomener er blevet afprøvet på dette enkle system, som har vist sig at være langt mindre trivielt, end

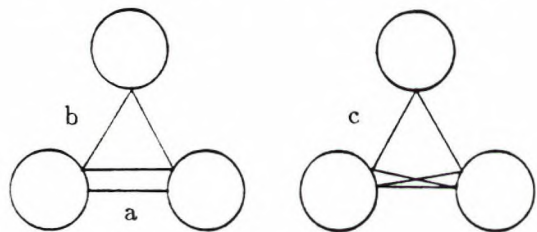
man umiddelbart kan forestille sig.

Vi giver i denne artikel en kvalitativ introduktion til 3-skive systemet og beskriver et simpelt eksperiment, der demonstrerer dets kaotiske dynamik.

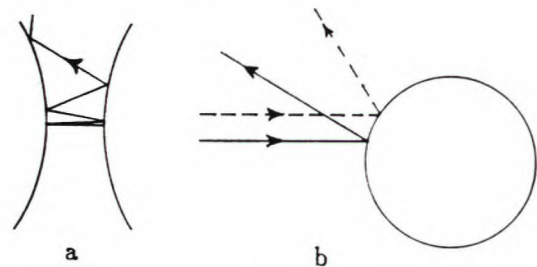
Det ustabile skelet

Lad os undersøge, hvorledes en partikel kan opføre sig i systemet. Man ser umiddelbart, at den kan bevæge sig i forskellige periodiske baner, de såkaldte *cykler*. I det simpleste tilfælde bevæger partiklen sig på forbindelseslinien mellem to skivers centre (fig.2.a). En anden simpel partikelbane er den indskrevne trekant mellem skiverne (fig.2.b). Der eksisterer dog mere komplicerede periodiske baner. På fig.2.c ses et eksempel, hvor banen gentages efter fem refleksioner. Faktisk kan man konstruere vilkårligt lange cykler.

Som en følgende artikel vil give indtryk af, er netop de periodiske baner fundamentale for studiet af systemet — de udgør så at sige systemets dynamiske skelet.



Figur 2. Eksempler på periodiske baner.



Figur 3. a) Den simple periodiske banes ustabilitet. b) Spredning ved refleksion.

Fælles for alle de periodiske baner er imidlertid, at de er ustabile. Giver man partiklen et lille skub, vil den hurtigt bevæge sig længere og længere væk fra banen. Eksempelvis vil partiklen fra fig.2.a ved en lille forstyrrelse zig-zag'e sig ud som vist på fig. 3.a. Banen er ustabil overfor uendeligt små forstyrrelser — som en knappenål, der balancerer på sin spids.

Det er skivernes konvekse rande, der kendetegner systemet. Disse bevirker, at der ved refleksion skabes en vis

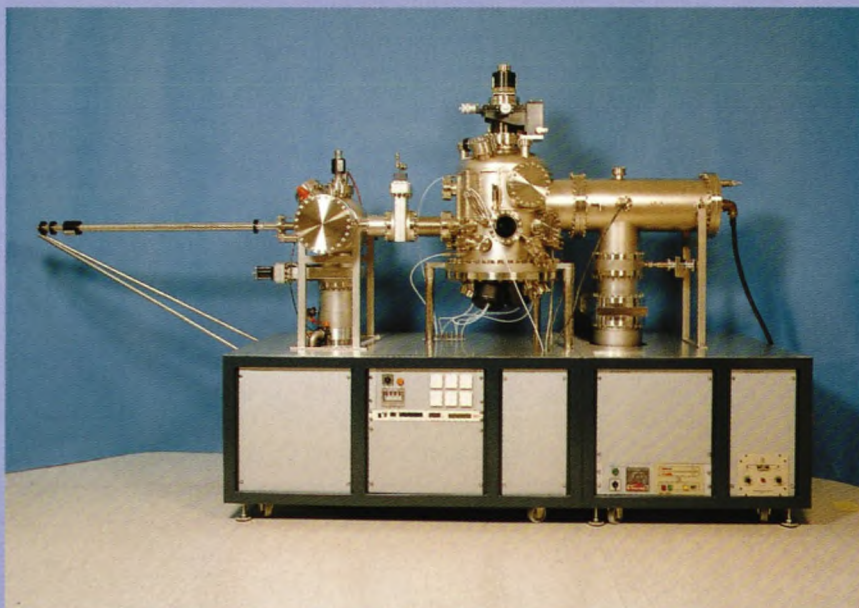
MTD-450 UHV

Deponeringssystem fra DCA Instruments

MTD-450 UHV deponerings-system til dyrkning af et bredt sortiment af materialer og tyndfilm strukturer i et MBE dyrkningsmiljø af høj kvalitet.



MTD-450 med to magnetronkilder og fire effusions celler.



Ultra høj vacuum teknologi til forskning og industri.

- Magnetron katodeforstøvning
- Termisk fordampning
- E-stråle fordampning
- Ion-båret deponering
- Laser forstøvning

Hver kilde er forsynet med en hurtigt reagerende shutter, som resulterer i en præcis fremstilling af komplekse tyndfilm strukturer.

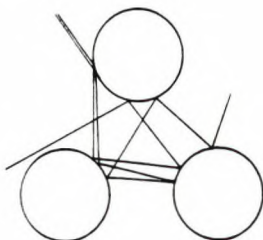


AAGE CHRISTENSEN A/S
Skelmosevej 10
Box 399, 2500 Valby
Tlf.: 36 44 24 44
Fax: 36 44 20 24

Forhandler af:

Kryostatere, alle typer af lavtemperatur måle- & kontroludstyr, elektromagneter, Gaussmetre, kryopumper, turbopumper, ionpumper, diffusionspumper, gateventiler, forpumper, effusionsceller, manipulatorer UHV & HV-fittings, elektriske gennemføringer læksgere.

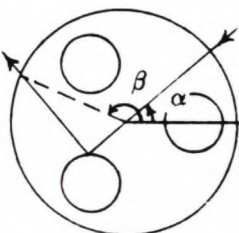
vinkelforskel mellem to tidligere parallelle partikelbaner (fig. 3.b). Afvigelsen vil vokse for hver refleksion, og partiklernes baner bliver hurtigt helt forskellige (fig. 4). Der vil altså være stor følsomhed overfor begyndelsesbetingelserne — kendetegnet for kaos.



Figur 4. Følsomhed overfor begyndelsesbetingelserne.

Et kaotisk spredningsforsøg

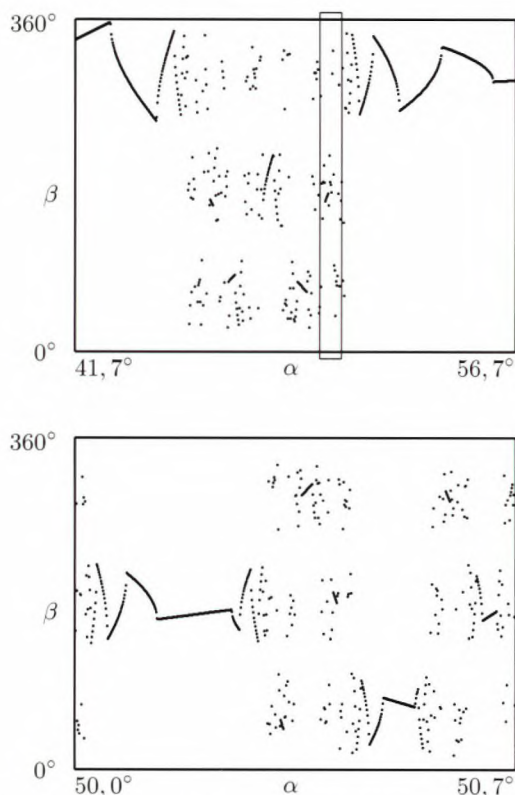
Skyder man partikler ind i systemet, vil det være svært at forudsige, hvor de forlader det. Dette kan man indse ved at foretage spredningsforsøg, dvs. sende partikler ind mod systemet fra forskellige retninger og undersøge i hvilke retninger de kommer ud. Retningerne kan beskrives ved ind- og udgangsvinkel defineret på fig. 5, idet vi kun sigter mod systemets centrum. Bemærk at partikler, der skydes ind i systemet udefra, ikke kan nå ind i periodiske baner, da disse er lukkede.



Figur 5. Definition af ind- og udgangsvinkel.

Vi kan simulere sådanne eksperimenter på en computer. På fig. 6 øverst ses resultatet af et sådant computer-eksperiment. Udgangsvinklen er afbildet som funktion af indgangsvinklen. Plottet viser altså, hvordan en partikelstråle bliver afbøjet ved forskellige indgangsvinkler. Den første del af kurven er kontinuert, hvilket viser at systemet opfører sig "pænt" ved disse vinkler — en lille ændring af indgangsvinklen medfører en lille ændring af udgangsvinklen. Mellem de kontinuerte stykker findes områder, der klart afspejler systemets kaotiske natur. Her består plottet tilsyneladende af punkter, der er spredt helt ustruktureret. Dette angiver, at en lille ændring af indgangsvinklen bevirker, at partiklen kommer ud et helt andet sted (fig. 4). Vi ser således tydeligt den ekstreme følsomhed overfor begyndelsesbetingelserne. Ved nærmere eftersyn opdager man imidlertid, at alle punkterne i de kaotiske områder udgøres af kontinuerte kurver, som igen er adskilt af "støv" osv., ad infinitum. De kontinuerte dele er ligedannede med de ovenfor nævnte kurvestykker. En

sådan kurve kaldes en *selvsimilær fraktal*. Dette forhold er illustreret på fig. 6 nederst, hvor et udsnit af det foregående plot er forstørret.



Figur 6. Udgangsvinkel som funktion af indgangsvinkel. Den nederste figur er en forstørrelse af det indrammede område.



Figur 7. En laserstråle sendes ind fra venstre. Fotografisk optagelse af det spredte lys.

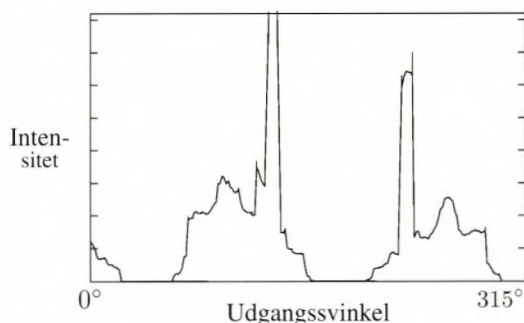
Laser pinball

Ovenstående spredningsforsøg har vi udført i praksis ved at skyde en laserstråle ind mellem tre reflekterende cylindre, som beskrevet nærmere i boksen på næste side. Idet vi erstatter partiklen med en laserstråle, må vi tage højde for, at den ikke, i modsætning til partikelbanerne i computereksperimentet, er én-dimensional, men har en vis bredde. Vi har altså ikke at gøre med én veldefineret ind-

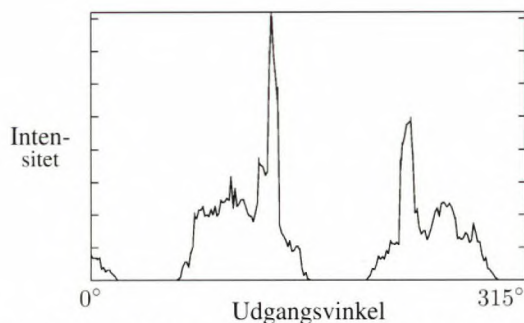
gangsposition, men snarere et positionsinterval. Dette kan vi betragte som et interval af indgangsvinkler, og derfor må vi, ud fra fig. 6, forvente, at strålen vil blive splittet op i mange dele. Denne effekt ses på billedet på fig. 7, hvor det er tydeligt, at strålen er blevet spredt ud over systemet. For en given indgangsvinkel kan vi altså ikke eksperimentelt fastlægge udgangsvinklen, men må i stedet måle lysintensiteterne rundt langs systemets periferi. Resultatet af en måling ses på fig. 8. Kurver som denne er det eneste resultat, som målinger på vores opstilling kan give.

Idet vi husker at systemet ikke indeholder stabile baner, kunne man frygte, at de målte kurver ville være strukturløse og tilfældige. Eksperimentet viser imidlertid at der forekommer reproducerbare, tydelige strukturer. Hvordan kan der opstå strukturer i et så ustabil system?

Vi kan ikke umiddelbart besvare dette spørgsmål ud fra eksperimentet. I stedet kan vi foretage et tilsvarende computerekperiment. Lysstrålen repræsenteres ved et stort antal partikler, der skydes ind ad parallelle baner i en bredde svarende til laserstrålen. Som det ses af fig. 9, opstår her nøjagtigt de samme strukturer. For den givne indgangsvinkel er de målte kurver altså karakteristiske for systemet.



Figur 8. En måling af lysintensitet.



Figur 9. Simulation svarende til målingen vist på fig. 8.

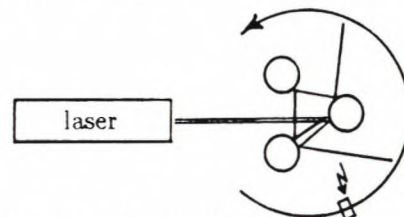
Bidragene til intensiteten kommer fra forskellige dele af strålen. Nogle vil forlade systemet efter få refleksioner, mens andre vil nå at blive reflekteret mange gange. En nærmere analyse viser at kurvens strukturer hovedsagligt er opbygget af stråler, der kun er blevet reflekteret få gange, inden de slipper ud. De ældre generationer, som er blevet påvirket meget af systemets ustabiliteter, har forsvindende betydning fordi de dels er blevet meget svage, dels fordi ustabiliteterne har jævnet intensiteten ud

i vinkelrummet.

Vi kan ud fra simulationen optælle, hvor mange partikler, der vil være tilbage efter hver refleksion. Dette viser sig at være eksponentielt aftagende. Placerer man et stort antal partikler i systemet, vil der efter hver refleksion forsvinde en konstant brøkdel. Antallet N af partikler i systemet efter n refleksioner er altså $N(n) = N_0 e^{-\gamma n}$, hvor γ kaldes systemets *escape rate*.

Eksperimenter: 3-skive systemet kan let demonstreres i praksis ved at skyde en laserstråle ind blandt tre reflekterende cylindre, f.eks. paprør omviklet med sølvpapir. Det interessante sker, når strålen sendes ind, så den bliver reflekteret mange gange. Man kan dog kun følge den få refleksioner, før den spredes i hele systemet. Derfor dannes der flotte mønstre på underlaget, når strålen vinkles lidt ned. Drejes laseren en smule, ses det at mønstrene ændres markant. En lille ændring på indgangsparametren giver en helt anden strålefordeling i systemet, pga. følsomheden overfor begyndelsesbetingelserne. Vi har her en tydelig kvalitativ demonstration af den kaotiske dynamik.

Ønsker man at foretage en kvantitativ undersøgelse, kræver det en mere nøjagtig opstilling. Vi har anvendt aluminiserede glascylindre af optisk kvalitet. Intensiteten af det udsendte lys måles langs systemets periferi. Signalerne registreres af en computer, der vha. en stepmotor styrer den arm, hvorpå detektoren sidder.



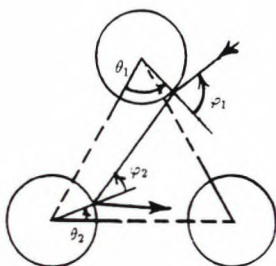
Skitse af den anvendte opstilling.

Den frastødende Cantor-mængde.

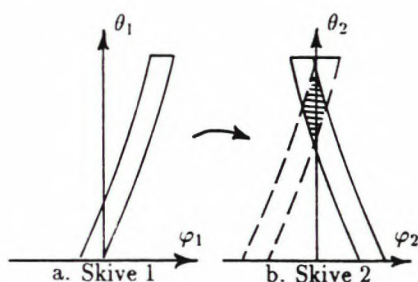
Systemets skelet af periodiske baner har en særlig struktur, som vi her vil karakterisere nærmere. For at fastlægge en partikels tilstand ved refleksion på en skive kræves to variable: position, angivet ved en vinkel θ , og indfaldsvinkel φ (fig. 10). Vi definerer nu det såkaldte *faserum*, som har én dimension for hver af systemets frihedsgrader. Punkter i dette rum fastlægger tilstande af det betragtede system. I vores tilfælde er faserummet et to-dimensionalt vinkelrum, hvor $(\theta, \varphi) \in [0; 2\pi] \times [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$. Vi kan her tillægge hver af skiverne et sådant vinkelrum.

Lader vi en partikel blive reflekteret på en skive, kan den enten forsvinde ud af systemet eller blive sendt over på en af de to andre skiver. Vi betragter nu udelukkende partikler med koordinater (θ_1, φ_1) , der bliver reflekteret fra skive 1 til skive 2. Partiklerne vil på skive 2 kunne tilskrives et nyt sæt koordinater (θ_2, φ_2) (fig. 10). En refleksion svarer altså til en koordinat-afbildning fra et vinkelrum til et andet. I vinkelrummet for skive 1 vil det område, der er skitseret på fig. 11.a, repræsentere partik-

ler, som bliver reflekteret over på skive 2. På fig. 11.b ses billedet af dette område ved koordinat-afbildningen. Formen indses som følger: I vinkelrummet for skive 2 er indtegnet to områder. I det stiplede reflekteres partiklerne *over på* skive 1, mens det fuldt optrukne angiver partikler, der *kommer fra* skive 1. For de enkelte partikler er den eneste forskel, at deres retningsvektor vendes, svarende til et fortegnsskift for φ . De to områder er derfor hinandens spejlbilleder. Den skraverede fællesmængde repræsenterer partikler, der kommer fra skive 1, reflekteres på skive 2, for derefter at ramme skive 1 igen.



Figur 10. Definition af variable ved refleksion.

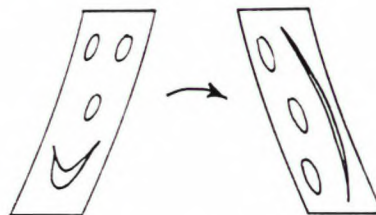


Figur 11. Afbildning fra vinkelrum til vinkelrum ved refleksion mellem to skiver.

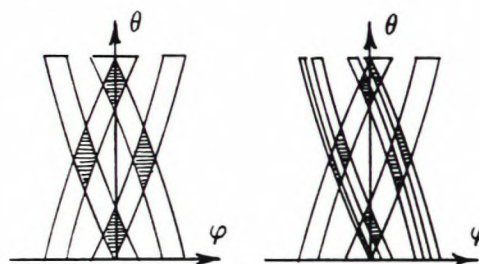
Vi introducerer nu den tredje skive i systemet. Af symmetri Grunde kan vi nøjes med at beskrive, hvad der sker i ét vinkelrum. Afbildningen ovenfor kan benyttes på alle refleksioner mellem to skiver. Hvis vi nu lader alle tænkelige begyndelsesbetingelser være repræsenteret i vinkelrummet, vil der efter én refleksion være to bånd tilbage, et for hver skive. Igen angiver overlappingsområderne partikler, som vil forblive i systemet efter endnu en refleksion. Ved næste refleksion får vi 4 områder, efter endnu en refleksion 8 osv. (fig. 13). Escape raten angiver, at områdernes samlede areal reduceres med en konstant brøkdel for hver refleksion.

