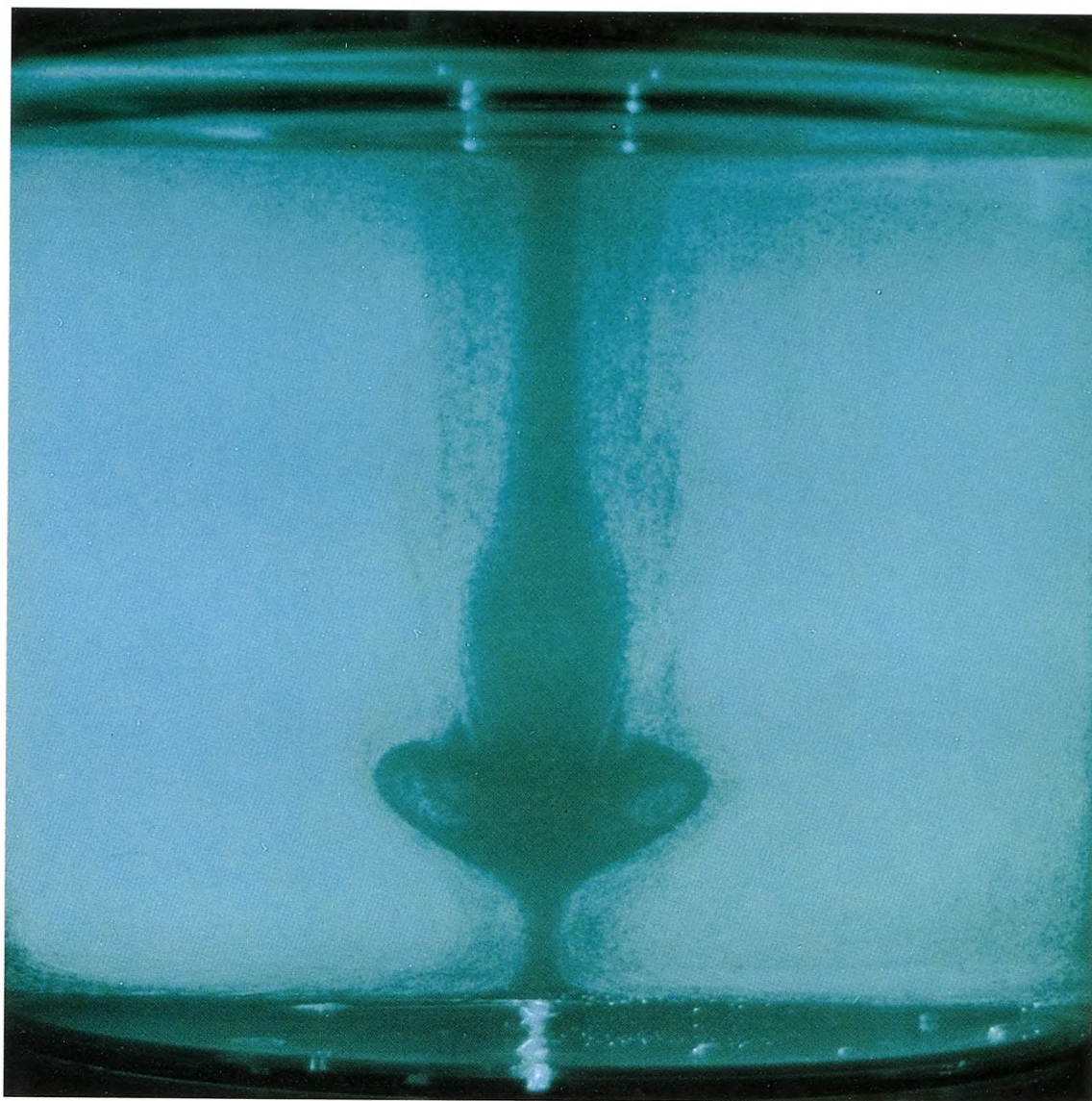


KVANT December 1993 4

Fysisk Tidsskrift

4. årgang



KAOS I KVANT • KEMISK TURBULENS • HVIRVLER OG SAMMENBRUD • KAOS I BIOLOGI
FRAKTAL DIMENSION • FIGENTRÆETS SUSEN • 2D-SELVORGANISERING

LØSSALGSPRIS: 35 KR

KVANT

Fysisk Tidsskrift

c/o Ørsted Laboratoriet
Niels Bohr Institutet
Universitetsparken 5
DK-2100 København Ø

Telefax : 35 32 04 60
E-mail : kvant@nbivax.nbi.dk
Giro : 5 84 31 46

Udgives af

Dansk
Fysisk
Selskab



Selskabet for
Naturlærens
Udbredelse



Redaktion

Mads Hammerich (ansv.)
Rungsted Gymnasium
Jørgen Friis Bak
Naturvidenskabeligt fakultet, ÅU
Jørn Christiansen
Torsten Freltoft (annoncer)
NKT Research Centre
Mogens Esrom Larsen
Matematisk Institut, KU
Finn Berg Rasmussen
Ørsted Laboratoriet, KU
Ove Østergaard
Silkeborg Amtsgymnasium

KVANT udkommer 4 gange årligt og er medlemsblad for de udgivende selskaber.
Abonnementspris: 135 kr/år (i Danmark).

Annoncepriser

1/1 side	3000 kr
1/2 side	1600 kr
1/4 side	1000 kr
Farvetillæg	1800 kr

Priserne er excl. moms og gælder for reproklart materiale. Henvendelser om annoncer til Torsten Freltoft, NKT Research Centre, telefon 43 48 35 69, telefax 43 63 00 99.

Oplag: 2000

Tryk: P.J.Schmidt, Vojens

ISSN 0905-8893

Indhold:

Kaos og turbulens i kemiske reaktionssystemer

P.G.Sørensen, P.Alstrøm, F.Hynne og T.Bohr 3

Forfatterne diskuterer "kemisk turbulens" og bringer en opskrift på en oscillerende kemisk reaktion.

Instabilitet af hvirvler

J.N. Sørensen 9

Hvirvler er enten blevet opfattet som en ren og pæn rotation, eller som noget turbulent mismask. Et smukt eksperiment, der også kan simuleres på maskine, tillader studier af dynamikken i hvirveldannelse og sammenbrud.

Kaos i Biologi

Lars Folke Olsen og Hans Degn 13

Hvad redaktøren ikke vidste: Den første eksperimentelle erkendelse af kaos, skete på biologiske forsøg. Nu ses kaos i flere og flere systemer. Fra biokemi til mæslingeepidemier.

Meddelelser fra Dansk Fysisk selskab

Årsmødevarsling, kandidatopstilling, Netværket, indmeldelse, laser94, Ph.D kursusreferat. Midtersiderne

Dimension

Mogens Esrom Larsen 18

Historien bag den fraktale dimension

Hør Figentræets Susen.

Bo Christiansen, Mogens T. Levinsen og Jun Zhang 21

Gør det selv – siderne. Hvordan man bygger det simpleste elektriske kredsløb der på veldefineret vis går i kaos. (Sædvanligvis sker det jo helt af sig selv.)

Turbulens og selvorganisering i 2-D systemer

Jens-Peter Lynov og Jens Juul Rasmussen 24

Store langlivede hvirvelstrukturer, giver Jupiter sin skønhed og bringer flysikkerheden i fare. Forfatterne studerer den slags strukturer i todimensionale systemer.

Forsiden:

"Kagedåseforsøget. Se artiklen side 9. Et hvirvelsammenbrud på centerhvirvlen. Hvirvlen står i en plexiglas cylinder med roterende låg. De lysende områder er pollen der belyses med en laser. Hvirvlen transporterer normalt væske fra bunden og op til låget. Men i de to områder i hvirvelsammenbruddet sker der lokal tilbagestrømning.

Bagsiden:

"Takens faseplot" af O_2 koncentrationen i et eksperiment med oxidase-peroxidase reaktionen. Farven angiver den hastighed, hvormed plotpunktet bevæger sig rundt på den kaotiske attraktor. Hatigheden stiger fra rødt til violet. Se artiklen side 13.

Kaos i KVANT

Kaos er blevet et modeord. "Kaosteori omstyrter den sædvanlige fysik", kan vi læse i aviser og ugeblade. "Et paradigmeskift i naturvidenskaben" meddeles det fra de mere intellektuelle af slagsen. Den videnskabelige helt i "Jurassic Park" er naturligvis "Kaosforsker" - før i tiden var de altid "Atomfysikere".

Fysikerne selv er delte i deres reaktioner. Nogle ser en spændende ny udvikling, mens andre betragter det som, "gammel vin på nye flasker". Kaos-revolutionens styrke - dens generelle karakter og dens påkaldelse af alt fra stjerner og atomkerner til lasere og bakterier - gør det vanskeligt at placere den og får mange til at reagere med den for fysikere så karakteristiske skepsis.

I dette temanummer har vi forsøgt at samle en buket af artikler om emner, hvori kaos indgår på en vigtig måde. Meningen er at give nogle glimt af, hvad der foregår i Danmark på dette område. Men lad os slå fast med det samme: det er langt fra noget forsøg på et samlet billede. Områder som kvantekaos, meteorologi, dynamiske fronter eller cellulære automater, som alle studeres aktivt herhjemme er end ikke berørt. Vi har forsøgt, med nærværende udvalg, at vise bredden, både

indholdsmæssigt og geografisk - udover at præsentere eksempler på spændende og iderig videnskab. Vi håber at disse artikler kan være startskuddet, så vi kan bringe flere artikler fra dette store område i kommende udgaver af KVANT.