Spejler vi de opsplittede striber, som angiver, at partiklerne er n refleksioner gamle, vil overlappingsområderne nu udpege de partikler, der har overlevet mindst n refleksioner og som forbliver i systemet mindst n refleksioner ud i fremtiden. Man finder, at der ialt er 4^n sådanne disjunkte områder. For $n \rightarrow \infty$ konvergerer arealet mod nul, således at vi i grænsen har uendelig mange isolerede punkter. Hver af disse repræsenterer en partikel, som

aldrig undslipper systemet. Sådanne baner kan opdeles i to typer: De periodiske baner, som er lukkede, og de kaotiske baner, som aldrig gentager sig selv, men alligevel forbliver i systemet. De periodiske baner ligger "tæt" blandt alle disse baner, på samme måde som de rationale tal ligger blandt de reelle.

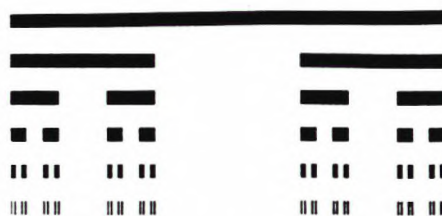


Figur 12. En egenskab ved koordinat-afbildningen er, at punktmængder sammentrykkes i den ene retning, men strækkes i den anden. Her betragtes samme to områder som i fig. 11. Deformationen er illustreret ved at angive placeringen af udvalgte punkter (den indlagte figur) efter afbildningen.



Figur 13. Vinkelrum ved refleksion mellem tre skiver. For hver refleksion fordobles antallet af overlappingsområder.

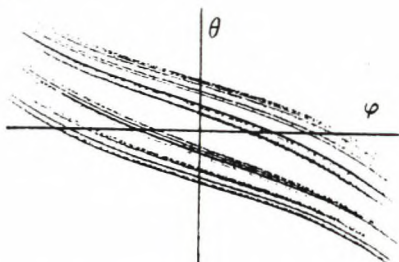
Vi erindrer, at alle baner er ustabile. Dette må betyde, at tilstande i punkternes omegn fjerner sig fra dem ved refleksion. De tilbageblivne punkter er altså frastødende punkter i vinkelrummet. Derfor kaldes den fremkomne punktmængde for en *repeller* (frastøder). Dette adskiller systemet fra de fleste velkendte kaotiske systemer, hvor der i faserummet findes en tiltrækkende punktmængde. I sådanne tilfælde kaldes punktmængden en *attraktor*.



Figur 14. Cantor-mængden, en velkendt fraktal. Ved gentagen proces fjernes den midterste tredjedel af det foregående interval. I grænsen består mængden af uendelig mange punkter, men har samlet længde nul. Den fraktale dimension er $\frac{\log 2}{\log 3} = 0.630 \dots$, altså ikke heltallig.

Den måde repelleren dannes på, svarer til konstruktionen af den såkaldte *Cantor-mængde*, der er en af de simpleste fraktaler (fig. 14). Udfra vores simulationer

kan man let få et indtryk af Cantor-mængdens struktur. På fig.15 er (θ, φ) afsat for de refleksioner, som et stort antal partikler har foretaget i systemet. Nogle partikler forsvinder hurtigt ud af systemet. Andre overlever mange refleksioner og bliver repræsenteret ved mange punkter i vinkelrummet. Derfor vil der i plottet afsættes relativt mange punkter i områder, som sikrer mange refleksioner. Da en partikel bliver længe i systemet, hvis den bevæger sig tæt på en periodisk bane, fremkommer den Cantor-agtige struktur.



Figur 15. Den Cantor-agtige mængde frembragt ved simulation. Ved et lodret snit i figuren fås en mængde svarende til fig. 14.

I en kommende artikel udnyttes netop det forhold, at enhver bane kan tilnærmes ved de dele af periodiske baner, den er tættest på. Ved en mere formel beskrivelse af systemet kan man entydigt fastlægge alle periodiske

baner. På denne måde udvikles en ny metode til teoretisk klarlæggelse af systemets dynamik.

Efterskrift

Vores studie af systemet er foretaget som førsteårsprojekt på Niels Bohr Institutet i samarbejde med Nanna Meyland Nicolaisen og med Clive Ellegaard som vejleder. Vi takker disse samt NBI's kaosgruppe for hjælp og inspiration.

Supplerende læsning

C. Bercovich, U. Smilansky & G. P. Farmelo, *Demonstration of classical chaotic scattering*, Eur. J. Phys. **12**, 122 (1991)



Klaus Lindemann, Henrik Qvist Lorensen og Jesper Nygård er førstedels fysik- og matematikstuderende på Københavns Universitet. I forbindelse med deres studier udfører de eksperimentelt arbejde i Center for Chaos and Turbulence Studies ved Niels Bohr Institutet.

Tycho død af kviksølvforgiftning!

KVANT, der følger dansk fysik i fortid og nutid, er stolt over at kunne bringe nyt om Tycho Brahe's skæbne. Fra Claus Thykier, Ole Rømer Museet, har vi modtaget:

Den traditionelle historie om Tycho Brahes død den 24 oktober 1601 fortæller, at han ved en fornem middag var for genert til at gå på toilettet, da han skulle tisse. Det havde katastrofale følger, blæren sprak og han døde efter et smertefuldt sygeleje. Beretningen er malerisk, men passer ikke med samtidige beretninger fra Kepler og andre, der overværede dødslejet. Det er sandt at Tycho blev syg ved en middag den 13 oktober, men beretningerne tyder mere på, at dødsårsagen er pludselig uræmi, urinforgiftning, fremkaldt af en plantegift eller et tungmetal.

I 1901 blev Tychos grav i Prag åbnet; man ønskede at se, om det virkelig var ham, der var begravet i den. I den forbindelse blev hans ligklæder og skæg fjernet fra graven for at blive udstillet. Tjekkoslovakiet forærede i 1991, Tycho Brahe Planetariet lidt af skægget. Gennem

Ole Rømer Museet blev der skabt forbindelse til Bent Kæmpe, retskemisk institut, som indvilligede i at analysere skæghårene for tungmetaller. Det er især arsén (hyppigt brugt til giftmord) og kviksølv (som indgik i flere af Tychos hjemmelavede mediciner), der kunne undersøges for. Disse metaller efterlader varige spor i skæg, hår og negle. Undersøgelsen gav som resultat, at arsenindholdet ikke var særlig højt. Mordteorien står svagt. Derimod viste skægget et stort indhold af kviksølv ($6,25 \mu\text{g/g}$ skæg). Bent Kæmpes konklusion er derfor, at Tycho Brahes uræmi sandsynligvis stammede fra en kviksølvforgiftning. Den har han måske pådraget sig ved forsøg med en eliksir kort før den famøse middag.

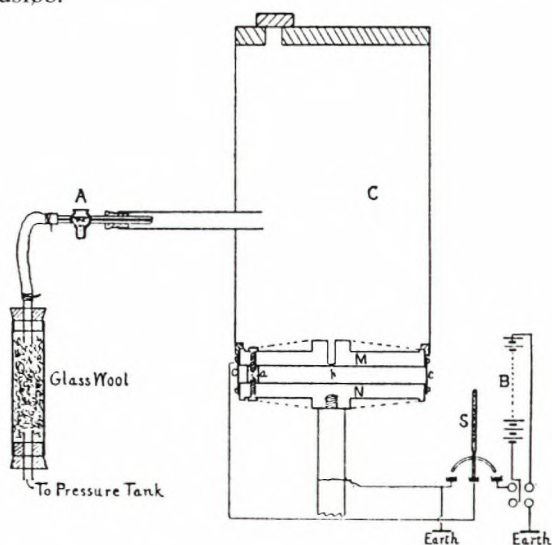
Dette kan til gengæld først bestyrkes efter yderligere undersøgelser hvor skægget undersøges en halv centimeter ad gangen. Hypotesen er at det meste af kviksølvet skal findes i den inderste halve centimeter af skægget.

Fra oliedråber til kvantelåse

Thorsten Holst, NKT Research Center.

Tanken om at elektricitet skulle være kvantiseret opstod i 1800-tallet, og i 1892 kunne hollænderen H.A. Lorentz fremlægge sin elektronteori. Undersøgelser fra den tid viste, at katodestråler var det samme som Lorentz's elektroner. I årene 1909-1910 udførte den amerikanske fysiker R.A. Millikan fra universitet i Chicago en række berømte eksperimenter med elektrisk ladning på oliedråber¹. Han iagttog, at den totale ladning på en oliedråbe altid var et helt antal af en mindste ladningsenhed, elektronens ladning e , og målte denne fundamentale størrelse til $-1,630 \times 10^{-19}$ C, hvilket er tæt på den i dag accepterede værdi på $e = -1,6022 \times 10^{-19}$ C.

Siden Millikans tid er det blevet muligt i vakuum vel at mærke både at detektere og kontrollere elektroner enkeltvis. Derimod er manipulationen med de enkelte elektroner i faste stoffer bestemt ikke så ligetil, fordi afstanden mellem elektronerne er sammenlignelig med udstrækningen af deres bølgefunktion. I dag, hundrede år efter at Lorentz opstillede sin teori om elektroner, har en række eksperimenter med ultrasmå metalliske tunnel-dioder vist, at effekten af én elektron lader sig detektere i et elektrisk kredsløb, hvilket igen danner grundlaget for at transportere elektroner enkeltvis gennem elektriske kredsløb.



Figur 1. Millikans tegning af forsøgsopstillingen til måling af elektronens ladning.

Millikans oliedråber

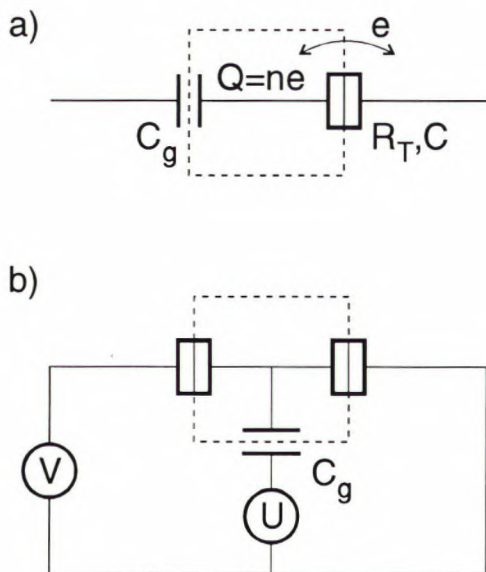
Princippet bag Millikans måleopstilling, der er vist på figur 1, er simpelt. Ved at sprøjte olie gennem en dyse A opstår en sky af små oliepartikler. Under denne proces gnider oliedråberne mod hinanden, hvorved en del af

elektronerne omfordeler sig, så de enkelte dråber ikke længere er ladningsneutrale. Efter et stykke tid er en eller flere oliedråber faldet ned i selve målekammeret, som består af to kondensatorplader M og N. Ved at påtrykke pladerne en spænding fra batteriet B på mellem 3 og 8 kV/cm kan en oliedråbe trækkes opad mod tyngdekraften af det elektriske felt. Lige før dråben når toppladen afbrydes spændingen på kontakten S, og oliedråben falder langsomt ned igen. Lyset fra en kulbuelampe får oliedråberne til at lyse op som små stjerner på en mørk baggrund, og med et mikroskop kan de individuelle oliedråber nu tydeligt følges. Med et stopur noteres nu stigtiden og faldtiden over en veldefineret afstand på omkring 1 cm. Faldtiden siger noget om massen af oliedråben og gnidningen mellem luftmolekylerne og dråben. Derimod afhænger stigtiden også af den elektriske ladning på oliedråben. Millikan målte, at stigtiderne kun kunne antage værdier, som nøje svarede til, at ladningen Q på dråben var ne . Antallet n af overskydende eller manglende elektroner på oliedråben kunne variere fra godt et hundrede helt ned til én enkelt elektron.

Millikans succes beroede på, at han var i stand til at holde den samme oliedråbe under observation i timevis. Andre fysikere havde i samme periode lavet lignende forsøg men uden Millikans grundighed og præcision. Nogle havde målt på den gennemsnitlige bevægelse af en sky af små ladede partikler, mens andre godt nok kunne observere de enkelte partikler men kun i få minutter; så var dråberne enten fordampede eller blevet forstyrret i deres bane af støvpartikler eller luftstrømninger. Belært af disse erfaringer havde Millikan koncentreret sig om dels at fjerne støv og dels at undgå luftstrømninger, som skyldes temperaturforskelle. Eksempelvis blev lyset fra kulbuelampen filtreret gennem to fod vand og kun lejlighedsvis tændt for at følge oliedråbens bevægelse. Et andet vigtigt element i eksperimentet er at holde dråbens masse konstant under forsøget. Derfor skal man bruge en væske med et meget lavt damptryk, så fordampningen er mindst mulig. Selv for de mest ikke-flygtige væsker var det vigtigt at have dråberne i ligevægt med deres mættede damptryk.

Til udregning af elektronens ladning skal man kende et udtryk for gnidningskraften på oliedråben, når den bevæger sig gennem luften. Bruger man Stokes lov, er gnidningskraften proportional med dråbens diameter d . Oliedråberne i Millikans forsøg havde en diameter, der spændte fra godt en halv mikrometer op til godt ti mikrometer. Da den fri middelvejlængde l for luftmolekyler ved stuetemperatur og atmosfærisk tryk er af størrelsesorden 10^{-7} m og altså sammenlignelig med de mindste dråber, var det nødvendigt for Millikan at indføre

en korrektion til Stokes lov, som var proportional med l/d . Hvis oliedråberne bliver alt for små, vil sammenstød med luftmolekylerne give dråberne en ujævn bane, som svarer til Brownske bevægelser. Det nærmeste Millikan kom på en egentlig kontrol med antallet af elementarladninger på dråberne, var ved at ionisere en del af luftmolekylerne med stråling fra en radioaktiv radiumkilde. Hvis f.eks. oliedråben skulle tilføres ekstra negativ ladning, blev dråben ved hjælp af det elektriske felt holdt tæt på den positivt opladede kondensatorplade. Derved er sandsynligheden størst for, at dråben indfanger en negativ ion.



Figur 2. a) Metalelektroden mellem kondensatoren til venstre og tunneldioden til højre former en isoleret ø (indrammet med stiplede linje). Den elektriske ladning på øen, $Q = ne$, kan kun ændres ved, at elektroner tunnellerer gennem tunneldioden. Tunneldioden er karakteriseret ved en kapacitans C og en tunnelmodstand R_T . Den totale kapacitans af øen er $C_\Sigma = C + C_g$. **b)** Elektrometer opbygget med to ultrasmå tunneldioder. Selv tilstedeværelsen af ekstra elektrisk ladning på gate-kondensatoren C_g svarende til en brøkdel af en elektronladning, vil resultere i en målelig ændring af strømmen gennem elektrometeret.

Effekten fra én elektron

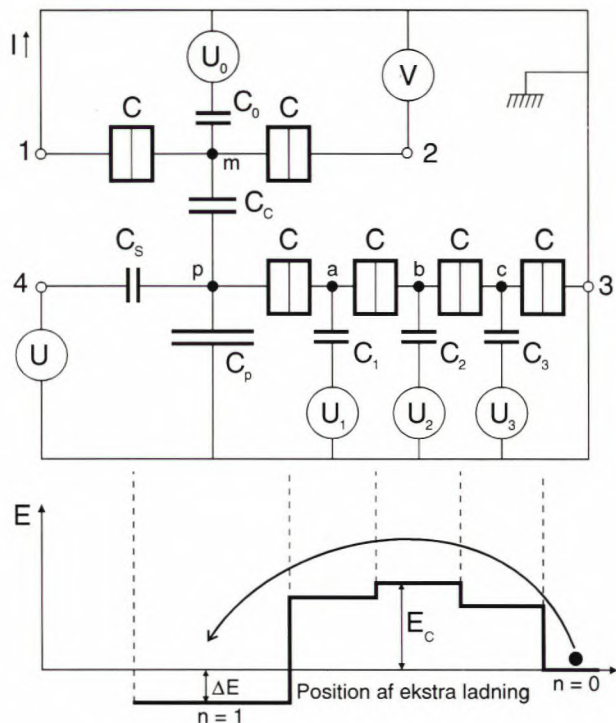
I elektriske kredsløb kan Millikans oliedråber erstattes med små isolerede metaløer. Vi antager, at ladningstransporten til og fra en ø kun kan ske ved kvantemekanisk tunnelling af elektroner gennem en tunneldiode som vist på figur 2a. For at sikre et veldefineret antal elektroner på metaløen, må vi kræve, at tunneldiodens tunnelmodstand R_T er meget større end modstandskvantet $R_K = h/e^2 \approx 25,8 k\Omega$. I modsat fald er tunnelbarrieren for "gennemsligtig", og man må tage hensyn til kvantefluktuationer af den nu kun delvis lokaliserede elektriske ladning på øen. Tunnelmodstanden er ikke en modstand i gængs betydning (der er ingen tunnelling i almindelige ohmske modstande, og strømmen flyder derfor kontinuert) men kan relateres til transmissionssandsynligheden τ gennem det rene tunnelelement (dvs. uden kapacitansen C) og

antallet af uafhængige elektronkanaler p gennem tunnelbarrieren: $R_T \propto (\tau p)^{-1}$. Jo større forholdet er mellem R_T og R_K , jo bedre en "kvantelås" er tunneldioden.