"Kaosforskningen" er en naturlig udløber af den moderne fysik. Der er tale om en videreførelse af århundrede-gamle tankespor, hjulpet af nye ideer, slagkraftige computere og avanceret eksperimentelt udstyr - selvom nogle af disse tankespor har ligget i dvale i årtier. Turbulens har været kendt længe og er vel det kaotiske fænomen, som har været studeret mest indgående. Af artiklerne her i bladet kan man se, hvordan man nu fokuserer på nye aspekter ved turbulente tilstande (opførsel i 2 dimensioner, transport af partikler, koherente strukturer, Lyapunov eksponenter) og finder analoge fænomener på helt andre områder, som kemiske reaktioner. Og for dem, som tror fysikerne var først med kaos, eller at Danmark ikke var med fra begyndelsen, kan vi anbefale artiklen *Kaos i Biologi*.

Tomas Bohr og Mads Hammerich.



"Nu snakker Alstøm fraktaler igen!"

*APD er
så sikre
på sine
kryo-pumper...*

*der ydes
3 års
garanti.*



APD tilbyder nu den længste garantitid inden for kryo-pumpe-industrien... tre år... dobbelt så lang tid som nogen andre. De teknologiske fordele ved APD's kompressorer, som er specielt designet til helium, kombineret med APD's service- og garanti-pakke, gør APD's kryo-pumper til de bedste, der findes.

Det simple design giver problemfri drift og let markedsservice. APD's driftssikkerhed har stået sin prøve... igen og igen. Mere end 2000 apparater har været på markedet i en periode på 4 til 5 år, og **kun eet eneste** har vist defekter.

Derfor, hvis De foretrækker sikkerhed fremfor driftsproblemer, så ring til:



AAGE CHRISTENSEN A/S
INGENIØR- OG HANDELSVIRKSOMHED

SKELMOSEVEJ 10
DK-2500 VALBY

TELEFON 45 36 44 24 44
TELEFAX 45 36 44 20 24

Kaos og turbulens i kemiske reaktionssystemer.

Preben Graae Sørensen, Preben Alstrøm, Finn Hynne og Tomas Bohr
Center for Chaos and Turbulence Studies, CATS



Figur 1. a) Spiralbølger i en tidlig dannelsesfase af en cellekoloni af svampen *Dictyostelium discoideum* (af C. Weijer og F. Siegert, München). Mønsteret dannes i en fase af svampens livscyklus hvor cellerne samler sig for at danne et frugtlegete. Bevægelsen af cellerne koordineres ved kemotaksi med en mekanisme, der i sin effekt ligner det kemiske Belousov-Zhabotinsky system. (b) Bunden tilstand af spiralbølger i den komplekse Ginzburg-Landau ligning med parametrene $(\alpha, \beta) = (1.6, 0)$. Farven viser realværdien af A .

Kaos og turbulens er eksempler på komplekse fænomener, som i de senere år er blevet studeret med stort udbytte. Komplexitet forbinder vi nok mest med levende organismer. Men forbavsende nok kan man observere fænomener af næsten biologisk kompleksitet selv i simple fysiske eller kemiske systemer. Et eksempel på noget sådant kan ses på figur 1. Venstre billede viser spiralstrukturer, som er dannet af en cellulær slimsvamp under dens omdannelse fra en amøbe til et sporedannende frugtlegete, medens billedet til højre viser en næsten identisk spiralstruktur fra en simulation af en simpel reaktions-diffusionsligning, den såkaldte *Ginzburg-Landau ligning*. Denne ligning, som spiller en central rolle i det følgende har været anvendt til beskrivelse af fænomener i en lang række helt forskellige systemer fra flydende krystaller og lasere til kemiske reaktioner.

Svingende kemiske reaktioner

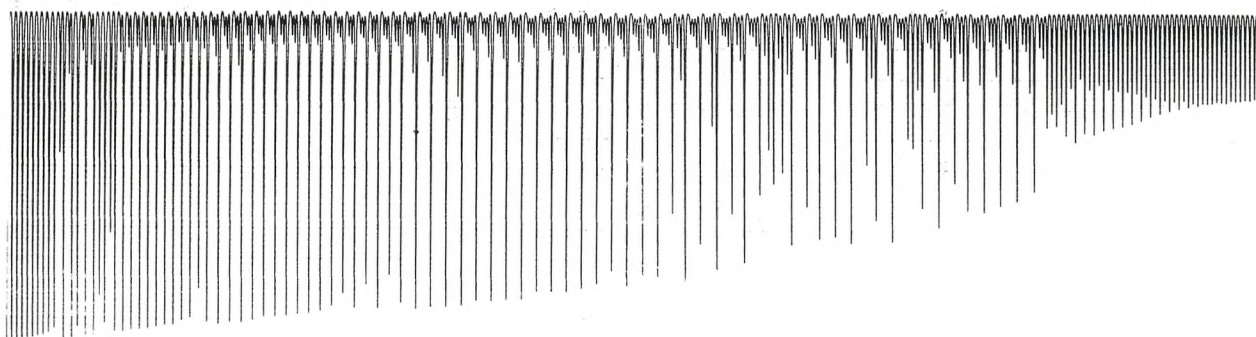
I 1950'erne fandt russeren Belousov ved et tilfælde en kemisk reaktion hvor koncentrationerne af de reagerende stoffer svinger som funktioner af tiden. Dette fænomen var på den tid så overraskende, at hans artikel om opdagelsen blev nægtet optagelse i et tidsskrift med den begrundelse, at iagttagelserne var umulige og måtte skyldes forsøgsfejl: sådan kunne kemiske reaktioner ikke forløbe!