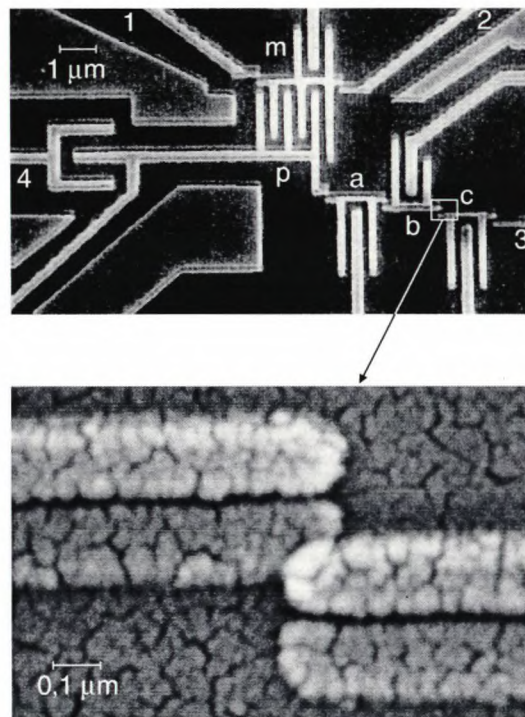
En anden afgørende betingelse for at kunne manipulere elektroner enkeltvis er, at energien nødvendig for at oplade metaløen med én ekstra elektron, $E_c = e^2/2C_\Sigma$, er meget større end energien af de termiske vibrationer $k_B T$. Denne betingelse sikrer, at ændringen af metaløens potential, der stammer fra tilstedeværelsen af én ekstra elektron på metaløen, virker tilbage på sandsynligheden for, at andre elektroner tunnellerer. Med moderne elektronstrålelithografi har man i dag fået mulighed for at lave veldefinerede ultrasmå tunneldioder med en tilstrækkelig lille kapacitans, så $E_c \gg k_B T$. Ultrasmå tunneldioder laves ved, at to elektroder overlapper hinanden med typisk $50 \times 50 \text{ nm}^2$. Den isolerende tunnelbarriere dannes ved at oxidere den underste elektrode, inden den øverste elektrode pådampes (se ref. 2 for flere detaljer). Kapacitansen i så små tunneldioder er nede på omkring $5 \times 10^{-16} \text{ F}$, og selv da er det nødvendigt at køle tunneldioderne ned til temperaturer i millikelvinområdet for at dæmpe de termiske svingninger tilstrækkeligt.

På figur 2b er vist et kredsløb med to tunneldioder, som tillader en strøm at passere gennem metaløen. Ved at påtrykke kondensatoren C_g en kontrolspænding U kan man polarisere metaløen og dermed regulere øens elektrostatiske potential. Hvis U sættes til 0, vil det koste en elektron energien E_c at tunnellere ind på øen. Er spændingen V over de to tunneldioder så lille, at $eV \ll E_c$, har elektronerne ikke tilstrækkelig med energi og vil derfor være forhindret i at passere gennem systemet. Fænomenet kaldes *Coulomb blokade*, da strømmen I gennem tunneldioderne er blokeret, indtil energien eV bliver sammenlignelig med E_c . Ændres kontrolspændingen, så $C_g U \approx e/2$, gør man det energimæssigt muligt for en elektron først at tunnellere ind på øen fra f.eks. den venstre side og derefter forlade øen igen gennem endnu en tunnelproces til den højre side. Ud over at en elektron er transporteret fra venstre til højre, er den elektrostatiske tilstand uændret efter tunnelleringsprocessen, og en ny cyklus kan starte igen. Det forbløffende er, at man kan åbne eller lukke for en strøm i størrelsesorden 10^9 elektroner per sekund ved at polarisere gate-kondensatoren med en halv elektronladning (ladningen på en kondensator kan ændres kontinuert). Kredsløbet bruges derfor som et *elektrometer* med en helt unik følsomhed på $10^{-4} e/\text{Hz}^{1/2}$ ved 1 kHz.

Selvom princippet i elektrometeret involverer den elektrostatiske energi af én elektron, er selve strømmen gennem kredsløbet ikke kontrolleret på niveauet af en enkelt elektron men tilfældig. Kontrol med strømmen på enkelt-elektron niveau kræver mindst to øer med hver sin kontrolspænding. Nu består spillet i periodisk at hæve og sænke potentialet på øerne ved hjælp af kontrolspændingerne i en sådan rækkefølge, at elektronerne enkeltvis transporteres fra den ene ø til den anden. Efter hver cyklus er der overført præcis én elektron gennem kredsløbet, og strømmen gennem en sådan *elektronpumpe* er $I = ef$, hvor f er frekvensen, hvormed kon-



Figur 3. Øverst er vist blokdiagrammet over kvantelås-eksperimentet. Adgang til øen **p** sker udelukkende gennem de fire tunneldioder til højre. Et elektrometer bruges til at måle potentialændringen og dermed ladningsændringen på øen. Nederst er principet bag kohærent tunnelling skitseret. For de viste energiniveauer ($C_s U \approx e/2$) kan fire elektroner samtidig tunnellerer én plads til venstre gennem de fire tunneldioder og effektivt overføre én elektron til øen (vist med pilen). Energien af Coulomb blokaden er E_c og er næsten ens for de tre øer **a**, **b** og **c**.



Figur 4. Øverst er vist et SEM-billede af prøvestykket til kvantelås-eksperimentet med fire serieforbundne tunneldioder og et elektrometer. Bogstaver og tal er henvisninger til figur 3. Nederst er en af de ultrasmå tunneldioder vist i forstørrelse. De to overlappende elektroder er adskilt af en isolerende barriere og former tilsammen tunneldioden. De to overskydende elektroder stammer fra den brugte fremstillingsteknik.

trolspændingerne moduleres. Den interesserede læser henvises til oversigtsartiklen i Nature³ og referencerne deri for en mere komplet beskrivelse af elektriske kredsløb med enkelt-elektron effekter.

Med elektronpumpen kan man lave en ny standard for amperen, hvis den nuværende relative usikkerhed på 10^{-2} kan mindskes til f.eks. 10^{-8} . Det har selvfølgelig metrologernes interesse som beskrevet i et tidligere nummer af KVANT². En anden indfaldsvinkel er at "pumpe" præcis n elektroner over på en kalibreret kondensator C_k og derefter måle spændingen V_c over kondensatoren med et voltmeter, som er kalibreret efter Josephsonstandarden; altså $V_c = ne/C_k = hf/2e$, hvor h er Plancks konstant. En sådan måling kan bruges til en alternativ bestemmelse af finstrukturkonstanten α , hvilket er nyttigt inden for metrologien⁴. Finstrukturkonstanten kan udtrykkes som $\alpha = \mu_0 c e^2 / 2h = \mu_0 c f C_k / 4n$, hvor μ_0 er permeabiliteten af vakuum, og c er lyshastigheden i vakuum.

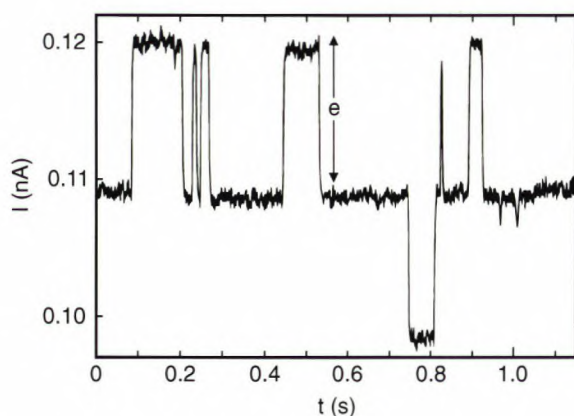
Kvantelås-eksperimentet

Hvor længe er det muligt at holde præcis n elektroner fangne på en metalø, før forskellige processer tillader en elektron at tunnellerer til eller fra øen? Teoretiske analyser forudsiger, at den vigtigste flugtmekanisme ved lave tem-

peraturer ($k_B T \ll eV \ll E_c$) er kvantefluktuationsne i antallet af elektroner på øen; altså den kendsgerning at forholdet R_K/R_T er småt men ikke præcist nul. Heldigvis falder raten Γ , hvormed elektronerne "siver", drastisk, hvis man serieforbinder N tunneldioder: $\Gamma \propto (R_K/R_T)^N$. Alene kan en elektron ikke flygte fra øen, og det er nødvendigt at etablere et samarbejde mellem flere elektroner for at sikre en flugtvej. Processen kaldes *kohærent* tunnelling, da N elektroner samtidig tunnellerer én plads til samme side, hvilket effektivt svarer til, at én elektron undslipper eller indfanges på metaløen.

Den franske gruppe ved *Service de Physique de l'Etat Condensé*, CEA Saclay, har designet et eksperiment⁵, hvor en metalø **p** er forbundet til et ladningsreservoir gennem fire tunneldioder i serie som vist på figur 3. Med et elektrometer måles den elektriske ladningsændring på metaløen med en tilstrækkelig følsomhed til, at man kan skelne de enkelte tunnelleringshændelser fra hinanden. Hver af øerne **a**, **b** og **c** er koblet gennem en kondensator $C_i = 0,08$ fF til en spændingskilde U_i . Spændingskildernes funktion her er kun at udkompensere den uundgåelige baggrundsladning på øerne og derved etablere Coulomb blokaden. Øen **p** er koblet til en spændingskilde U , både gennem kondensatoren $C_s = 0,08$ fF men også gennem

$C_p = 2 \text{ fF} \gg C_s$. Energien nødvendig for at placere en ekstra elektron på øen **p** er derfor væsentlig mindre end energien, som skal til for at addere en elektron til enhver af øerne **a**, **b** og **c**. I et forsøg hvor finstrukturkonstanten ønskes bestemt, er C_p i princippet den kondensator, hvorpå man pumper n elektroner ved periodisk at polarisere de forskellige øer. Øverst i blokdiagrammet på figur 3 er vist elektrometeret med øen **m**, som er kapacitivt koblet til øen **p** gennem $C_c = 0,24 \text{ fF}$. Har man valgt den rigtige polarisationsspænding U_0 for elektrometeret, vil strømmen I være proportional med ladningsændringen på øen **p**. Ved en biasspænding $U = 0$, er den stabile tilstand for systemet en tilstand, hvor der ikke er ladning på nogle af øerne. Øges biasspændingen vil tilstanden med én ekstra elektron på **p** falde i energi, indtil ved $C_s U = e/2$ den har en energi, som er lig med den oprindelige tilstand. Vokser biasspændingen yderligere, har tilstanden med én elektron ekstra på **p** en lavere energi end den oprindelige tilstand og tilstandene med én elektron på **a**, **b** og **c**. Under disse forhold er det nu muligt for en elektron at passere fra højre side af kredsløbet hen på **p** ved hjælp af en kohærent tunnelleringsproces. Forsøget her var med fire serieforbundne tunneldioder, som skulle blokere kvantefluktuationerne på **p** så effektivt, at raten af kohærent tunnelling bliver så lav, at de individuelle tunnelleringshændelser let skulle kunne observeres.



Figur 5. Strømmen gennem elektrometeret som funktion af tiden. De pludselige skift svarer til, at én enkelt elektron tunnellerer gennem kvantelåsen.

Metalmønstret med tunneldioderne befinder sig på en silicium-chip og er vist på figur 4. Tunneldioderne er lavet som en sandwich af $\text{Al-Al}_2\text{O}_3\text{-Al}$ og har $R_T \approx 300 \text{ k}\Omega$. Prøvestykket er monteret i en $^3\text{He-}^4\text{He}$ blandingskøler for at nå en tilstrækkelig lav temperatur - her 16 mK. Alle ledningen til prøvestykket er omhyggeligt skærmet og filteret for at undgå elektromagnetiske forstyrrelser fra omgivelserne. Selv meget små støjbidrag kan udvaske de

fænomener, som man ønsker at observere.

På figur 5 er vist det tidlige forløb af strømmen gennem elektrometeret for en fastholdt biasspænding således, at $C_s U \approx e/2$. De pludselige ændringer i elektrometerstrømmen skyldes, at elektroner enkeltvis hopper over de fire tunneldioder. En detaljeret sammenligning med den af teorien forudsagte tunnelleringsrate⁶ og den målte rate viser en alvorlig uoverensstemmelse. Den målte rate er 10^5 gange højere end forventet, og det selv om man antager, at temperaturen af øerne **a**, **b**, **c** og **p** er 30 mK højere end termometertemperaturen på 16 mK. Denne temperaturforskel er den højeste, som man kan få ved at vurdere de mulige varmebidrag til øerne. Hverken ekstra filtre eller injektion af ekstra støj gennem ledningerne havde nogen virkning på elektronernes levetid på øen. Det tyder på, at der er en uventet støjkilde internt i systemet, som endnu ikke er forstået. På trods af uoverensstemmelse med teorien, har dette eksperiment vist, at metrologiske målinger, der involverer tælling af elektroner, sandsynligvis snart kan udføres med en fejl på omkring én fejl-placeret elektron per sekund.



Thorsten Holst. Født 1963. Civilingeniør (1988) og ph.d. (1991) fra Danmarks Tekniske Højskole. Arbejdede derefter som post-doc med enkelt-elektron effekter i submikrone kredsløb ved CEA Saclay, Frankrig. Nu ansat hos NKT Research Center, hvor han varetager udviklingen af elektronik baseret på superledende keramiske materialer.

Referencer:

- 1) R.A.Millikan, *Phys. Rev.* **32**, 349 (1911).
- 2) J.Mygind, *KVANT* **3**, 7 (1991).
- 3) M.H.Devoret, D.Esteve og C.Urbina, *Nature* **360**, 547 (1992).
- 4) E.R.Williams, R.N.Ghosh og J.M.Martinis, *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.* **97**, 299 (1992).
- 5) P.Lafarge, P.Joyez, H.Pothier, A.Cleland, T.Holst, D.Esteve, C.Urbina og M.H.Devoret, *C.R. Acad. Sci. Paris* **314**, 883 (1992).
- 6) D.V.Averin og A.A.Odintsov, *Phys. Lett. A* **140**, 251 (1989).

Jagten på en ny stoffase

Rasmus Møller, Niels Bohr Institutet¹

QCD og kvark-gluon plasma fasen.

Siden 1986 har det ved Brookhaven og CERN været muligt at studere sammenstød mellem tunge ioner ved ultra-relativistiske energier, dvs. energier som er meget større end partiklernes masser omsat til energi. Herved er der åbnet for eksperimenter i et nyt felt, hvis mål er at studere kernestof ved højt tryk og høj temperatur.

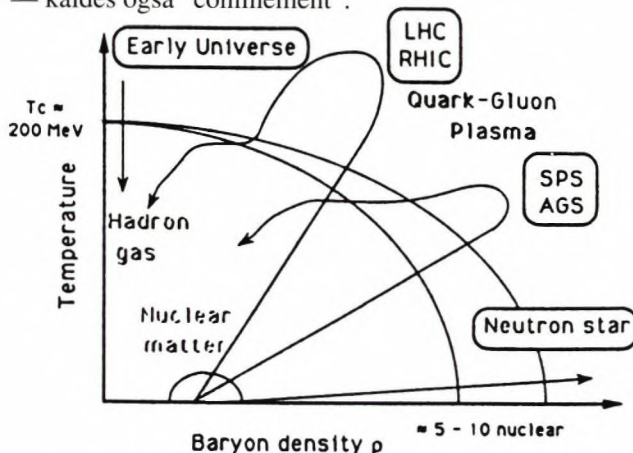
Man håber f.eks. at kunne efterligne forholdene i det tidlige univers, omkring det tidspunkt hvor man forestiller sig, at nukleonerne (protoner og neutroner) blev til. Ideelt set ønsker man derfor at undersøge makroskopiske stofmængder. De tunge atomkerner er den bedste approksimation hertil, som er tilgængelig for eksperimenter. I sammenstødene produceres der mange (op til flere tusinde) partikler. Man håber så, at man kan holde styr på de væsentligste træk ved processerne ved at benytte termodynamikkens sprog, hvor komplekse mangepartikeltilstande beskrives ved hjælp af nogle få makroskopiske variable (temperatur, tæthed, entropi osv.)^{2,3}.

Inspirationen til at starte denne type eksperimenter kom fra teoretiske undersøgelser. De stærke vekselvirkninger beskrives i dag ved en teori som kaldes kvantekromodynamikken (QCD). Kvarkerne, som er nukleonernes byggesten, antages at bære en ny slags ladning, kaldet "farve". Feltkvanterne for kraftfeltet kaldes gluoner, og de bærer i QCD selv farveladning. Dermed bliver kræfternes opførsel væsentligt mere komplicerede end i kvanteelektrodynamikken, hvor feltkvanterne er fotoner, der jo ikke selv bærer elektrisk ladning.

Farvekræfternes styrke beskrives ved en koblingskonstant, α_s , som spiller samme rolle i QCD som finstrukturkonstanten, α , gør i elektrodynamikken. I QCD er α_s en funktion af den energiskala, som vekselvirkningerne foregår ved, og den aftager med voksende energi. Man kan så sige tænke sig, at kvarkernes effektive farveladning bliver mindre, jo tættere på man måler den, idet gluonfeltet kan fordele farveladningen i en sky omkring kvarken. Denne effekt indebærer at kvarkerne ved meget store impulsudvekslinger opfører sig som næsten frie partikler. "Store" betyder i denne forbindelse væsentligt større end ca. 200 MeV/c, som ifølge Heisenbergs usikkerhedsrelation er den impulsudveksling der skal til for at opløse detaljer der er mindre end hadronernes størrelse (ca. 10^{-15} m, eller 1 fm). For sådanne afstande kan QCD's feltligninger løses ved hjælp af en tilnærmelsesmetode, hvor resultaterne udtrykkes ved en rækkeudvikling i α_s .

Ved store afstande mellem farveladningerne bliver α_s imidlertid så stor, at den nævnte tilnærmelsesmetode bryder sammen. Samtidig er ligningerne for komplicerede til

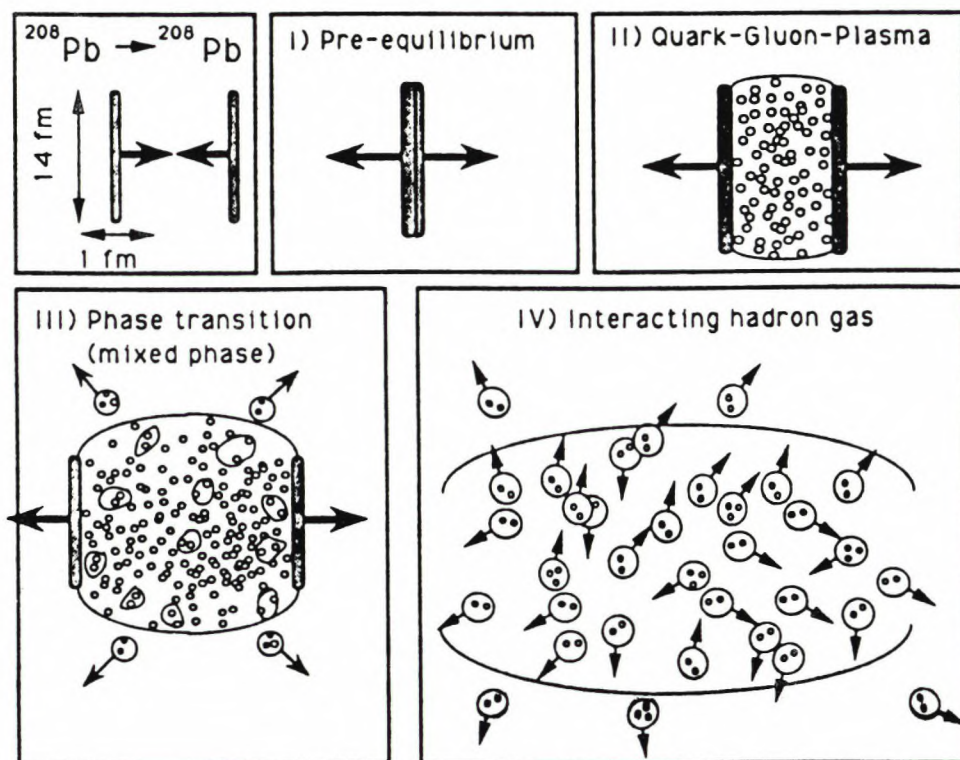
at tillade analytiske løsninger, altså sædvanlige matematiske løsninger, i hvert fald med kendte metoder. Meget tyder imidlertid på, at farvekræfterne ved store afstande bliver omtrent uafhængige af afstanden. Det vil derfor kræve uendelig stor energi at frigøre en kvark fra en nukleon eller fra en anden hadron. Fænomenet — den permanente indespærring af kvarkerne i farveneutrale hadroner — kaldes også "confinement".