Belousovs arbejde blev aldrig offentliggjort selv om han brugte seks år på omhyggeligt at efterprøve sine resultater og sikre, at svingningerne virkelig skyldes de kemiske reaktioner: hans reviderede manuskript blev forkastet med den begrundelse, at det nu var for langt.

Belousovs opdagelse blev kun publiceret som en kort notits i en obskur konferencerapport om strålingsmedicin, men arbejdet blev videreført af hans landsmand Zhabotinsky, og reaktionen går nu under navnet Belousov-Zhabotinsky (BZ) reaktionen. Vi skal beskrive nogle resultater for denne reaktion i det følgende.

Ved enhver kemisk reaktion omdannes nogle stoffer til andre, og det tidslige forløb kan beskrives ved at man angiver, hvordan koncentrationerne ændres med tiden. Dette forløb er bestemt ved et sæt differentiaalligninger, de kinetiske ligninger. Et eksempel for den nævnte BZ-reaktion er givet i Boxen "BZ mekanismen".

En kemisk reaktion er fundamentalt set en lokal proces. Hvis den overlades til sig selv, kan molekulære fluktuationer udvikle sig, så koncentrationerne varierer i rummet. Disse variationer vil typisk forblive små, men for visse, såkaldt autokatalytiske, reaktioner kan små rumlige koncentrationsforskelle lokalt forstærkes af den kemiske reaktion, så der udvikles rumlige mønstre. Her spiller også diffusionen af de reagerende stoffer en vigtig rolle og man



Figur 2. Simple og komplekse (kaotiske) svingninger af koncentrationen af Ce^{4+} i den homogene (omrørte) Belousov-Zhabotinsky reaktion i et lukket system. De forskellige typer af svingninger optræder også i åbne systemer, hvor der tilføres reaktanter og fjernes overskydende reaktionsblanding, og her kan de enkelte typer fortsætte i det uendelige. For eksempel kan man i åbne systemer have periodiske svingninger og kaotiske svingninger og man kan have veldefinerede overgange mellem forskellige svingningstyper, bifurkationer. Svingninger i lukkede systemer, som de viste, kan tilnærmelsesvis beskrives ved begreber hentet fra de permanente svingninger af åbne systemer. Således kan man naturligt tale om dæmpede periodiske svingninger (som altså ikke er strengt periodiske), og tidslige overgange mellem forskellige svingningstyper kan forstås som bifurkationer.

kalder dem *reaktions-diffusionssystemer*.

Mønstre i reaktions-diffusionssystemer, som f.eks. langsomt roterende spiraler (Fig.1) kan være stabile over lang tid. Men lukkede systemer vil altid ende i den termodynamiske ligevægtstilstand. Imidlertid ændres svingningerne så langsomt, at systemets dynamik meget vel kan studeres på et lukket system. For eksempel har vi for et homogent system set mere end 1000 svingninger, som varede over 12 timer.

Kemisk kaos

En kemisk reaktionssystem kan holdes homogent ved omrøring. I figur 2 er vist et eksempel på svingninger i Belousov-Zhabotinsky reaktionen i et homogent system. Man ser at svingningsmønstret langsomt ændrer sig fra store regelmæssige svingninger gennem en "periodefordobling" til svingninger med to maksima per periode og videre gennem en tilsvarende svingning med tre maksima per periode til en fase med rent aperiodiske svingninger. Forløbet afsluttes med en omvendt periodefordobling tilbage til små regelmæssige svingninger. Den langsomme ændring af svingningsmønstret sker fordi en af koncentrationerne d (se Boxen "BZ mekanismen") aftager langsomt selv om den er næsten konstant under en enkelt svingning. Eksperimentet kan bedst beskrives som svingninger i v, x, y og z med d som en langsomt aftagende "bifurkationsparameter" og med w, h og b konstante. Fortsættes eksperimentet udover det, der er vist i figur 2, forsvinder de simple oscillationer gennem en (omvendt) såkaldt "Hopf bifurkation", som vi nu vil beskrive.

Kemisk turbulens

En af de mest almindelig forekommende overgange eller *bifurkationer* i reaktions-diffusionssystemer er *Hopf-bifurkation*. Her skifter systemet tidslig karakter - fra et *fikspunkt*, hvor alle koncentrationerne er konstante, til en *grænsecykel*, hvor koncentrationerne oscillerer. Man

kan teoretisk vise, at kemiske systemer, der undergår en Hopf-bifurkation, tæt ved overgangen kan beskrives ved den såkaldte "komplekse Ginzburg-Landau ligning",

$$\dot{A} = \mu A - (1 + i\alpha)|A|^2 A + (1 + i\beta)\nabla^2 A. \quad (1)$$

Det er en ulineær partiel differentialligning for et komplekst felt $A = |A|e^{i\phi}$, en slags rumligt og tidsligt varierende "ordensparameter" *a la* Landau. Vi kigger altså alene efter overgangen fra stilstand til svingning og $A(\vec{r}, t)$ beskriver den lokale amplitude og fase af oscillationen. *Bifurkationsparameteren* μ bestemmer om vi er over ($\mu > 0$) eller under ($\mu < 0$) Hopf-bifurkationen. Parametrene α og β er reelle tal, som har at gøre med hhv. hvordan grænsecyklens frekvens afhænger af de konstante koncentrationer, og de forskellige reaktanters diffusivitet.

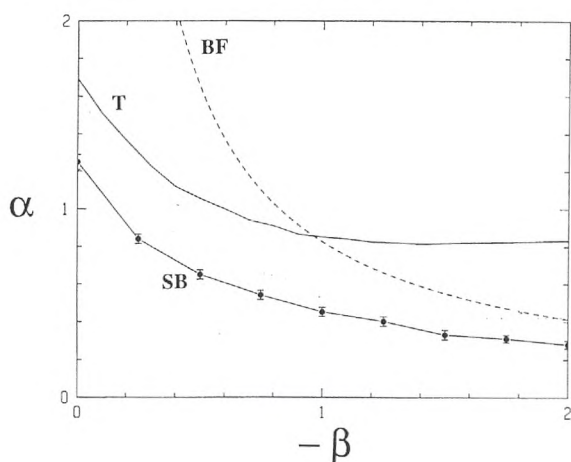
Når det kemiske system omrøres, er A den samme i hele systemet: alle dele følges ad i en kohærent svingning. Løsningerne af (1) har altså ingen rumlig variation, og kan findes ved at se bort fra sidste led ($\nabla^2 A = 0$). Herved får man løsningerne $A = 0$ (stabil for $\mu < 0$) samt $A = \sqrt{\mu}e^{-i\alpha\mu t}$ (stabil for $\mu > 0$).

Hvad nu, hvis vi tillader rumlige variationer - hvis vi stopper omrøringen, mens svingningen er igang (for $\mu > 0$)? Er denne grænsecykel så stadig stabil? Kan de forskellige dele af systemet holde trit? Eller vil systemet miste sin kohærens, så A også varierer rumligt? Figur 3a viser hvad der kan ske når BZ-reaktanter lades urørt i en petriskål; det er tydeligt, at inhomogeniteter kan opstå, og et fascinerende komplekst mønster dannes.

For den komplekse Ginzburg-Landau ligning (1) kan stabiliteten undersøges ved lineær analyse omkring grænsecyklen $A = \sqrt{\mu}e^{-i\alpha\mu t}$, hvori små rumlige og tidslige perturbationer tillades. Derved finder man at den er stabil så længe parametrene α og β opfylder $1 + \alpha\beta > 0$. I modsat fald er den ustabil. Hvad der sker når grænsecyklen bliver ustabil, kan ses på figur 3b, hvor vi har vist realværdien af A . Ud over et generelt virvar ser man tydeligt nogle simple strukturer, nemlig *spiralbølger*,

som vi fortalte om ovenfor. Karakteristisk for dem er, at faseændringen langs en lukket kurve, der indeholder netop ét spiralcentrum, ikke er 0, men $\pm 2\pi$. Spiralbølger optræder dog ikke kun når den homogene grænsecykel er ustabil (dvs. for $1 + \alpha\beta < 0$). Ligninger som (1) har ikke nødvendigvis nogen entydig tilstand for et givet parametervalg - typisk vil der være mange, og langtidsopførslen afhænger derfor af begyndelsestilstanden.

Tilstandene vist i figur 3 ændrer sig hele tiden. Spiralpar annihileres og nye spiralpar opstår spontant, mens de bevæger sig rundt i kompliceret vekselvirkning med de andre. En numerisk beregning viser, at dynamikken er *kaotisk*. Hvis vi nemlig følger den dynamiske udvikling af to kopier af den samme tilstand, der kun afviger fra hinanden ved en lille forskel i A (måske kun på ét sted), opdager vi, at disse to tilstande fjerner sig *eksponentielt* fra hinanden, som tiden går. Med andre ord har systemet (mindst) én positiv *Lyapunov eksponent*. Da de forskellige dele tydeligvis er ude af trit er der faktisk masser af positive Lyapunov eksponenter, et antal, der er proportionalt med systemets areal. Derfor kalder vi sådanne tilstande *turbulente*¹.



Figur 5. Stabilitetsdiagram for Ginzburg-Landau ligningen³. Parameterværdierne $(\alpha, \beta) = (0.3, -1.4)$ er angivet ved et kryds.

Vil denne turbulente dynamik fortsætte i det uendelige? Ikke nødvendigvis. Det blev fornylig vist² at sådanne systemer har mange bundne tilstande og ofte vil dynamikken ende der. Figur 4a-c viser, hvad der kan ske³. Spiralcentrene ses tydeligt som prikker. Efter en lang turbulent udvikling, hvis statistiske egenskaber ikke synes at ændres med tiden, begynder pludselig nogle af spiralerne at vokse på bekostning af de andre. Når en spiral først har fået armene viklet flere gange rundt om sig er det svært for de andre at komme den til livs, da de først må vikle den ud igen. De små spiraler skubbes eferhånden ud og de store deler pladsen mellem sig i det statiske "netværk" vist i figur 4c.