Figur 1. Skematisk fremstilling af fasediagrammet for stof bestående af kvarker og gluoner.

Mens man således kan beregne mange ting i QCD når kvarkerne og gluonerne indgår i tætte sammenstød, hvor de udvekslede impulser er store, så er man for processer, der involverer store afstande, i høj grad henvist til fænomenologiske modeller. De fleste sammenstød mellem hadroner ved høj energi er karakteriseret ved, at de udvekslede impulser er små. De er domineret af hadronernes endelige størrelse, og foregår derfor netop i det område af afstande og impulsudvekslinger hvor man ikke er i stand til at løse QCD's bevægelsesligninger. Fysikken i disse "bløde" sammenstød er imidlertid kendt gennem mange års eksperimenter og fænomenologiske undersøgelser. Typisk resulterer et sammenstød ved høj energi mellem to hadroner, f.eks. to protoner, i et antal nye partikler, hvoraf de fleste er π -mesoner. Fordelingen af mesonernes impulskomponenter på tværs af protonernes bevægelsesretning har en middelværdi omkring 3-400 MeV/c og falder stejlt af ved højere værdier. Denne middelværdi ændrer sig kun meget lidt med stødens energi. De oprindelige partikler bevarer til en vis grad deres identitet, og fortsætter i omtrent uændret retning med ca. halvdelen af deres oprindelige energi.

Hvor analytiske metoder ikke findes, træder numeriske metoder til. Det er også lykkedes i nogen grad at løse QCD's feltligninger ved numeriske beregninger, hvor rum og tid diskretiseres til et gitter, og hvor problemet viser



Figur 2. Forløbet af et centralt sammenstød mellem to blykerner ved ultrarelativistisk sammenstødsenergi.

sig at kunne transformeres matematisk til løsningen af en statistisk mekanisk model. Der er brugt meget store computerressourcer på disse beregninger.

Et af resultaterne er, at der i QCD ser ud til at være en faseovergang fra den stoffase, bestående af farveneutrale hadroner, som kvarkerne og gluonerne normalt befinder sig i, til en plasmafase hvori kvarkerne og gluonerne er frit bevægelige. Denne "deconfinement" faseovergang ventes at optræde ved høj temperatur, eller ved høj stoftæthed. Figur 1 viser en skematisk fremstilling af kvark-gluon-systemets fasediagram, ifølge QCD.

Den kritiske temperatur, T_c , svarer til energien 200 MeV ($\approx 2 \cdot 10^{12}$ K), og den kritiske tæthed ρ_c ventes at være 5–10 gange tætheden ρ_0 af sædvanligt kernestof ($\rho_0 = 0.15 \text{ GeV/fm}^3$, svarende til $3 \cdot 10^{17} \text{ kg/m}^3$). Stof i dette område af tryk og temperatur må forventes at bestå overvejende af de tre letteste kvarker (u, d, og s), som indgår i de gammelkendte hadroner (π , K, ρ , p, Λ , ...).

Ved lave tætheder og temperaturer er kvarkerne og gluonerne som sagt bundet i farveneutrale objekter, hadronerne. I plasmafasen, ved høje temperaturer og tætheder, er kvarkerne derimod ikke længere bundet af confinement kræfterne.

Studiet af QCD's fasediagram er ikke kun interessant i sig selv, men ventes at kunne kaste lys over mange fundamentale spørgsmål i partikelfysik, kosmologi og astrofysik. F.eks. antages det, at universet gennemgik faseovergangen fra kvark-gluon plasmafasen til en hadron gas

omkring 10^{-5} s efter the Big Bang. Langtrækkende fluktuationer i tæthed, som de kendes fra faststoffysikken nær faseovergange, kan have influeret væsentligt på universets udvikling. Som eksempler fra astrofysikken på objekter, hvor det er af betydning at kende stoffets tilstandsligning i dette område, kan nævnes supernovae eksplosioner, og neutronstjerners indre, hvor tætheden måske kan blive større end ρ_c .

På figur 1 er vist hvilke veje i fasediagrammet stoffet kan tænkes at følge, i henholdsvis det tidlige univers, i neutronstjerners indre, og i relativistiske tungionskollisioner ved nuværende og planlagte accelerators.

Relativistiske tungionsstød.

Nu er det ikke så let at skaffe sig makroskopiske mængder af kernestof at eksperimentere med. Det nærmeste man kan komme eksperimentelt, er at studere sammenstød mellem tunge atomkerner. Hvis naturen viser sig samarbejdsvillig, skulle det være muligt at skabe tilstrækkeligt høj temperatur og tæthed i et kort øjeblik, til at plasmafasen kan skabes.

Figur 2 viser i tegneserieform, hvorledes man kan forestille sig forløbet af et centralt sammenstød mellem to blykerner ved meget høj energi, set fra massemidt-punktsystemet. I den første fase af reaktionen bevirker sammenstød mellem nukleonerne i de to kerner, der er stærkt fladtrykte pga. Lorentz-kontraktionen, at en del af beamenergien fordeles på andre frihedsgrader.

Efter en kort tid, som lidt arbitrært antages at være af størrelsesordenen 1 fm/c således at, rumlige og tidlige intervaller bliver umiddelbart sammenlignelige, har en kaskade af kvarker og gluoner udviklet sig. Måske vil disse materialisere sig i form af et kvark-gluon plasma i (nær) termodynamisk ligevægt. Systemet ekspanderer hurtigt, især i den longitudinale retning, og køles derfor af. Den kritiske temperatur, T_c , nås efter 3–5 fm/c. Potentielt kan stoffet tilbringe lang tid (> 10 fm/c?) i en blandet fase, især hvis faseovergangen er af første orden. I denne del af forløbet skal de mange kvarker og gluoner i plasmafase bindes i et mindre antal hadroner, og en stor mængde latent varme skal frigives. I den sidste del af forløbet ekspanderer systemet som en gas (eller væske) af hadroner, som stadigt vekselvirker, indtil rumfanget bliver så stort ($V > 10^4 - 10^5$ fm³) at partiklerne frigøres fra hinanden ("freeze-out"), og fortsætter ud i detektorerne.

For at tungionskollisioner skal være et egnet redskab til at studere faseovergangen skal en række betingelser være opfyldt:

- Systemet skal være stort ($\gg 1$ fm), og bestå af et stort antal partikler for at der skal være mening i at bruge termodynamiske begreber, og for at man kan konstatere fraværet af confinement.
- Systemet skal passere igennem (nær) termodynamiske ligevægtstilstande. Det indebærer at dets levetid skal være væsentligt større end den typiske tidsskala for hadroniske vekselvirkninger (≈ 1 fm/c), og at partiklerne kolliderer mange gange indbyrdes (multiple kollisioner er ikke en ulempe her, men tværtimod af afgørende betydning for opnåelse af termodynamisk ligevægt!).
- Den nødvendige energitæthed på 1–3 GeV/fm³ skal kunne nås. Det skønnes, at dette allerede er tilfældet i nogle af de eksperimenter som er udført.
- På grund af systemets hurtige ekspansion vil de eksperimentelle data i almindelighed repræsentere gennemsnitsværdier for hele reaktionsforløbet indtil freeze-out. Det skal alligevel være muligt at separere bidrag fra de forskellige stadier. Et system der udvikler sig gennem ligevægtstilstande har ikke nogen erindring om sin tidligere tilstand (pr. definition!). Man må derfor regne med, at hadronstoffet, efter ekspansionen og afkølingen ikke længere rummer megen information om plasmafase. For at tungionskollisionerne overhovedet skal kunne bruges til at studere den, skal det derfor være muligt at identificere variable, som afkobler på forskellige tidspunkter af forløbet, på samme måde som f.eks. fotonerne afkoblede fra stoffet under universets tidlige udvikling, da stoffet overgik fra ioniseret form til neutrale atomer.

Signaturer på plasmadannelse.

Hvordan kan man nu se, om der virkelig er dannet et kvark-gluon plasma? Som signaturer er der bla. foreslået:

Forøget særhedsproduktion. Da s-kvarkens masse i plasmafase er sammenlignelig med T_c , og da yderligere u- og d-kvarker forekommer som bestanddele af de kolliderende kerner, og dermed i forvejen har et højt kemisk potential, vil man vente en øget hyppighed af s og $\bar{s}$ kvarker. Dette antages at føre til en øget produktion af særlige partikler (K-mesoner, Λ , ...), som kunne være et signal om, at kernestoffet har været i plasmafase. Signalet er imidlertid ikke uproblematisk, idet udviklingen gennem hadron-gas fasen kan udviske det, og idet K-meson produktionen også kan øges blot ved multiple stød i de kolliderende kerner.

Termiske fotoner. Fotoner vil lettere end hadroner kunne undslippe fra kernestoffet i kollisionområdet. En analyse af fotonspektret er derfor i princippet den bedste måde til at finde den opnåede temperatur (Planck's strålingslov) og udstrækningen af det område, hvori den var effektiv. Imidlertid er baggrundsproblemerne, bla. på grund af π^0 -mesonernes henfald til fotoner, så alvorlige, at målingens gennemførlighed er yderst tvivlsom.

Undertrykkelse af J/ψ produktion. J/ψ partiklen er en bunden tilstand af en c og en $\bar{c}$ kvark ("charmonium"). Da confinement kræfterne forsvinder i plasmafase, må man forestille sig, at en stor del af de dannede J/ψ partikler vil nå at dissociere inden faseovergangen fra plasma til hadron gas, så c og $\bar{c}$ kvarkerne i stedet indgår i hver sin meson. Det vil især gælde J/ψ mesoner med lille transversalimpuls. J/ψ mesonen kan detekteres gennem sit henfald til to leptoner (e^+e^- eller $\mu^+\mu^-$), som ikke vekselvirker stærkt, og som derfor formår at undslippe straks fra hadron gassen. Et signal om plasmadannelse kunne derfor være en mindre relativ hyppighed af J/ψ mesoner end i f.eks. sammenstød mellem protoner.

Hertil kommer en række andre effekter, som vil være med til at tegne det samlede billede. F.eks. kunne man vente at finde stærke fluktuationer i partikeltætheden, og på grund af confinement kræfternes bortfald i plasmafase kan de kortlevende partiklers egenskaber være forvrængede, således at de optræder med ændrede masser, levetider osv. Det er sandsynligt, at kun en detaljeret kortlægning af reaktionerne, og samtidig analyse af mange forskellige signaltyper, kan give en tilstrækkelig forståelse af forløbet til at drage utvetydige konklusioner.

Eksperimentelle resultater ved Brookhaven og CERN.

Brookhavens AGS accelerator har siden 1986 leveret stråler af tunge ioner, i første omgang med ioner op til ²⁸Si med en energi på 14,5 GeV pr. nukleon. SPS acceleratoren ved CERN har i samme periode leveret stråler af ¹⁶O med 60 og 200 GeV pr. nukleon, og ³²S med 200 GeV pr. nukleon. I begge tilfælde har strålerne kunnet skydes ind i et fast target, f. eks. af bly eller af uran. Ved AGS er programmet blevet udbygget med et ¹⁹⁷Au beam (11.5 GeV/nukleon), som dog først for nylig er taget i brug (1992). De hidtidige resultater stammer således alle fra forsøg med forholdsvis lette (og små) beam partikler.

Ikke desto mindre har man været i stand til at høste mange erfaringer og få et første blik ind i det nye område.

Sammenhængen mellem masse og energi

I partikelfysikken anvendes Einsteins formel: $E = mc^2$ hele tiden til at regne massen af partikler om i energienheder.

Energienhed

Når en elektrisk ladet partikel med ladningen e passerer et spændingsfald på 1 Volt, får den en energi på 1 eV. Sædvanligvis bruger man denne energi som enhed indenfor partikelfysikken, typisk som $\text{GeV} = 10^9 \text{ eV}$. Masser angives i GeV/c^2 og impuls (bevægelsesmængde) i GeV/c .

Partikler og antipartikler

Ved stød mellem partikler der har fået tilført energier svarende til mange gange deres hvilemasse, kan noget af den overskydende "rene" energi blive omdannet til partikler. De vil altid optræde som partikel-antipartikel par, hvor antipartiklen har modsatte egenskaber. F.eks. har den modsat elektrisk ladning. Antipartikler markeres ved at sætte en streg over partikelbetegnelsen: $\bar{p}$ er en antiproton. Undtagelsen er antielektronen, positronen, der betegnes med e^+ . Det antal partikler der dannes pr. stød kaldes for stødets multiplicitet. Dannelsen af et elektron-positronpar koster ca. 1 MeV, og et baryonpar ca. 1 GeV.

Ordliste

baryoner: Partikler, sammensat af tre kvarker f.eks. proton og neutron.

mesoner: Partikler, bestående af kvark-antikvark, f.eks. pion og K-meson.

hadroner: Baryoner og mesoner. (Partikler sammensat af kvarker).

leptoner: Partikler der ikke består af kvarker.

QED: Den kvanteelektrodynamiske teori der bl.a. i detaljer beskriver elektronens opførsel.

QCD: Den kvantekromodynamiske teori, der beskriver kvarkers opførsel.

Blandt de vigtigste konklusioner der kan drages er: Fordelingen af den samlede transversale energi, E_T , og partikelantallet afviger ikke væsentligt fra den forventning man vil have, hvis man går ud fra sit kendskab til proton-proton sammenstød ved tilsvarende energier, og blot tager hensyn til "trivielle" effekter, som f.eks. de kolliderende kerner geometri. De observerede partikelantal er meget store, og vokser for centrale stød mere end proportionalt med nukleonantallet A , hvilket må betyde, at multiple stød spiller en vis rolle. Spørgsmålet om kernerne stoppeevne, dvs. med hvilken effektivitet beam-energien omsættes til andre frihedsgrader, er dog stadig noget uklart. Da den opnåede energitæthed ikke er målt direkte, må den skønnes, f.eks. ud fra den transversale en-

ergiudstråling og kendskabet til kollisionens geometri. De således skønnede værdier ligger fra 1 GeV/fm^3 ved AGS til 2–3 GeV/fm^3 ved SPS, altså af samme størrelsesorden som den kritiske værdi, som formodes at være nødvendig for faseovergangen.

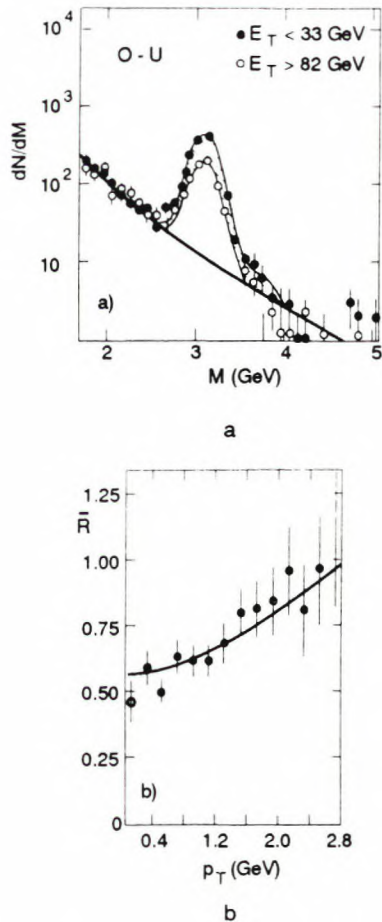
Den rumlige (og tidslige) udstrækning af kilden for de udsårede mesoner, dvs. størrelsen ved freeze-out, kan måles med interferometri (i analogi til den metode, man i astronomien bruger til at måle stjerneradier!). NA35 kollisionen ved SPS har f.eks. analyseret de udsendte π^- mesoner for reaktionerne O+Au og S+Au og herved fundet et overraskende resultat⁴: Hvis der midles over alle udsendelsesretninger, ser reaktionsområdet til at have en radius, der omtrent er af samme størrelse som projektilens geometriske udstrækning ($r(^{16}\text{O}) \approx 3 \text{ fm}$); hvis man derimod kun ser på mesoner med store udsendelsesvinkler, bliver radius dobbelt så stor. Det betyder, at levetiden før freeze-out er stor ($> 5 \text{ fm}/c$), og at reaktionen involverer et volumen på over 1000 fm^3 , med flere hundrede partikler. For en partikelfysiker er dette i høj grad "makroskopisk".

Et andet CERN eksperiment, NA44, som i øvrigt har dansk deltagelse, har for nylig på samme måde fundet, at den radius, man måler ved hjælp af K-mesoner er væsentligt mindre end den man måler ved hjælp af π -mesoner, og at den ligeledes er mindre for π -mesoner med høj transversalimpuls end for π -mesoner med lav transversalimpuls.

Allerede kort tid efter at de første data blev taget i 1986 observerede man forøget produktion af særhed i tungionsstødene. Der er imidlertid stor sandsynlighed for, at der er tale om en effekt af multipel spredning på nukleonerne. På den anden side har man også ved SPS observeret en forøget produktion af antihyperoner ($\bar{\Lambda}$, $\bar{\Xi}$) hvor en konventionel forklaring ikke er fundet.