På figur 5 viser vi, hvordan systemet opfører sig for givne parametre α, β . Linien markeret BF er grænsen for

lineær stabilitet for den homogene grænsecykel: $1 + \alpha\beta = 0$. De to andre linier markerer overgangen til turbulens på følgende måde: Over den nederste (markeret som SB) findes kaotiske tilstande, men de er *transiente* og ender før eller siden i indviklede bundne tilstande som den i figur 4c. Når vi nærmer os den øverste linie (markeret som T) bliver transienttiden meget lang og over denne linie er den tilsyneladende uendelig: den turbulente tilstand vil fortsætte i al evighed. Bemærk at denne linie skærer stabilitetslinien BF : overgangen til turbulens kan ske både før og efter at den homogene grænsecykel bliver ustabil.

Eksperimenter

Eksperimentelt kan vi bestemme parametrene α og β ved målinger på et homogent system (hvis diffusionskonstanterne for de reagerende stoffer er kendt). Dette gøres ved at finde specielle perturbationer, som midlertidigt stopper svingningerne. Herved kan vi kortlægge systemets opførsel tæt ved Hopfbifurkationen, hvor svingningen starter⁴. Der er vide muligheder for at variere α og β ved at variere begyndelseskoncentrationerne af de reagerende stoffer (a, b, c, og h i boxen "BZ-mekanismen"). På grund af modellens ufuldkommenhed kan vi dog ikke direkte bestemme α og β fra denne, men er nødt til at prøve os frem. Det er på denne måde lykkedes at finde et system med $(\alpha, \beta) = (0.3, -1.4)$, hvilket, som man kan se på Fig. 5, er ganske tæt ved overgangen til turbulens. De turbulente tilstande, som vi ser i Fig. 3b, er endnu ikke påvist eksperimentelt, men vi nærmer os!

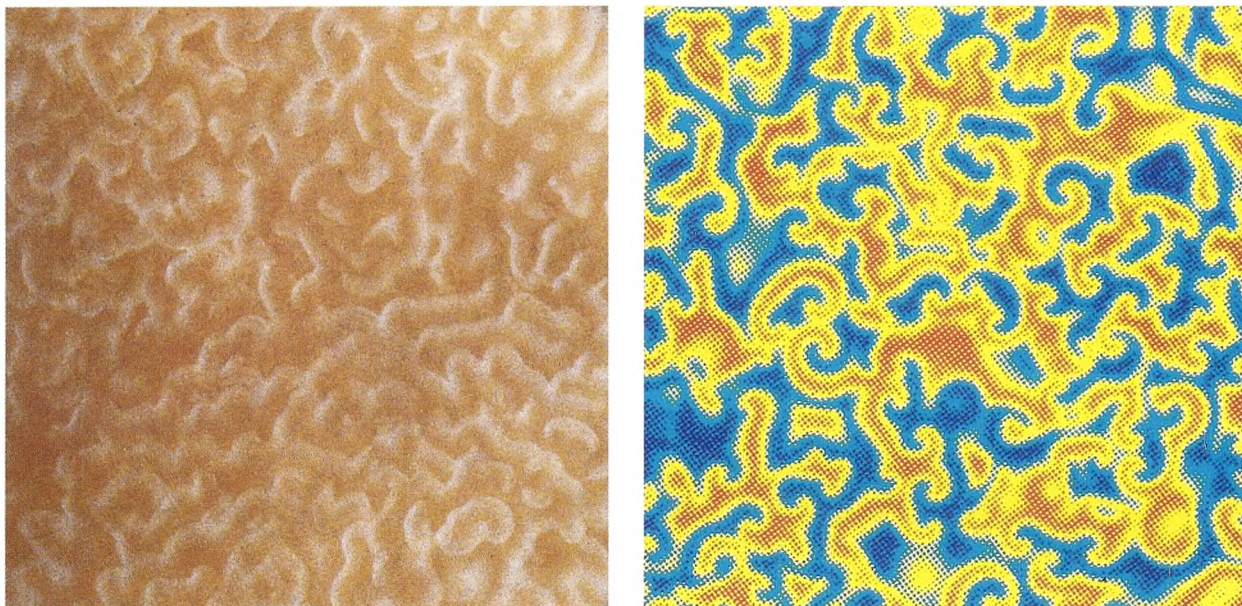
BZ-mekanismen

Belousov-Zhabotinsky (BZ) reaktionen er en af de mest studerede oscillerende reaktioner. Den udmærker sig ved at være relativt nem at arbejde med og kan fungere ved stuetemperatur.