J/ψ produktion er især blevet studeret af NA38 eksperimentet ved SPS⁵, som detekterer $\mu^+\mu^-$ par. Disse kan dels produceres ved kvark-antikvark annihilation (Drell-Yan mekanismen), hvorved der dannes et kontinuum af $\mu\mu$ -masser, dels ved henfald af f.eks. J/ψ . Figur 3 opsummerer de vigtigste iagttagelser fra ^{16}O -U kollisioner. Figur 3a viser fordelingen af μ -parrenes masse, M , målt i GeV, for sammenstød med henholdsvis stor ($E_T > 82 \text{ GeV}$) og lille ($E_T < 33 \text{ GeV}$) samlet transversal energi. Fordelingerne har to komponenter: et kontinuum af masser, som falder med M , overlejret med en resonansstop ved ca. 3 GeV. Den skyldes J/ψ mesonen, som her ses med en bredde der helt er domineret af den eksperimentelle opløsning (J/ψ resonansens egen bredde er kun ca. 5 keV) Man ser, at J/ψ signalet relativt til kontinuet er undertrykt med en faktor 2 når den samlede transversale energi, E_T , i sammenstødene er stor. Undertrykkelsen af signalet er størst ved lave transversalimpulser af J/ψ mesonen som det ses af fig. 3b, som viser forholdet mellem J/ψ signalet (relativt til kontinuet) ved høj og lav E_T som funktion af J/ψ mesonens transversalimpuls. Dette er præcist som forventet, hvis kernestoffet har befundet sig i plasmafasen, og dette signal er måske det mest lovende der hidtil er set. Det kan imidlertid ikke udelukkes at

absorption i kernestoffet, i kombination med andre effekter som er kendt fra højenergireaktioner med kerner, kan forklare det observerede signal. For fuldt ud at udrede de forskellige muligheder ville det være af stor værdi at have samtidige målinger af produktionshyppigheden for den væsentligt tungere Υ -resonans, som er en bunden tilstand af en b og en $\bar{b}$ kvark. Det kræver højere støden energi end man hidtil har haft til rådighed i tungionskollisionerne.



Figur 3. a) Fordelingen af massen, M , af μ -par fra sammenstød mellem ^{16}O kerner med 200 GeV pr. nukleon med hvilende U kerner. Fordelingen er vist både for sammenstød med høj og lav transversal energi, E_T .
b) Forholdet $\bar{R}$ mellem J/ψ produktion i sammenstød med høj transversalenergi og lav transversalenergi.

Kommende eksperimenter ved RHIC og LHC.

Som nævnt er det planen, at accelerere Pb beams ved CERN fra næste år. Man er derudover i Brookhaven ved at bygge en kollider, RHIC, for tunge ioner. RHIC vil, når den er færdigbygget (efter planen i 1997), kunne accelerere ioner op til ^{197}Au til en energi på 100 GeV pr. nukleon, og vil kunne frembringe sammenstød mellem to modsat rettede ionstråler.

Ved CERN er det næste store acceleratorprojekt LHC, som dog endnu ikke er endeligt godkendt af medlemslandene. LHC er primært en pp kollider, med en samlet støden energi på 16000 GeV, men man planlægger også som en vigtig del af forskningsprogrammet at benytte maskinen med stråler af tunge ioner. Med Pb på Pb vil man kunne nå en energi på 3150 GeV pr. nukleon i hvert beam, hvilket svarer til en samlet støden energi for to Pb-kerner på $1.26 \cdot 10^6$ GeV. Da et Pb beam vil være tilgængeligt på CERN's SPS fra 1994, vil man kunne være godt forberedt til at gennemføre de første forsøg kort efter LHC's start, som efter planen er i 1998-99.

Ekstrapolationen til denne meget høje støden energi, og til de store ioner, er behæftet med forholdsvis stor usikkerhed. Det ventes at den totale multiplicitet i et centralt Pb-Pb stød bliver omkring 50.000–200.000 partikler, hvoraf de fleste udsendes næsten parallelt med beamretningen. I det interessante vinkelområde på tværs af beamretningen skal detektorerne dog stadig være i stand til at håndtere omkring 1000 ladede partikler pr. steradian fra hver kollision! Registreringen og analysen af disse komplekse reaktioner stiller selvsagt overordentligt store krav til detektorernes ydeevne.

Hvis RHIC og LHC følger tidsplanerne, vil den tilgængelige energi i tungionsstød ved århundredeskiftet være øget med en faktor 10^5 på lidt over et årti — et tempo, som selv med partikelfysikkens målestok må siges at være overvældende. Mens mange vigtige resultater allerede er nået, er det også klart, at de egentlige forlystelser først starter med de store projektiler, og at man med god grund kan håbe på, at de kommende år vil bringe væsentlig ny indsigt på området.

Acceleratorer med relativistiske tunge ioner		
		Energi pr. nukleon
CERN:		
SPS	Super Proton Synchrotron	200 GeV
LHC	Large Hadron Collider (fra 1999)	3,15 + 3,15 TeV
Brookhaven:		
AGS	Alternating Gradient Synchrotron	14,5 GeV
RHIC	Relativistic Heavy Ion Collider (fra 1997)	100 + 100 GeV

Referencer:

- 1) Elementarpartikelfysik i almindelighed er behandlet i et temanummer, KVANT **3**, hæfte 1 (1992). Nærværende (opdaterede) artikel var skrevet til temanummeret, men har af pladshensyn først kunnet bringes nu.
- 2) M. Jacob: Heavy-Ion Collision Phenomenology, CERN-Th 5848 (1990).
- 3) J. Schukraft: Ultra-Relativistic Heavy-Ion Collisions or the Quest for the Quark-Gluon Plasma, CERN-PPE/91-137.
- 4) R. Bamberger et al., Phys. Lett. B203 (1988) 320.
- 5) A. Bussiöre et al., Z. Phys. C38 (1988) 117, C. Baglin et al., Phys. Lett. B220 (1990) 471.



Rasmus Møller:
Lektorstipendiat ved Niels Bohr Institutet, Københavns Universitet. Cand. scient. 1974, Lic. scient. 1984. Forsker i eksperimentel højenergifysik. Deltog i en årrække i eksperimenter ved CERN's pp-kollider, ISR, og deltager nu i DELPHI eksperimentet ved LEP, med særligt ansvar indenfor dataanalysen og eftersøgningen af nye fænomener. Pt. Scientific Associate ved CERN.

Post-Doctoral Position in Experimental Fluid Dynamics.

A post-doc position is open at the Optics and Fluid Dynamics Department at Risø National Laboratory. The appointment is for up to two years.

In the Continuum Physics Section one of our main topics is investigations of coherent vortical structures in two-dimensional flows in neutral fluids as well as in plasmas. The studies are a combination of theoretical, numerical and experimental investigations. The experimental studies are performed in a rotating water tank and in stratified fluids. In addition we are at present building a tank with a parabolic bottom to investigate vortical structures in rotating flows with a strong radial variation of the Coriolis force.

The successful applicant should participate in the experimental studies of vortical structures and also take part in the development of new diagnostics for measuring flow fields. One aim of the investigations is to understand the self-organization processes underlying the formation of two-dimensional coherent structures under different conditions.

We are seeking an innovative experimentalist having a Ph.D. degree in fluid dynamics. Preference will be given to candidates with experience in flow field diagnostics and knowledge of non-linear dynamics.

Terms of employment: Similar to Danish staff at Risø National Laboratory.

The position will be open until filled, but all applications received before October 1, 1993 will be considered at that time.

Further information: Jens Juul Rasmussen, Phone, direct line: +45 4677 4537, Fax +45 46 754064, e-mail: JUUL@RISOE.DK

Application including C.V. and full personal data should be addressed to the Personnel Department, Risø National Laboratory, P.O. Box 49, DK-4000 Roskilde, Denmark.

RISØ

Risø National Laboratory is the largest research institution in Denmark with about 950 employees. The main research areas are energy, environment and materials.

Tidlig dansk termometri

Erling Poulsen, Ole Rømer Museet.

I slutningen af 1600-tallet var det nyopfundne termometer i en rivende udvikling. Det debatteredes ivrigt, hvilken skala der skulle benyttes, og hvordan man fik gjort forskellige målinger sammenlignelige. Flere havde foreslået faste punkter for skalaerne, men man var ikke sikker på, hvor faste de foreslåede fikspunkter var. Rømers primære interesse var astronomien, men i forbindelse med udviklingen af hans husinstrument (fra 1690 observerede Rømer helst med et instrument der var opstillet i hans hjem), blev det nødvendigt at foretage temperaturkorrigering af pendullængden (tiden) og af den gradbue, hvor kikkertens retning blev aflæst. Derfor blev Rømer tvunget til at beskæftige sig med termometre.

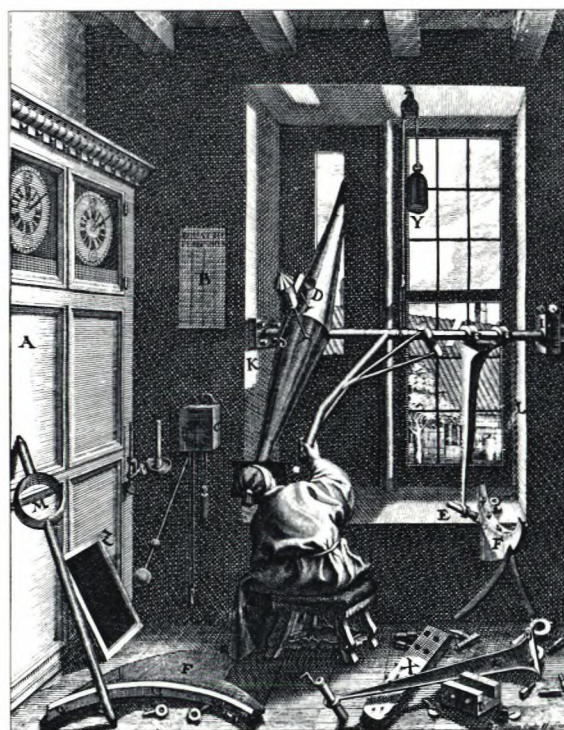
Det er vist velkendt, at Rømer, som den første, brugte vandets fryse- og kogepunkt som fikspunkter. Men hvordan så den mellemliggende skala ud, hvordan valgte han sit nulpunkt, hvilken termometervæske brugte han og hvor store var hans termometre? Der har også været en del mystik om fikspunktet "blodvarmt", som han åbenbart brugte ved kalibrering af termometre der ikke skulle gå op til vands kogepunkt. For en naiv betragtning er denne nemlig kun ca. 28,6°C og ikke ca. 35°C (målt i mundhulen). I det følgende refereres en undersøgelse, som kaster lys over disse spørgsmål.

Ole Rømers første målinger.

Ingen af Rømers egne termometre er bevarede, så en direkte måling af hans gradstørrelse eller af hans fikspunkter kan ikke foretages. Men vi kan foretage en indirekte undersøgelse, på grundlag af de længdeudvidelseskoefficienter han selv har målt, og som er omtalt i hans arbejdsrapirer "Adversaria"¹. De omtalte målinger er omtalt på side 119, og er foretaget d. 12/12 1692. Hans målinger er alle af en 3 fod lang stang af hvert materiale, som var inddelt i 6800 dele. Udvidelsen er også angivet i dele, og temperaturforandringen ved alle målinger er 24 grader.

Materiale	Rømers måling	Længdeudv. koeff. $\alpha^{\circ}\text{C}^{-1}$
Guld	5 dele	14.2×10^{-6}
Bly	$9\frac{1}{2}$ dele	29×10^{-6}
Kobber	5 dele	16.6×10^{-6}
Jern	$3\frac{1}{2}$ dele	12×10^{-6}
Sølv	$6\frac{1}{2}$ dele	19×10^{-6}
Glas	$3\frac{1}{2}$ dele	10×10^{-6}
Tin	$6\frac{1}{2}$ dele	21×10^{-6}

Tabel 1. Rømers målinger af længdeudvidelse og moderne værdier af udvidelseskoefficienter.



Figur 1. Rømers husobservatorium, gengivet efter et stik i Peder Horrebow's Basis astronomiae. Meridiankredsen med lampe til belysning af trådkorset. Til venstre og højre for den observerende Rømer ses de to hovedinstrumenter: Uret og gradbuen.

Formlen for længdeudvidelse er $l_t = l_0 \cdot \alpha \cdot t$, hvor l_t er udvidelsen, l_0 startlængden og t temperaturstigningen i Celsiusgrader. Hvis vi kalder temperaturforskellen i Celsiusgrader for t_C og de grader han benytter for $t_{R\phi}$ kan vi skrive:

$$t_C = k \cdot t_{R\phi}$$

Her er k omregningsfaktoren. Indsættelse i formelen og udregning giver:

$$\begin{aligned} l_t &= l_0 \cdot \alpha \cdot k \cdot t_{R\phi} \\ k &= \frac{l_t}{l_0 \cdot \alpha \cdot t_{R\phi}} \\ k &= \frac{(\text{Antal Rømerdele})}{(6800 \cdot \alpha \cdot 24^{\circ}\text{R}\phi)} \end{aligned}$$

Det termometer Rømer har anvendt ved disse målinger har sandsynligvis været et italiensk fremstillet sprittermometer, som Rømer selv har kalibreret. Rømer angiver (1702) at han fastlagde vands frysepunkt ved $7\frac{1}{2}^{\circ}\text{R}\phi$ og et kogepunkt, der har været strid om, ved $60^{\circ}\text{R}\phi$, en forskel på $52\frac{1}{2}^{\circ}\text{R}\phi$. Det giver en middelværdi på 1,9°C per grad, tæt på værdien i tabel 2.

Materiale	$k = t_C/t_{R0}$
Guld	2.16
Bly	2.01
Kobber	1.85
Jern	1.79
Sølv	2.10
Glas	2.14
Tin	1.90
Middelværdi	1.99

Tabel 2. Omregningsfaktoren mellem Rømergrader og Celsiusgrader.

Dette tyder på, at Rømer som den første, allerede i 1692 har fastlagt sit gradsystem ved hjælp af vands fryse- og kogepunkt. Hidtil har man ment, at han først gjorde det på sine hjemmelavede termometre fra 1702. Han har i en kommentar s.233¹, til nogle udenlandske målinger, nævnt at han først fra 1703 er sikker på stabiliteten af vands kogepunkt, men det forhindrer ikke, at han selv tidligere kan have brugt punktet til termometerinddelinger på et ikke universelt privat termometer. Huygens, som var medlem af pariserakademiet samtidig med Rømer, havde så tidligt som 1665 konstateret, at kogende vands temperatur er konstant.

Udvidelsesmålingerne er foretaget mellem $6\frac{1}{2}^{\circ}\text{Rø}$ og $30\frac{1}{2}^{\circ}\text{Rø}$, og disse temperaturer svarer til -2°C og 44°C på en lineær temperaturskala. Senere i denne artikel vil jeg argumentere for at temperaturintervallet snarere har været på 51°C . Dette bringer de målte udvidelseskoefficienter i tæt overensstemmelse med de nugældende.

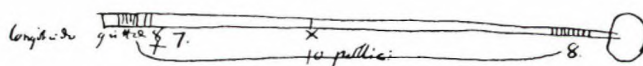
Det vides ikke hvordan målingen er udført. Rømer skriver at han gentog målingen 3-4 gange. Men hvordan en fast 3-fods længdereference blev etableret, ved vi ikke. Da målingen er foretaget d. 12/12 kan den lave temperatur vel have været udendørstemperaturen, og den varme være fremkommet ved enten en varmekasse eller et kraftigt opvarmet værelse. Usikkerheden ved hans målinger har været ca. $\frac{1}{4}$ inddeling, hvilket svarer til 5%.

Efter afsnittet om længdeudvidelser bruger Rømer resultaterne for jerns udvidelse til at udregne, hvor meget hans gradbue og tidsmåler påvirkes; gradbuen på husinstrumentet udvider sig $58\frac{1}{2}$ buesekund ved en stigning af temperaturen på 12°Rø . Uret går ca. 1 sekund langsomere per døgn ved en temperaturstigning på 1°Rø .

Rømers originaltermometre

Der er, trods ihærdig søgen, ikke blevet fundet nogen af Rømers originaltermometre. Der har sikkert eksisteret et i 1859 hvor E. Phillipsen i "Nordisk Universitets Tidsskrift" nævner et. Deres nøjagtighed kan derfor ikke direkte efterprøves, men i "Adversaria" beskæftiger han sig så indgående med de fundamentale termometerproblemer, at man må formode, originalerne har været præcise. I "Adversaria" gennemgår Rømer konstruktionen af termometre, både teoretisk og, heldigt for os, også med taleksempler. Da eksemplerne må formodes at have noget med virkeligheden at gøre, kan man benytte dem til

at finde målene på originaltermometrene. I det følgende vil vi gå ud fra, at Rømers termometerskala var fastlagt ved vands fryse- og kogepunkt. Da der imellem de to fikspunkter er $52\frac{1}{2}^{\circ}\text{Rø}$ får vi at $1^{\circ}\text{Rø} = 1,905^{\circ}\text{C}$. På side 202¹ viser Rømer, hvordan han beregner sig frem til dimensionerne af et termometer. Efter en teoretisk del kommer han med et taleksempel, og af det fremgår, at termometret består af en hul glaskugle med et påsmeltet glastrør. De gamle mål kan omsættes til nutidige ved: $1'' = 12 \text{ lin.} = 2,62 \text{ cm}$ ($1' = 12'' = 31,41 \text{ cm}$). Rørets indre diameter, beregnet ud fra længden og vægten af en indsuget kviksølvdåbe, er 0,43 lin. rørets længde er 18". Kuglens diameter er målt til 6,30 lin., om der menes den ydre eller indre diameter fremgår ikke; men da hele afsnittet handler om rumfangsforhold menes der sikkert den indre diameter. Rømer når frem til, at ved en temperaturstigning på 10°Rø vil termometervæsken stige 12,17 lin. = 2,65 cm, og altså udvide sig $0,018 \text{ cm}^3$. Hvis vi antager, at røret ved 15°C er ca. kvartfuldt, vil der være ca. $1,44 \text{ cm}^3$ væske i termometret. Den relative udvidelse er derfor $0,018 \text{ cm}^3 / (1,44 \text{ cm}^3 \cdot 10^{\circ}\text{Rø}) = 13 \times 10^{-4} \text{ Rø}^{-1}$,



Figur 2. Rømertermometer fra Adversaria

Vi kender ikke alkoholstyrken af den "spiritus vini", der er benyttet. Sandsynligvis har det været en almindelig brændevin. Reaumur, der iøvrigt mange steder får æren for opfindelsen af sprit-termometret, foreslår således langt senere, at der anvendes alkohol med en sådan styrke, at rumudvidelseskoefficienten er $8,0 \times 10^{-4} \text{ C}^{-1}$, hvilket svarer til ca. 40 % (vægt). Der kan alligevel foretages et skøn over hvilken styrke der er brugt. Hvis vi antager at Rømer har arbejdet omkring stuetemperatur, kan vi sammenligne den ovenstående måling med tabeller over ethanol/vand blandingers udvidelseskoefficienter ved 20°C . I tabel 3 er en sådan sammenligning givet

$k = t_C/t_{R0}$	Styrke vol.%
1.9	44
2.0	42
2.1	40
2.2	38
2.3	37

Tabel 3. Alkoholstyrken af Rømers termometervæske ved forskellige antagelser om k.

Da der mellem 0 og 100°C er $1,9^{\circ}\text{C}/^{\circ}\text{Rø}$ i gennemsnit, og udvidelsen af en alkohol/vandblanding ikke er proportional med temperaturen, må den søgte omregningsfaktor ligge noget over 1,9 så det må antages at alkoholstyrken har ligget i omegnen af $39\%(\text{vol}) \approx 32\%(\text{vægt})$. For denne koncentration er rumudvidelseskoefficienten $6,7 \times 10^{-4} \text{ C}^{-1}$

Man kan måske undre sig over, at Rømer brugte alkohol og ikke en anden væske; han benyttede jo kviksølv til at undersøge rørdiameter med, og Halley havde i 1688 foretaget forsøg med kviksølvs udvidelse. Forklaringen kan være, at kviksølv kun har en rumudvidelseskoefficient på $1,8 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ og derfor stiller store krav til et konstant - lille - tværsnit af røret, hvis da ikke termometerkuglen gøres ekstra stor og dermed meget tung. Først Fahrenheit var så dygtig en glasmager, at han kunne tillade sig at bruge kviksølv. Med en termometerlængde på 47 cm og en skala fra fryse- til kogepunkt på 16 cm er der da også i Rømers design taget højde for betydelige variationer i rørdiameter og alkoholstyrke. Vand ville være ubrugeligt, da det fryser ved en for høj temperatur og kun har en trediedel så stor udvidelseskoefficient som 32% alkohol, samt næsten ingen rumfangsændring mellem 0°C og 10°C .

De rør Rømer havde rådighed over var ret ujævne. Ved hjælp af sin kviksølvråbe sorterede han de mest uregelmæssige fra, så han havde nogle svagt koniske rør at lave termometre af. Rømer forsøgte at inddele sine termometre så hver grad svarede til en lige stor rumfangsforøgelse. Dette gjorde han ved at inddele de 60°R i fire dele efter rumfang hvorefter hver del blev inddelt i 15 lige lange stykker. Selve nulpunktet blev sandsynligvis fundet ved at afsætte $1/7$ af intervallet mellem mærkerne udfor vands fryse- og kogepunkt under frysepunktsmærket.

Rømers "korte" termometre

I Fahrenheits brev til Boerhaave (hollandsk kemiker), sendt fra Amsterdam d. 17. april 1729, beskrives hans besøg hos Rømer. Han fortæller, hvordan Rømer ansporede ham til at forbedre termometeret; det skete, da han en morgen i året 1708 hjemme hos Rømer så flere termometre stå i isvand og senere i "bloedwarm"t vand (at der skrives *staa*, tyder på, at termometrene har været nedsænkede i længere tid; det er nødvendigt, hvis de indeholder meget termometervæske); de to punkter, termometervæsken havde nået, blev afmærket på dem alle. Derpå blev halvdelen af afstanden mellem de to punkter fundet og overført neden under punktet mærket isvands temperatur, og til sidst blev hele termometeret inddelt med 0 nederst, $7\frac{1}{2}$ ved vands frysepunkt og $22\frac{1}{2}$ ved det varme vands temperatur. Fahrenheits beretning tyder på, at Rømer har fremstillet termometre, der ikke gik op til kogepunktet. Han skriver derudover, at han delte hver Rømergrad i 4 således at frysepunktet svarede til 30°F og blodvarmen til 90°F . I 1717 ændrede han de 90 til 96 og de 30 til 32, sikkert fordi underinddelingen så kan foretages som en serie af 63 halvinger idet $2^6 = 64$.

En grund til at Rømer fremstillede termometre kan være, at han, ifølge svenskeren Wallerius, som besøgte København i 1708, havde mistet sin indtægt på 2000 rigsdaler fra kongen, og derfor sammen med sin assistent Schiwe, som var den der modtog besøget, bl.a. måtte ernære sig ved termometerfremstilling. Eventuelle købere ville kun interessere sig for "normale" temperaturer, hvorfor de fremstillede termometre kun skulle vise sådanne.

Dimensionerne af disse "korte" termometre kendes ikke, men i "Adversaria"¹ er beskrevet noget, der minder om et "kort" termometer. På side 11 er beskrevet et forsøg over luft og vands udvidelse. Til dette forsøg bruges et apparat, som består af en kugle med en diameter på $1\frac{1}{2}$ " og et påsmeltet glasrør. Ved hjælp af sin sædvanlige metode med kviksølv finder Rømer, at $16\frac{1}{3}$ " af røret indeholder $1/22$ 'del af kuglens rumfang. Apparatet ligner meget et termometer, også længden på ca. 18". Kuglens rumfang bliver $31,68 \text{ cm}^3$ og de $16\frac{1}{3}$ " indeholder $1,44 \text{ cm}^3$, røret har derfor en indre diameter på 2,07 mm. Det kunne være et "kort" termometer, men passer dimensionerne, således at væsken vil udvide sig rimeligt? Vi bruger udvidelseskoefficienten fra vore tidligere regninger på $6,7 \times 10^{-4}$ og finder, at en skala fra 0 til $22\frac{1}{2}^\circ\text{R}$ bliver 27 cm lang, en størrelse, der er stor nok til, at graderne er let læselige (12 mm/grad) og samtidigt så lille i forhold til rørets samlede længde, at unøjagtigheder under konstruktionen betyder meget lidt. Arbejdet afsluttes med, at vands frysepunkt og en kontrolleret temperatur afmærkes og derimellem afsættes graderne. Det er en fordel ved disse, ret vide, termometerør, at graderne kan sættes lige store, fordi unøjagtighederne betyder relativt mindre end i de tynde rør. Til sidst kan nulpunktet findes, som Fahrenheit beskriver.

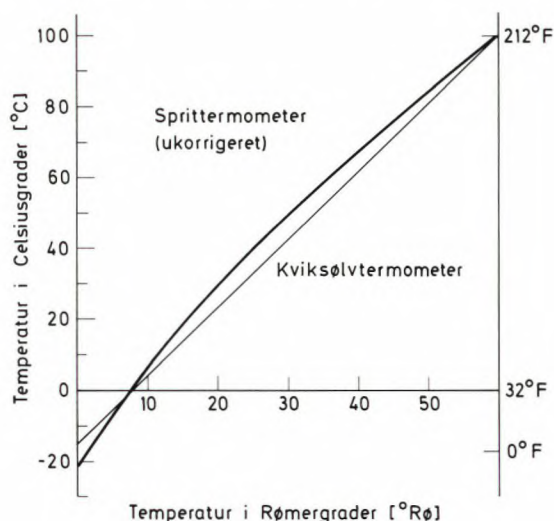
Ny fortolkning af Rømers termometerskala

Man har tidligere fundet at Rømers målinger af temperaturen under strenge vintre var urealistisk høje. Derfor er der grund til, mere detaljeret, at vurdere Rømers temperaturskala.

Et væsketermometer er et dilatometer, ved hjælp af hvilket man måler, hvor meget termometervæsken har udvidet sig, og man skal så relatere udvidelsen til en temperatur. Ikke alle væsker er lige velegnede; Fahrenheits store fortjeneste, inden for termometrien, var brugen af kviksølv som termometervæske, idet dets udvidelseskoefficient er meget lidt temperaturafhængig. Dette gør, at væsken udvider sig næsten lineært med temperaturen. Rømers ethanol/vand-blandinger har udvidelseskoefficienter der er meget mere temperaturafhængige og det må man tage hensyn til, når hans målinger skal vurderes.

I figur 3 ses oversættelseskurven mellem Rømer- og Celsiusgrader, under hensyntagen til ulineariteten i spritblandingers udvidelse og til udvidelsen af termometerkolben. Ved beregningen er der anvendt tabelværdier i intervallet -20 – 60°C . Uden for det nævnte område er der ekstrapoleret ud fra en antagelse af, at udvidelseskoefficienten vokser proportionalt med temperaturen ($\beta = \beta_1 + \beta_2 \cdot t$), hvilket betyder, at udvidelsen ved 100°C er noget usikker; β_1 og β_2 er bestemt ved mindste kvadraters metode ud fra opgivelserne fra -20°C til 60°C . De er på denne måde bestemt til $5,68 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ og $2,06 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-2}$. Alternativt kan der konstrueres et lukket termometer efter Rømers anvisning fol. 117b¹; da det er usikkert hvor meget luft, der står oven over væsken i et sådant, sammenlignet med et originalter-

momenter, er målingen usikker. Rømer Museet har dog ladet en rekonstruktion udfærdige og måling på den viser pæn overensstemmelse med disse overvejelser.



Figur 3. Den krumme kurve er oversættelseskurven mellem Rømer og Celsiusgrader, under hensyntagen til temperaturafhængigheden af 39% spritblandings udvidelseskoefficient og til termometerkolbens udvidelse. Den optrukne linie er den hidtil anvendte lineære fortolkning af Rømergraderne.

Efter anvisning fra Rømers elev P. Horrebow deler man nu udvidelsen fra vands frysepunkt til kogepunktet i 7 dele, hver svarende til $7,5^{\circ}\text{Rø}$. En af disse dele føres ned under vands frysepunkt, og derved er de 0°Rø fundet. Af tabellerne fremgår følgende:

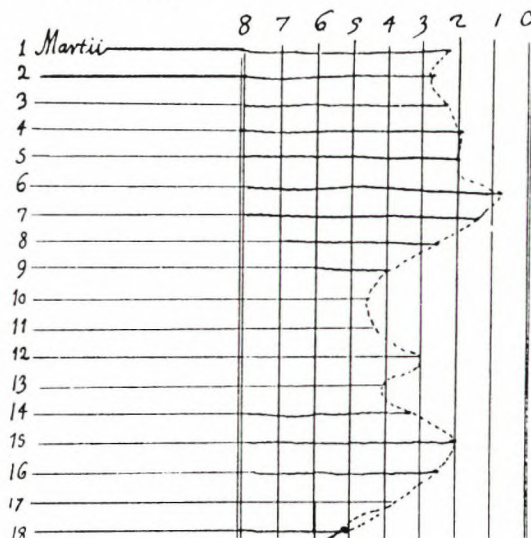
$$\begin{aligned} 0^{\circ}\text{Rø} &\approx -21,5^{\circ}\text{C} \text{ og} \\ 22,5^{\circ}\text{Rø} &\approx 34,8^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

Det bemærkes, at 39% (vol.) ethanol begynder at fryse ved ca. -23°C , hvorfor et nulpunkt for denne termometervæske omkring denne temperatur er "naturlig". Hvis vurderingen af kurvens forløb over 60°C synes for grov, skal det bemærkes, at en lidt anderledes vurdering kun ændrer fastlæggelsen af Rømergraderne en smule, en anden vurdering af ethanol/vand procenten vil også kun have ringe indflydelse på fastlæggelsen af temperaturskalaen. Dersom der bruges ethanol med en styrke på 70 % (vol.) fås temperaturer der afviger ca. 1°C fra de nævnte. Da det i begyndelsen af 1700-årene var vanskeligt at måle ethanolprocenten, må det antages at den har varieret fra termometer til termometer. Rømer kunne have brugt en flydevægt til måling af procenten, men trods ihærdig søgen har jeg ikke fundet noget om det i "Adversaria".

Det "nye" fikspunkt

Nu kan det ses, at Fahrenheits bemærkning fra hans besøg i 1708 hos Rømer, om at $22,5^{\circ}\text{Rø}$ var "bloedwarm" er yderst fornuftig. Den er ikke uforståelig som andre har hævdet, der har regnet med, at $22,5^{\circ}\text{Rø}$ var ca. $28,6^{\circ}\text{C}$; de har regnet med en temperaturafhængig udvidelseskoefficient.

Rømer har sikkert bemærket, at menneskets temperatur, målt i mundhulen, lå tæt på $22,5^{\circ}\text{Rø}$ på hans "lange" (køgepunktskalibrerede) termometre; derfor har han benyttet denne temperatur som fikspunkt på sine "korte" termometre. De $22,5^{\circ}$ og $7,5^{\circ}$ var praktiske, når nulpunktet skulle findes på dem, og det er så tydeligt "korte" termometre Fahrenheit har set ved sit besøg i København. Derudover viser tallene, at Rømers nulpunkt må rykkes kraftigt ned. Det betyder, at verdens ældste temperaturkurve, der stammer fra Rømers laboratorium, fra fimbulvinteren 1708/09, bliver mere forståelig.



Figur 4. Lidt af Danmarks ældste temperaturkurve. Den viser temperaturvariationerne i begyndelsen af marts 1709

Der findes fra denne vinter forskellige beretninger; eksempelvis kunne de tungeste læs køres over Storebælt; d.11/3 gik to husmænd fra Falster til Warnemünde, d.16/3 gik to tjenere fra Bornholm til Simrishamn, så sent som d. 9/4 kunne man gå over Øresund til Sverige, og i Københavns Havn nåede isen en tykkelse på 27" (73 cm); alt i alt må denne vinter kunne sammenlignes med vinteren 1942, hvor den laveste temperatur blev målt til ca. -32°C . Når man tager hensyn til, at det termometer, Rømers temperaturkurve er målt med, sandsynligvis har befundet sig i hans vindue i husobservatoriet eller i kammeret øverst i Rundetårn (det var på de steder, der efter hans død blev registreret termometre), betyder det, at de målte temperaturer har ligget et stykke over de reelle. Målingerne bliver således mere forståelige med et nulpunkt på $-21,5^{\circ}\text{C}$ end med $-14,3^{\circ}\text{C}$, som det altid tidligere har været hævdet.

Konklusion:

Der er tegn på, at Rømer allerede fra 1692, ud fra vands fryse- og kogepunkt, har fastlagt en termometerskala. Hans 1702 termometre har været forsynet med en ca. 39%(vol.) ethanol/vand blanding som termometervæske; den var i øvrigt gul-farvet med safran. Tidligere^{2,3} har Rømers temperaturskala altid været opfattet som lineær. Termometrene har været inddelt i tilnærmelsesvis

lige rumdele, men termometervæskens stærkt temperaturafhængige udvidelseskoefficient fører til at temperaturskalaen bliver ulineær.

Ifølge denne nyfortolkning af Rømers temperaturskala bliver nulpunktet ca. -21.5°C og 22.5°Rø kommer til at svare til ca. 34.8°C . Dermed bliver Rømers angivelser af legemtemperatur og temperaturmålinger under kolde vintre langt mere forståelige.

Fahrenheit har hos Rømer lært at bruge de to fikspunkter, vands frysepunkt og menneskets temperatur i mundhulen. Han har også overtaget Rømers termometerskala, dog blev alle grader ganget med 4; det noget højere nulpunkt hos Fahrenheit skyldes at han udskiftede Rømers termometervæske med kviksølv, hvis udvidelseskoefficient er næsten uafhængig af temperaturen. Senere ændrede han sin skala en anelse, derved blev den lettere at inddele.

Hverken Rømer eller Fahrenheit havde brug for en kuldeblanding til at finde deres nulpunkter, de konstruerede sig frem til dem. De har brugt kuldeblandinger til eksperimenter, og har sikkert ved dem opdaget hvor uanvendelig en kuldeblanding er ved fastlæggelsen af et fikspunkt.

Referencer:

- 1) Ole Rømers Adversaria, ved Thyra Eibe og Kirstine Meyer, Bianco Lunos Bogtrykkeri 1910.
- 2) Temperaturbegrebets udvikling gennem tiderne, afhandling af Kirstine Meyer, 1909.
- 3) Ole Rømers videnskabelige liv, Mogens Phil, Det Kgl. Danske Videnskabernes Selskab 1944.



Erling Poulsen er medarbejder ved Ole Rømermuseet, han har i mange år beskæftiget sig med astronomi og videnskabshistorie. Og har lavet udstillinger om dette emne i Rundetårn og på Tycho Brahe Planetariet.

MODERNE VAKUUMTEKNIK TIL FORSKNING OG INDUSTRI



ALCATEL 2-trins pumbers succes giver uændrede priser i 1993.

Type	Kapacitet m ³ h ⁻¹ nominel/Pneurop	Sluttryk hPa (mbar) partial/total/+gasballast	Pris kr. excl. moms
2002	2,0 / 1,7	$<2 \times 10^{-3} / <5 \times 10^{-3} / <2 \times 10^{-2}$	8.075,-
2005	5,4 / 4,8	$<1 \times 10^{-4} / <2 \times 10^{-3} / <1 \times 10^{-2}$	12.550,-
2010	9,7 / 8,5	$<1 \times 10^{-4} / <2 \times 10^{-3} / <1 \times 10^{-2}$	14.500,-
2015	15,0 / 12,5	$<1 \times 10^{-4} / <2 \times 10^{-3} / <1 \times 10^{-2}$	15.850,-
2021	20,7 / 16,5	$<1 \times 10^{-4} / <2 \times 10^{-3} / <1 \times 10^{-2}$	19.450,-
2033	35,0 / 30,0	$<1 \times 10^{-4} / <3 \times 10^{-3} / <6 \times 10^{-3}$	25.500,-
2063	65,0 / 60,0	$<2 \times 10^{-4} / <3 \times 10^{-3} / <6 \times 10^{-3}$	39.650,-
2100	120,0 / 105,0	$<2 \times 10^{-4} / <3 \times 10^{-3} / <6 \times 10^{-3}$	83.775,-

* robuste * tryksmurte * støjsvage * indbygningsvenlige * specialudførelser for korrosive gasser * reservedele og service i DK.

ALLE FORMER FOR OLIEFRI & OLIESMURTE ROTATIONSVAKUUMPUMPER • FEDTSMURTE TURBOMOLEKULAR- SPIRO- & HYBRIDPUMPER • DIFFUSIONS- & CRYOPUMPER • VAKUUMMÅLEINSTRUMENTER, VENTILER, HV & UHV FITTINGS • HELIUMLÆKSØGERE & MASSESPEKTROMETRE • SPUTTER- ELEKTRONKANON- & ÆTSEANLÆG • RF & HV STRØMFORSYNINGER • RUSTFRI SPECIALKAMRE & DELE • OMBYGNING AF VAKUUMANLÆG

WENZEL VAKUUM TEKNIK APS NYBROVEJ 283 DK-2800 LYNGBY TLF 45 87 97 35
SHOWROOM, SERVICE, LAGER NYBROVEJ 193 BIL 30 42 63 00 FAX 45 93 32 93

Fermats sidste sætning

Mogens Esrom Larsen



Om formiddagen Sct. Hans Aftensdag i år, uden sammenhæng iøvrigt, vækkede professor *Andrew Wiles*, Princeton, sit auditorium på det nyoprettede Isaac Newton Institut i Cambridge, England, ved at nå til den slutning, at Fermats sidste sætning er sand. Det er den sætning, der siger, at for hele, positive værdier af de variable, $x, y, z, n \in \mathbb{N}, n > 2$ har ligningen

$$x^n + y^n = z^n \quad (1)$$

ingen løsninger. Han havde ellers kamoufleret sin epokegørende nyhed med foredragstitlen: *Modular forms, elliptic curves and Galois representations*. Rimeligt nok i forhold til hans bevisteknik.

Hermed er matematikkens største drage – i hvert fald siden cirklens kvadratur – endelig nedlagt. Sat op af matematikkens største amatør i flok med mange andre krævede den et af vort århundredes største professionelle geniens ihærdige arbejde i en årrække for at komme ned på jorden igen. Manuskriptet til beviset fylder ca. 200 sider, så der er tale om en længere afhandling.