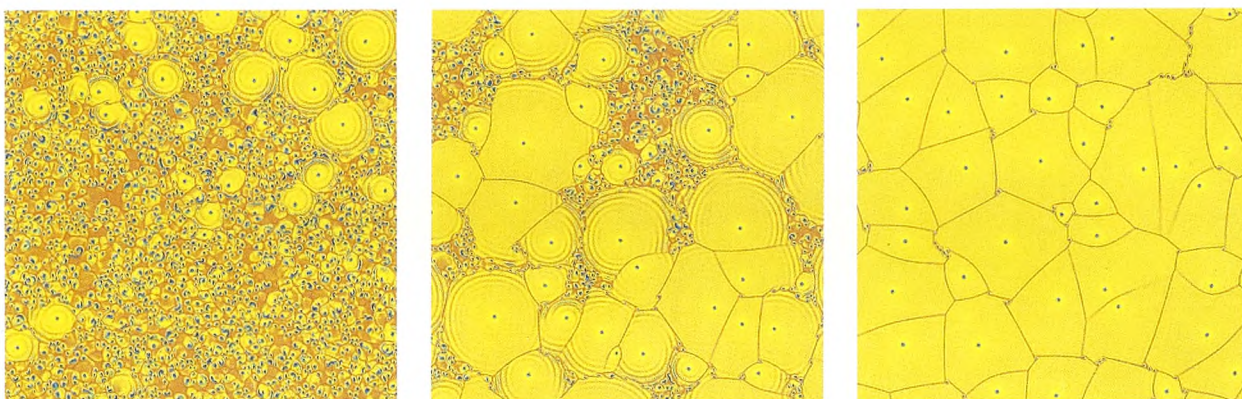
Reaktionsligninger	Hastighedsudtryk
$2H+B+D+Y \rightarrow V+X$	$v_1 = k_1 h^2 b d y$
$H+2B+X+Y \rightarrow 2W+2V$	$v_2 = k_2 h b^2 x y$
$B+2X \rightarrow W+H+D+V$	$v_3 = k_3 b x^2$
$3H+D+2C+X \rightarrow 2Z+2X$	$v_4 = k_4 h^3 d c^2 x$
$V+Z \rightarrow C+Y+prod.$	$v_5 = k_5 v z$
$B+Z \rightarrow prod.$	$v_6 = k_6 b z$
$V \rightarrow prod.$	$v_7 = k_7 v$

Tabel 1. Den forenklede BZ reaktion. Store bogstaver er kemiske specier. Små bogstaver er deres koncentrationer. prod. er diverse oxidationsprodukter som er uden betydning for reaktionsforløbet.

En fuldstændig model indeholder 30 forskellige kemiske stoffer og 97 reaktioner. I tabel 1 viser vi en betydeligt simplificeret model som kvantitativt kan beskrive en del observationer af de simple oscillationer men (ligesom den fuldstændige model) kun kvalitativt kan gøre rede for komplekse fænomener som periodefordoblinger og kaos.



Figur 3. (a) Komplexst inhomogent mønster dannet ved BZ-reaktionen i en petriskål. (b) Kemisk turbulens simuleret ved den komplekse Ginzburg-Landau ligning med $(\alpha, \beta) = (1.9, 0)$. Vist er realværdien af A .



Figur 4. Sekvens, der viser $|A|$ i nukleation fra kemisk turbulens til en bunden tilstand af spiralbølger $(\alpha, \beta) = (0.8, -1)$.

Symbol	Specie	Koncentration med værdi i typisk BZ (mol/l)	
W	H ₂ O	w	55
H	H ⁺	h	1
B	Ma	b	0.44
D	BrO ₃ ⁻	d	0.062
C	Ce ³⁺	c	0.001
V	BrMa	v	0.001
X	HBrO ₂	x	1×10^{-7}
Y	Br ⁻	y	2×10^{-6}
Z	Ce ⁴⁺	z	8×10^{-6}

Tabel 2: Specier og koncentrationer i BZ. Ma er malonsyre og BrMa er brommalonsyre.

Da kemiske reaktioner omsætter omtrent lige mange molekyler af reaktanter og produkter, kan specier der kun

findes i små koncentrationer procentuelt variere voldsomt uden at koncentrationerne af de stoffer der findes i store koncentrationer ændres nævneværdigt. Det ses at x, y og z er betydeligt mindre end koncentrationerne af resten af stofferne, og disse er tilstrækkelige til at beskrive de basale svingninger. For de mere komplekse (f.eks. kaotiske) svingninger må man også tage hensyn til variabelen v . Det synes derfor rimeligt at basere en simplificeret model på at det kun er disse fire koncentrationer der ændres medens koncentrationerne af resten af specierne betragtes som værende konstante. c vil heller ikke ændre sig langt væk fra den angivne værdi da mængden af Ce er bevaret og $c + z$ derfor konstant. Med v, x, y og z som eneste dynamiske variable bliver de tilhørende kinetiske differentialligninger

$$\begin{aligned}
\dot{v} &= h_1 y + 2h_2 xy + h_3 x^2 - h_5 vz - h_7 v \\
\dot{x} &= h_1 y - h_2 xy - 2h_3 x^2 + h_4 x \\
\dot{y} &= -h_1 y - h_2 xy + h_5 vz \\
\dot{z} &= 2h_4 x - h_5 vz - h_6 z
\end{aligned}$$

hvor de konstante parametre $h_1 \dots h_7$ afhænger af hastighedskonstanterne $k_1 \dots k_7$ samt de konstante koncentrationer w, h, b, a og c ved følgende udtryk

$$\begin{aligned}
h_1 &= k_1 h^2 b d & h_2 &= k_2 h b^2 \\
h_3 &= k_3 b & h_4 &= k_4 h^3 d c^2 \\
h_5 &= k_5 & h_6 &= k_6 b \\
h_7 &= k_7
\end{aligned}$$