Banemanden *Andrew Wiles*, der har læst matematik i Oxford, men taget sin doktorgrad i Cambridge, gjorde sig bemærket fra første færd og kom da også til Harvard

og Princeton, som siden har kappedes om at have ham tilknyttet. Men han foretrak dog at detonere sin bombe hjemme i Cambridge.

Sætningen er fremsat af *Pierre de Fermat* (1601–1665), der levede i Toulouse som advokat, men var en af sin tids største matematiske begavelser. På den tid var tidsskrifter endnu ikke opfundet, så udvekslingen af ideer foregik ved personlig korrespondance, for Fermats vedkommende med Pascal, Descartes, Mersenne, Huygens, Roberval, Carcavi m. fl. En yndet form var den at fremkomme med et problem som udfordring til de andre. Det er en spøg for sig at læse Mersennes evindelige undskyldninger for ikke at have haft tid til at løse Fermats gåder.

Men delvis i forbindelse med Fermats sidste sætning havde Carcavi fået nys om gåden og skyndte sig derfor at skrive til Fermat og spørge ham om en løsning først. Det svarede Fermat venligt på i august 1659, men dette brev er desværre gået tabt. Heldigvis sendte Fermat en kopi af brevet, dateret 14. august 1659, til Huygens, som selv skrev det af. Så i denne afskrift af en kopi af et brev har vi Fermats eget bevis for sætningen for $n = 4$, det var desværre kun dette specialtilfælde, der var spurgt om.

Da Fermat læste Diophants *Arithmetica*, i 1658–59 skrev han forskellige bemærkninger i marginen, f. eks. beklagelser over, at marginen var for smal til hans beviser. Denne bemærkning står også sammen med påstanden om umuligheden af at opfylde (1). I kommentaren til Diophants spørgsmål nr. 8 i bind 2 i Bachets oversættelse (til latin):

Propositum quadratum dividere in duos quadratos

på dansk: Emnet at dele et kvadrat i to kvadrater, skriver Fermat følgende berømte stykke:

Cubum autem in duos cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratoquadratos, et generaliter nullam in infinitum ultra quadratum potestatem in duos ejusdem nominis fas est dividere : cujus rei demonstrationem mirabilem sane detexi. Hanc marginis exiguitas non caperet.

På dansk: Men hverken en trediepotens i to trediepotenser, eller et dobbeltkvadrat (fjerdepotens) i to dobbeltkvadrater, og i almindelighed ingen potens i det uendelige udover kvadratet kan deles i to med samme benævnelse : jeg har opdaget et virkeligt forunderligt bevis for den ting. På grund af sin lidenhed rummer denne margin det ikke.

Da man efter hans død udgav hans kommentarer, gav det



LASERE • ELEKTROOPTIK • FIBER OPTIK • TESTUDSTYR • LASER TEKNIK

AGENTUR

ANDO
ATCOR
BIT
BURLEIGH
CYONICS
EG & G BERTHOLD
EG & G FIBER OPTICS
EG & G GAMMA SCIENTIFIC
EG & G OPTO/JUDSON
EG & G ORTEC
EG & G PAR ECHEM. DIV.
EG & G SCIENTIFIC. DIV.
EXCITON
EXFO
GENTEC
GOULD FIBER OPTICS
GRASEBY OPTRONICS (UDT)
ILEE
ILX LIGHTWAVE
JOBIN YVON
SPEX
KLINGER SCIENTIFIC
LASER PHOTONICS
LASER VISION
LSI
MALVERN
MICROCOATINGS
MICRO-CONTROLE
MOLECTRON
NE-TECHNOLOGY
NEWPORT
OFR
PTI
QUANTA RAY
QUANTEX
QUESTEK
SANTEC
SEASTAR OPTICS
SPECTRA DIODE LABS
SPECTRA-PHYSICS
STORM FIBER OPTICS
UDT SENSORS INC.
UNIPHASE

LEVERINGSPROGRAM:

Fiberoptisk måleudstyr, Datakommunikations testudstyr.
Laser partikelmåling i luft og på overflader.
Fiberoptisk splidseudstyr.
Elektrooptisk analyseudstyr, FCL-Lasere, Scanning Tunnel Mikroskoper.
Luftkølede Argon Ion lasere.
Radioaktivitetsmåleudstyr for miljø og overvågning.
Fiberoptisk testudstyr for Strain og Dispersion.
Radiometrisk/fotometrisk måleudstyr.
LED/Laserdioder - detektorer - halvleder komponenter.
Nukleart forskningsudstyr og detektorer, NIM/CAMAC-elektronik, MCA/MCS systemer.
lektrokemisk måleudstyr for korrosion.
Lock-In forstærkere, Optiske Multikanal Analysatorer, magnetometre.
Laser Dyes.
Fiberoptisk testudstyr for LAN-FDDI-FTTH-FTTC-CATV.
Laser powermetre, pyroelektriske detektorer.
Fiberoptiske koblere, optiske isolatorer.
Optisk måleudstyr, Positionsudstyr - PSD, radio/fotometrisk måling.
Halvleder laserdioder for VIS/IR med drivere.
Instrumenter, TEC og drivere for laserdioder.
Monochromatorer, ramansystemer, optiske gitre.
Fluorometre, monochromatorer og Ramansystemer.
Positionering for DC og steppermotorer, optomekanik.
LASERE: Ruby, Alexandrite, Co, Co₂, XEHE, Nd:YAG/GLASS/YLF, Ho:YAG, ER:YAG.
Laserbeskyttelsesbriller og gardiner.
LN₂ lasere og dye lasere.
Laserbaseret partikelanalyseudstyr for luft/væske/pulver/spray/aerosoler.
Optiske interferensfiltre.
Optomekanik, optik, optiske bænke, granitborde og positionering.
Laser powermetre.
Radioaktivitetsmåleudstyr for overvågning og radiologi.
Elektro-optik, vibrationsdæmpende borde, optomekanik og optik.
Præcisionsoptik, optiske isolatorer, beam expanders og mikroskopobjektiver.
Lampesystemer, ratio fluorescence - phosphorescence systemer.
Nd:YAG lasere og dye-systemer.
IR - detektering.
Excimer lasere.
Tunbare halvleder lasere og image process systemer.
Pig-tailed laserdioder og drivere.
Halvleder lasere, høj effekt, CW og PULS, 780-870-910-980 nm.
Ion lasere og Ti:SA lasere og systemer for CW og PULS.
Fiberoptiske samleled, konnektorer, attenuatorer og PatchCabler.
PSD - Ge og Si detektorer.
HeNe lasere 0,5 - 50 mW. Halvleder lasere med gode beam kvaliteter.

ANDET:

Mærk af  og udfyld:

Navn: _____

Post nr. By: _____

Firmanavn: _____

Telefon: _____

Adresse: _____

Telefax: _____

Tag kopi af hele siden og fax den til: 31 19 87 47

anledning til en række forsøg på at bevise alle påstandene. Især har Euler og Lagrange bevist mange af de vanskeligste. F. eks. har Euler bevist (1) for $n = 3$ og for $n = 4$ (1737). Det er også herfra betegnelsen "sidste" stammer, det var den sidste af Fermats sætninger, der endnu ikke var bevist.

Men det famøse brev handler desværre ikke direkte om den sidste sætning. I kommentaren til Diophants problem nr. 20 i Bachets oversættelse (til latin):

Invenire triangulum rectangulum, cujus area
sit datus numerus.

På dansk: At finde en retvinklet trekant, hvis areal er et givet tal.

skrev Fermat:

Area trianguli rectanguli in numeris non
potest esse quadratus.

På dansk: En retvinklet trekants areal kan ikke være et kvadrat i tal.

Han underforstår naturligvis, at trekanten har heltallige sider. Det var netop et af spørgsmålene, som Carcavi fik svar på. Og det spørgsmål hænger sammen med (1) for $n = 4$.

For at se sammenhængen og forstå beviset må vi lige få en bedre fortrolighed med Pythagoras. (I sætningen betyder ordet *primisk* om et par af tal, at de to tal ikke har nogen fælles (prim)faktor.) Vi har fra Euklid:

EUKLIDS PYTHAGORÆISKE TALSÆT. *Samtlige heltalsløsninger til ligningen*

$$x^2 + y^2 = z^2$$

er multipla af talsættene

$$(x, y, z) = (2pq, p^2 - q^2, p^2 + q^2), \quad p > q \quad (2)$$

hvor p og q er primiske af forskellig paritet.

BEVIS: Hvis x , y og z er parvis primiske, så er to af tallene ulige og et af tallene lige. Det lige tal kan ikke være z , fordi summen af to ulige kvadrater giver resten 2 ved division med 8, så denne sum kan ikke være et kvadrat. Lad x være lige, så er

$$x^2 = z^2 - y^2 = (z + y)(z - y)$$

som kan deles med 4. Så står der

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{z+y}{2} \cdot \frac{z-y}{2}$$

Nu er faktorerne på højre side primiske, så de må hver for sig være et kvadrattal. Derfor kan vi sætte $p^2 = \frac{z+y}{2}$ og $q^2 = \frac{z-y}{2}$, og får derved (2).

Fermat generaliserer (1) til

SÆTNING. Der findes ikke hele positive tal, x , y og z , som opfylder ligningen:

$$x^4 + y^4 = z^4 \quad (3)$$

Det er nu let at se, at hvis der findes en pythagoræisk trekant med kvadratisk areal, så findes der en løsning til (3). Thi arealet af en pythagoræisk trekant er ifølge (2) åbenbart

$$pq(p^2 - q^2) = pq(p + q)(p - q)$$

hvor de fire faktorer er primiske. Hvis derfor dette areal er et kvadrat, så er hver af de fire faktorer et kvadrattal. Vi kan altså finde x , z , v og w , så $p = v^2$, $q = w^2$, $p + q = z^2$ og $p - q = x^2$. Men så må jo

$$z^4 - x^4 = (p + q)^2 - (p - q)^2 = 4pq = 4v^2w^2 = (2vw)^2$$

som åbenbart løser (3) med $y = 2vw$. Når Fermat derfor viser umuligheden af (3), har han samtidig vist sin citerede sætning om trekanten. Hans bevis går som følger:

BEVIS: Vi tænker os, at ligningen har løsninger. Vi ser på én af dem, hvor de tre tal er parvis primiske. Ligningen skriver vi i stedet

$$y^2 = z^4 - x^4 = (z + x)(z - x)(z^2 + x^2)$$

Hvis x og z begge er ulige, sætter vi $p = \frac{z+x}{2}$ og $q = \frac{z-x}{2}$. Ellers sætter vi $p = z + x$ og $q = z - x$. I begge tilfælde er p og q primiske. Vi får nu henholdsvis

$$2pq(p^2 + q^2) = \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{y}{2}\right)^2 \\ (2y)^2 \end{array} \right. \quad (4)$$

i alle fald et kvadrattal. Men p og q kan ikke begge være ulige, for da giver $p^2 + q^2$ resten 2 ved division med 8, og så kan $2(p^2 + q^2)$ ikke være et kvadrattal. Derfor har p og q forskellig paritet. Da (4) er symmetrisk i p og q , kan vi antage, at p er et lige tal. Så må vi kunne finde r , s og t , så at

$$2p = r^2, \quad q = s^2, \quad p^2 + q^2 = t^2$$

Den sidste ligning er jo Pythagoras, så ifølge Euklid har vi to tal, u og v , så at

$$p = 2uv \quad q = u^2 - v^2 \quad t = u^2 + v^2$$

Da $r^2 = 2p = 4uv$ må u og v hver for sig være kvadrattal, $u = z_1^2$ og $v = x_1^2$. Altså får vi med $s = y_1$ af $q = s^2$ og $q = u^2 - v^2$, at

$$y_1^2 = z_1^4 - x_1^4$$

Med andre ord, en ny løsning til (3), men med $z_1 < z$. Da vi jo ikke kan blive ved med at finde mindre løsninger med positive hele tal, kan der ikke eksistere nogen løsninger overhovedet.

Denne form for induktionsbevis skyldes netop Fermat, som kaldte den *descente infinie*, (uendelig nedstigen), og er i virkeligheden hans største bidrag til matematikken.

Langt større end de resultater, Fermat fandt ved dens hjælp!

Euler kendte ikke brevet til Carcavi, men nok descente infinie! Da han ville vise Fermats sætning for $n = 4$, fandt han på en anden generalisation. Læg mærke til, at den lille generalisation i (3) er en væsentlig hjælp. For at få et induktionsbevis til at fungere, er det nødvendigt, at sætningen er stærk nok til at bære induktionsslutningen. Havde vi kun haft Fermats oprindelige form, (1), ville vi have sluttet for lidt. Tilsvarende gælder for Eulers nok så elegante bevis.

EULERS SÆTNING. *Der findes ikke hele positive tal, x , y og z , som opfylder ligningen:*

$$x^4 + y^4 = z^2 \quad (5)$$

BEVIS: Antag, at vi har en løsning med parvis primiske tal. Af Euklids sætning anvendt på (3) får vi, at der findes p og q , så $x^2 = 2pq$, $y^2 = p^2 - q^2$ og $z = p^2 + q^2$. Af

$$p^2 = y^2 + q^2$$

får vi igen fra Euklid, at der findes s og t , så $p = s^2 + t^2$, $y = s^2 - t^2$ og $q = 2st$. Altså er

$$x^2 = 2pq = 2(s^2 + t^2)2st$$

som kan deles med 4 til

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 = st(s^2 + t^2)$$

De tre faktorer er parvis primiske, så de er hver for sig kvadrattal. Altså, $s = x_1^2$, $t = y_1^2$ og $s^2 + t^2 = z_1^2$. Tilsammen fås:

$$x_1^4 + y_1^4 = z_1^2$$

Og da $z_1 < z$ følger sætningen ved descente infinie.

Selv om Fermats sidste sætning nu er "trivialiseret," så er der stadig håb for den geniale amatør. Wiles' uendeligt lange og komplicerede bevis, der bruger alt, hvad man kunne tænke sig, og endnu mere, som man aldrig havde drømt om i den sammenhæng, efterlyser et kort elegant bevis i stil med Fermats og Eulers. Helt analogt til det meget mindre eksempel, 4-farveproblemet, hvis løsning afhang af en umådeholden brug af computeranalyser. Man efterlyser stadig et overbevisende enkelt ræsonnement, der bare rammer sømmet på hovedet.

I Fermats tilfælde vil romantikerne sige: Vi mangler at genopdage hans eget ræsonnement. Det "virkeligt forunderlige bevis," der blot var lidt for stort til at stå i marginen! Selv for $n = 3$ er Fermats bevis en uløst gåde. Eulers bevis involverer komplekse tal på en måde, der næppe var til Fermats rådighed. Så der er håb for amatører, der kan genfinde Fermats eget bevis for $n = 3$ og dermed måske nøglen til den almindelige sætning.

Edwards High Vacuum Turbomolekularpumper

- ★ 4 basistyper
- ★ High Power DC-motor
- ★ 40 flangevarianter

- ★ Ny EXT E økonomiversion
- ★ 17 modeller
- ★ Lavt støj- og vibrationsniveau






Edwards High Vacuum er en af verdens førende producenter af vakuum-pumper og -udstyr. Den nye EXT E version gør det nu muligt at anskaffe en Turbomolekular Vakuumpumpe til en fornuftig pris. Kan køles enten med luft eller vand, og kan styres af den normale EXC350 og EXC500 Turbo-kontroller. Edwards High Vacuum er også Dry Pumps, Diff. Pumps, Vakuum måleinstrumenter, Frysetørningsanlæg og På-dampningsanlæg.

Ring for yderligere oplysninger!

Marielundvej 36
2730 Herlev
4291 75 11

Buch & Holm A/S

Computersimulering af fluktuerende flader i bløde materialer

John Hjort Ipsen og Claus Jeppesen, Fysisk Kemisk Institut, DTH (FKI) og
Materials Research Laboratory, Santa Barbara (USA)

Bløde materials fysik

De bløde, våde, slimede eller bløvrede substanser har været lidt upåagtede blandt fysikere, skønt disse materialer nok er de mest nærværende i vores daglige liv. Der kan bredt peges på sammensætningen af alle former for fødevarer, kosmetiske og farmakologiske produkter, kolloida og kæledyr. Interessen for karakterisering af disse former af den kondenserede fase, som ofte benævnes "bløde materialer", har dog været støt stigende igennem de sidste 30 år. Dette hænger sammen med udviklingen af nye eksperimentelle teknikker og nye teoretiske begrebsdannelser og angrebsvinkler. Arbejder af den franske fysiker P.-G. de Gennes, som modtog nobelprisen i fysik i 1991 for teoretisk arbejde med "bløde materialer", har spillet en stor rolle for udviklingen af dette område. I de senere år har adskillige af de mest fremtrædende statistiske fysikere bidraget til området, og der opbygges eksperimentelle faciliteter overalt i Verden til studiet af "bløde materialer". De eksperimentelle resultater og konsekvenserne af de relevante statistiske mekaniske modeller er ofte vanskelige at fortolke. Her er de hurtige computere kommet til at spille en nøglerolle, dels som teoretikerens uundværlige "eksperimentelle" udstyr, dels i brobyggeriet imellem eksperimenter og teori for "bløde materialer".

Karakteristisk for de bløde systemer er, at termiske fluktuationer og termiske "renormaliseringseffekter" spiller en stor rolle i forståelsen af disse systemers termodynamik. Det betyder, at en analytisk statistisk mekanisk behandling af molekylære vekselvirkningsmodeller for disse systemer i almindelighed er vanskelig. Blandt undtagelserne kan nævnes simple polymersystemer, hvor teknikker fra enkeltpartikel kvantemekanik og teorien for Brownske bevægelser med held er blevet anvendt. Det er dog en formildende omstændighed for beskrivelsen af de stærkt fluktuerende systemer, at de ofte udviser fælles træk, dvs. at, tilstandsligninger og korrelationsfunktioner kan karakteriseres ved potenslove og en række kritiske eksponenter. Som et simpelt eksempel kan nævnes, at for en polymer i god opløsning gælder den simple scalingsammenhæng imellem polymerens udstrækning R og antallet af byggesten, monomerer, N :

$$R \propto N^\nu \quad (1)$$

hvor $\nu \approx 0.6$ for lineære polymere, og $\nu \approx 0.5$ for forgrenede polymerer, såkaldte stjerneformede polymerer¹.

Når en scalingrelation af denne type kan etableres, er det udtryk for, at der er langtrækkende korrela-

tioner i systemet, og at der er basis for en lang række generelle udsagn om systemet, som ikke afhænger af detaljerne i den mikroskopiske struktur. Scalingteori er især blevet udviklet i forbindelse med beskrivelsen af kritiske fænomener, og denne teori etablerer et sprog til beskrivelsen af fluktuerende, vekselvirkende systemer. Der er ikke mulighed for at beregne værdier af scalingeksponenter indenfor denne fænomnologiske ramme. I teorien for kritiske fænomener er der udviklet slagkraftige approximative, analytiske teknikker til bestemmelse af kritiske eksponenter på basis af mikroskopiske vekselvirkningsmodeller, f.eks. renormaliseringsgruppeteori og højtemperatur-rækkeudvikling.

Disse metoder kan kun i begrænset omfang anvendes på realistiske modeller for "bløde materialer". Vor viden om den statistiske mekanik for "bløde materialer" er derfor i høj grad baseret på numeriske metoder, ikke mindst Monte Carlo simulering, som i princippet kan yde en præcis beregning af tilstandssummer og korrelationsfunktioner for endelige statistiske systemer.

Monte Carlo simuleringer er derfor velegnet til etablering af scalingrelationer. Desuden kan Monte Carlo simuleringer give information om systemernes mikrostruktur og dynamik.

På FKI er der startet en aktivitet omkring numerisk analyse af en særlig gruppe af modeller for "bløde materialer": de termiske fluktuerende flader. Indsatsen er i første omgang rettet imod forståelse af fluktuerende fladers scalingegenskaber, og hovedværktøjet i arbejdet er moderne, hurtige computere.

Termisk fluktuerende flader

Termisk fluktuerende flader er af relevans for et væld af bløde systemer. De optræder i almindelige fænomener som befugtning og tørring, som vi bl.a. ser realiseret hver morgen i badeværelset, emulgering af koeksisterende faser, som indgår som en vigtig bestanddel i kokekunsten, eller mikroemulsioner, velkendt fra kosmetiske cremer. Biologiske membraner udgør systemer af fluktuerende flader, som bør have vor særlige bevågenhed, idet deres unikke materialemæssige egenskaber er blandt de fundamentale forudsætninger for den kolosale strukturelle diversitet i de biologiske systemer. En membran er kun stabil i vandige omgivelser. Den kan beskrives som en bimolekylær flade af tykkelse 30-40 Å, hvilket er forsvindende i forhold til membranens lineære udstrækning på 0.1-100 µm.



Figur 1. Ligevægtskonfiguration for membran med $\kappa = 0$



Figur 2. Ligevægtskonfiguration for membran med $\kappa \neq 0$

Det har været kendt i 20 år, at en række simple biologiske membraner, heriblandt de røde blodlegemers membran, er velbeskrevet ved hjælp af en potentiel energi funktion, som let afkortet kan skrives:

$$\mathcal{H} = \gamma A + \frac{\kappa}{2} \int dA \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} - \frac{2}{r_0} \right)^2 \quad (2)$$

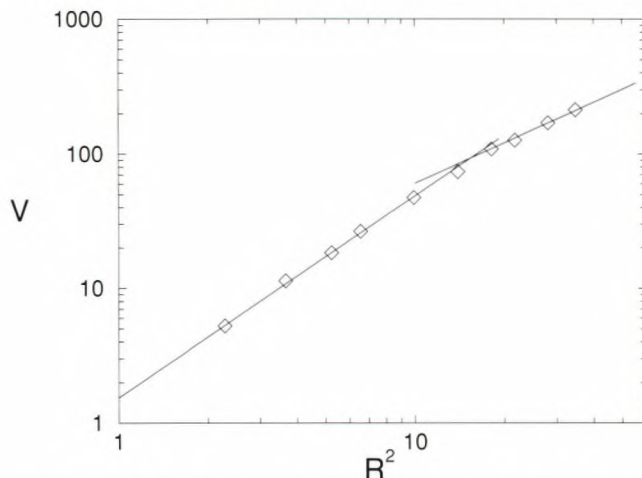
Integrationerne i (2) udføres over arealet A af den lukkede membran. r_1 og r_2 er de lokale principale krumnings-radier, mens r_0 er den "spontane krumnings-radius", som er nødvendig i beskrivelsen, hvis de to sider af membranen ikke er ækvivalente. Det kan f.eks. være forårsaget af en forskellig molekylær sammensætning. For lipidmembraner er overfladespændingen γ forsvindende lille, idet lipid molekylerne er uopløselige i vandfasen. Bøjningsstivheden κ er således den eneste relevante materialekonstant for en korrekt beskrivelse af membrankonformationer ifølge denne teori. Hertil kommer de bånd, som forholdet imellem areal og volumen lægger på systemet, og endelig det forhold at membranen ikke gennemskærer sig selv (ekskluderet volumen effekten). De seneste års forskning på området tyder dog på, at den relevante energifunktion til beskrivelsen af membrankonformation er lidt mere kompliceret end beskrevet i (2)⁷. Effekten af termiske fluktuationer på konformationen af en membran involverer beregning af tilstandssummen:

$$Z = \int d\vec{X} \exp \left(- \frac{\mathcal{H}(\vec{X}) + \mathcal{H}_{SAS}(\vec{X})}{k_B T} \right) \quad (3)$$

$\mathcal{H}_{SAS}$ repræsenterer ekskluderet volumen effekten, således at membranen ikke er selv gennemskærende. Integrationen i (3) foretages over alle mulige realiseringer af membrankonformationer. For at kunne foretage en numerisk behandling af (3) kræver det en diskretisering af modellen. En standard procedure i statistisk mekanik ville være at definere en to-dimensional gitterstruktur, hvor hver gitterposition tilskrives en lokal position af fladen⁵. Fladens "molekyler" ville da sidde i en fast nærmeste nabo struktur, som i en krystal, velegnet til traditionel supercomputing. Membraner er imidlertid flydende, således at de forskellige membrankomponenter kan diffundere frit imellem hinanden. Dette viser sig at være helt afgørende for en korrekt beskrivelse af membraners termodynamik². En måde at løse dette problem på er at repræsentere membranen ved et kludetæppe af trekanter og udføre integrationen i (3) som en sum over positionerne af trekanternes vinkelspidser og derefter summere over alle mulige triangulariseringer. Sådanne procedurer er velkendte fra computersimulering af fluid dynamik, ved simulering af diskretiserede modeller for kvantegravitation⁸ og i andre sammenhænge som involverer en koordinatinvariant beskrivelse⁹.

Som et eksempel vises nogle resultater for en flydende membran med en fast topologi som en kugleflade. Et "snapshot" af membranen i en typisk ligevægtskonfiguration for $\kappa = 0$ er fremstillet i figur 1. Den fremstår som et system af tynde rør, som dog kan deformeres til en kugleflade. Denne struktur har i middel

karakter af en forgrenet polymer med $V \propto N \propto R^2$. Det viser sig at være en helt generel opførsel for flydende flader med ekskluderet volumen effekt. I figur 2 er vist en ligevægtskonfiguration for en membran med $\kappa \neq 0$. Strukturen her er også forgrenet, men tykkelsen af rørene er større karakteriseret ved en "persistence length" $\xi_p(\kappa)^{3,4}$. En nærmere diskussion af den numeriske bestemmelse af $\xi_p(\kappa)$ kan findes i ⁶. Figur 3 viser volumen versus membranudstrækning for en række arealer N for et valg af $\kappa \neq 0$. Det følger at små systemer med $R < \xi_p$ optræder som kompakte objekter med $V \propto R^3$, mens for $R > \xi_p$ går membranen kontinuert over i stjernepolymerlignende konfigurationer.



Figur 3. Dobbeltlogaritmisk plot af V versus R for $\kappa \neq 0$. De indlagte linier svarer til $V \propto R^3$ og $V \propto R^2$.

Det må forventes, at computersimulering af flydende membraner er et område, som står over for en rivende udvikling, bl.a. som følge af, at computerteknologien er ved at gøre det muligt at studere biologiske membranpro-

cesser som er knyttet til membrankonformation, f.eks. intracellulær transport. Traditionelle supercomputere synes dog ikke umiddelbart at have nogen plads i dette felt. Det skyldes, at membranens fluiditet kræver at gitterstrukturen konstant opdateres, samt at der er ikke-lokale ekskluderet volumen effekter, hvilket gør det meget vanskeligt at foretage en opdeling af problemet så der er nogen særlig gevinst ved parallelprocessering eller vektorisering af Monte Carlo proceduren. Fremtidens supercomputere til simulering af flydende flader må derfor ventes at blive endnu hurtigere skalære maskiner.

Referencer:

- 1) de Gennes, P.G. (1979) *Scaling Concepts in Polymer Sciences* Cornell Univ. Press, Ithaca, New York.
- 2) Cates, M. (1985) Phys. Lett. **161B**, 363.
- 3) Helfrich, W. (1973) Z. Naturforsch. **28c**, 693
- 4) de Gennes, P.G. (1982) J. Phys. Chem., **86**, 2294
- 5) Kantor, Y., Kardar, M., Nelson, D.R. (1987) Phys. Rev. A **35**, 3056
- 6) Jeppesen, C. and Ipsen, J.H. (1993) FKI-preprint.
- 7) Miao, L., Fourcade, B., Rao, M., Wortis, M., Zia, R.K.P. (1991) Phys. Rev. A **43**, 6843.
- 8) Armbjørn, J., Durhuus, B., Frölich, J. (1985) Nucl. Phys. B **257**, 295.
- 9) *Lecture Notes in Physics* **238** ed.: Fritts, M.J., Crowley, W.P., Treast, H. Springer Verlag Berlin, Heidelberg 1985.



John Hjort Ipsen Ph.D. i fysik fra DTH, hvor han i øjeblikket arbejder indenfor forskningsrådene statistisk mekanik, computersimulering, membraner og polymerer.



Claus Jeppesen Ph.D. i fysik fra DTH (1992) på en afhandling om computersimulering af bløde og hårde faste stoffer. Fra 1992 postdoc på et nyoprettet center for bløde materialer under Materials Research Laboratory i Santa Barbara, USA.

NKT's Forskerpris i Fysik 1993



Predrag Cvitanović modtager NKT's forskerpris i fysik 1993 af nobelpristager Ben Mottelson.

NKT's Forskerpris i Fysik 1993 blev tildelt Carlsberg forskningsprofessor, Predrag Cvitanović, som siden 1978 har arbejdet ved Niels Bohr Institutet, hvor han har nået markante resultater i sit arbejde med kaosteorier.

Prisen, der er på 100.000 kr, blev overrakt den 18. maj ved Dansk Fysisk Selskabs forårsmøde i Rødby. Forskerprisen uddeles hvert andet år af Dansk Fysisk Selskab til en fysiker og hvert andet år af Kemisk Forening til en kemiker.

Predrag Cvitanović er født i Kroatien, men gennemførte sit studium i fysik dels ved MIT og dels ved Cornell University i USA. Han kom til Danmark første gang i 1978 som Research Associate ved Niels Bohr Institut og NORDITA og fik senere en mere permanent tilknytning først som Carlsberg fellow og siden som Carlsberg forskningsprofessor.

Prismodtagerens foredrag

Efter overrækkelsen holdt Predrag Cvitanović et foredrag. I modsætning til tidligere år, hvor prismodtagerne, med større eller mindre held, har forsøgt at redegøre for deres seneste forskning, bestod Predrag Cvitanovićs foredrag hovedsageligt af et indlæg i debatten om rammer og baggrund for banebrydende forskning. Dette isprængt farverige eksempler fra prismodtagerens trængsler i løbet af karrieren.

KVANT gengiver her de dele af foredraget, der diskuterer veje og rammer for grundforskningen:

"Jeg er meget rørt over, at Dansk Fysisk Selskab har valgt mig som modtager af NKT's Forskerpris i Fysik 1993. Personligt fortjener jeg slet ikke den ære - Jeg opfatter det nærmere som Selskabets ønske om at anerkende og stimulere forskning i nogle af de nye retninger inden for fysik. Retninger, der lige upræcist beskrives med betegnelser som "komplekse systemers fysik", "ikke-lineær fysik" eller "kaos".

"...Den forskning, som ligger til grund for prisuddelingen, har som nævnt foruroligende vage betegnelser. Og det eneste forhold, som journalister normalt synes at tilegne sig ud fra vores forsøg på at forklare essensen i emnet, er det faktum, at vejret er uforudsigeligt. I de senere år er vi kommet under et egentligt pres for at præsentere os selv som en veldefineret gruppe med en klart defineret mission, og omtrent hver anden måned producerer vi endnu en ny rapport eller bevillingsansøgning, hvor vi forklarer ikke-lineær forsknings unikke betydning inklusive en femårs plan med problemer, som vi lover at løse osv."

"I forsøget på, at hjælpe med skabelsen af et godt miljø for vores unge forskere har også jeg været tvunget til at gruble over måder, hvorpå man kan få så meget som muligt ud af de begrænsede midler, der stilles til rådighed for grundforskning. Og det er meget naturligt, at en måde har været at ansøge forskningsprogrammer med skarpt definerede mål. Jeg forstår godt, hvorfor dette er måden at støtte f.eks. DNA sekvensering eller en geologisk undersøgelse. En plan er også meget nødvendig, hvis man skal bygge en komponent til en accelerator, der skal kunne fungere ti år fremme. Selv i min egen forskning kan jeg i bakspejlet skelne langtidsplaner.

"Ved at fokusere på planlægning og på korttids virkninger - såsom antal citationer eller antal af inviterede foredrag - mener jeg, vi ofte taber essensen og glemmer, hvorfor folk over hovedet dyrker videnskab og hvad det egentlig er, de gør."

"Jeg er selvfølgelig klar over, at forskellige mennesker vil have forskellig drivkraft, og de forskellige aspekter af forskning kræver også forskellige strategier. Så det, jeg vil sige, angår måske kun en lille del af os - men jeg mener, at for en brøkdel af vores ressourcer bør vi kaste forsigtigheden fra os og satse på at støtte nogle få mennesker med uklare mål, men med en stærk fascination af den fysiske verdens fænomener."

"Fysik forstået som "naturens filosofi" adskiller sig fra mere vanskelige emner - såsom ingeniørvidenskab eller medicin - på den måde, at en fysiker kun ejer en "metode", men ikke et "emne". Selvom vi er meget bevidste om, at naturen byder på problemer, der både er meget vanskeligere og mere fascinerende end f.eks. udredningen af atomkernernes struktur, så vælger vi blandt de interessante emner netop dem, vi håber at kunne løse med vores værktøj. Og hvis vi har succes, gør vi ikke engang det. Så opdager vi helt nye universer af opgaver, som ingen før havde drømt om. Og nogle gange i denne proces opnår vi evnen til at forklare hidtil ubegribelige spørgsmål - og måske ændre på hele den måde, vi opfatter tingene. Det er for sådanne magiske øjeblikke, samfundet betaler os, og det er det, vi skal gøre. Jeg tror på, at samfundet er bedre tjent med at lade fysikere satse, lade dem have perioder, hvor de ligger brak, og lade dem følge deres intuition i spørgsmål, hvor de føler, de måske finder guld. Hellere det end at belønne dem for at opretholde

en høj håndværkskvalitet inden for deres snævre ekspert område. Og vi må på en eller anden måde gøre det klart for vore studenter, at det IKKE forventes af dem, at de gør deres PhD projekt til en livslang beskæftigelse. Men at det kun er en øvelse, der kvalificerer dem til optagelse i "klubben", og at de senere bør efterforske hvad som helst, de mener er vigtigt. Men vi gør dette nærmest umuligt ved at opdele vore akademiske strukturer i en uendelighed af små og skarpt opdelte indsatsområder. Tag f.eks. Grundforskningsfondens nye astrofysiske center. Kan det støtte en astronom, hvis interesser har ændret sig i retning af at forstå de grundlæggende principper i visual cortex? Ud fra kontrakten kan det ikke - og sandsynligvis vil det heller ikke gøre det. Men samtidig ved vi alle, at man ikke kan få fornuft ud af data for milliarder af stjerner eller milliarder af partikler i accelerator kollisioner, hvis ikke vi tænker i fuldstændig nye veje."

"Jeg er godt klar over, at sådanne højtflyvende forslag er kontroversielle - hvilken garanti har vi for, at sådanne folk faktisk vil udrette noget som helst? Er vores universiteter ikke allerede fyldt op med dødt træ? Jeg vil gerne bidrage til debatten ved at henvise til den forskningskarriere, som jeg ved mest om, nemlig min egen. Og ud fra den kan jeg sige, at i bakspejlet vil næsten alt det, jeg direkte har fået penge for at gøre, sandsynligvis ikke være af blivende interesse. Og det er inklusive en stor del af det, der er nævnt i indstillingen til forskerprisen. Til gengæld har det vist sig, at de resultater jeg har opnået ved siden

af - fordi jeg syntes det var sjovt - på langt sigt har vist sig at være de eneste af blivende værdi...."

"Hvad jeg har indset fra mine "sidespring" er, at i det mindste for nogle fysikere vil det at forfølge et specifikt projekt kunne være uproduktivt. I mit eget tilfælde kom de fleste ting af blivende værdi altså fra aktiviteter, jeg ikke var ansat til. Mens jeg var post doc var dette fuldstændig "misbrug" af tid. Senere blev det gjort muligt af NORDI-TAs beskyttende skal."

"Og nu som konsekvens af den uventede succes af en af disse private fornøjelser, sidder jeg som en bidronning og forsøger at styre kaos-forskningen på Niels Bohr Institutet. Så min drøm er altså, at vi skal dedikere en væsentlig del af vores forskningsressourcer til den risikofyldte opgave det er, at udvælge nogle få mænd og kvinder, som virkelig elsker at drive videnskab og så lade dem gøre fuldstændig hvad, deres næse siger dem. Hertil har vi ikke brug for Centre. Vi har brug for et godt bredt institut. Og når jeg siger "nogle få mænd og kvinder", så mener jeg virkelig de bedste, vi kan finde. Tænk på alle de videnskabsfolk, der har givet væsentlige bidrag i København: Bohr, Heisenberg, Hevesy, Klein, Landau, Møller, Gamow, Franck, Dirac, Rosenfeld, Kramers, Nishina, Casimir,... Danmark er et lille land - fysik er et fælles menneskeligt anliggende - og hvis vi opretholder vores meget specielle tradition, så kan vi beholde fysikken her stærk og spændende. Dette og intet andet vil tiltrække de bedste studenter til fysik....."

Abonnement på KVANT

koster 135 kr for en årgang og vil blive opkrævet pr. giro. Nye abonnenter vil modtage eventuelle tidligere numre af den løbende årgang. Medlemmer af Dansk Fysisk Selskab og Selskabet for Naturlærens Udbredelse vil modtage bladet som et medlemsblad.

Hvis du mener at du har abonnement, men ikke får bladet - har du nok glemt at melde flytning af bladet hos dit lokale postkontor, eller måske har du ikke betalt. Bemærk at flytning af KVANT skal meddeles postvæsenet eksplicit!

Abonnement tegnes ved at skrive til

Lene Körner, Matematisk Insitut, Universitetsparken 5, 2100 København Ø