Numerisk integration af modellen med følgende parametre vil give et reaktionforløb der kvalitativt svarer til det der er vist i figur 2.

$$\begin{aligned}
k_1 &= 4.55 \text{M}^{-4} \text{s}^{-1} & k_2 &= 3 \times 10^7 \text{M}^{-4} \text{s}^{-1} \\
k_3 &= 6.82 \times 10^3 \text{M}^{-2} \text{s}^{-1} & k_4 &= 4.2 \times 10^3 \text{M}^{-2} \text{s}^{-1} \\
k_5 &= 30 \text{M}^{-1} \text{s}^{-1} & k_6 &= 0.25 \text{s}^{-1} \\
k_7 &= 7.1 \times 10^{-4} \text{s}^{-1} & h &= 1 \text{M} \\
b &= 0.44 \text{M} & d &= 0.115 \text{M} \\
c &= 0.001 \text{M}
\end{aligned}$$

Opskrift på forsøg med kemiske bølger

En række eksperimenter med spiraler beskrevet i en artikel af A.T. Winfree⁵.

Den følgende reaktion hører til klassen af BZ reaktioner, selvom den ikke indeholder cerium. Istedet bruges et jernkompleks som katalysator og indikator for oxidations-tilstanden.

Der fremstilles tre stamopløsninger.

A: 10g Kaliumbromat opløses i 134ml vand hvorefter der langsomt og forsigtigt tilsættes 4ml koncentreret svovlsyre. Brug beskyttelsesbriller da der sker en kraftig varmeudvikling ved tilsætning af svovlsyren med risiko for syrestenk.

B: 2g Kaliumbromid opløses i 20ml vand.

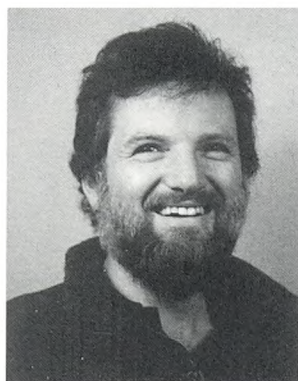
C: 2g Malonsyre opløses i 20ml vand.

Som katalysator/indikator bruges en opløsning af Ferroun for eksempel 1,10 phenanthroline ferrous sulphate-complex solution 0.025M fra BDH (produktnummer 21056).

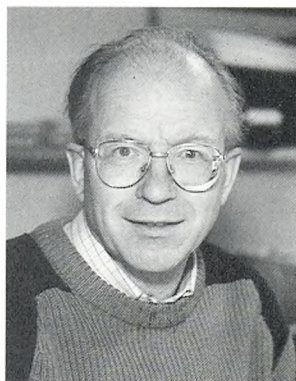
Disse tre opløsninger er næsten ubegrænset holdbare. Umiddelbart før forsøgets udførelse blandes i en kolbe 12 dele A med 1 del B. Væsken farves brun af brom og der tilsættes hurtigt 2 dele C. Kolben forsynes med prop for at undgå udslip af brom og man venter til den brune farve er helt forsvundet. Denne reaktionsblanding er holdbar i nogle timer. Til et forsøg med bølger hældes reaktionsblanding i en petriskål så lagtykkelsen bliver 1-2mm og der tilsættes katalysator svarende til 1/20 af rumfanget af reaktionsblandingen. Regelmæssige svingninger kan ses i et bægerglas under omrøring ved at tilsætte katalysator svarende til 1/100 af reaktionsblandings rumfang. Reaktionsbetingelserne kan ændres ved at variere blandingsforholdene lidt. Transient kaos som vist i figur 2 eksisterer normalt kun i et ganske snævert interval af reaktionsbetingelser, og kan kun observeres ved meget omhyggelig kontrol af reaktionsbetingelser, omrøring og temperatur.

Referencer:

- 1) For en generel introduktion til kaos og turbulens, se f.eks. T.Bohr, *Bevægelsens uberegnelige skønhed*, Gyldendal 1992.
- 2) T. Bohr, M. H. Jensen, A. W. Pedersen og D. Rand, in *New Trends in Nonlinear Dynamics and Pattern Forming Phenomena*, ed. P. Couillet og P. Huerre (Plenum 1989).
- 3) G. Huber, P. Alstrøm og T. Bohr, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 2380 (1992).
- 4) F. Hynne og P. G. Sørensen, *Phys. Rev. E* (1993).
- 5) A.T. Winfree *Science* **175**, 634 (1972)



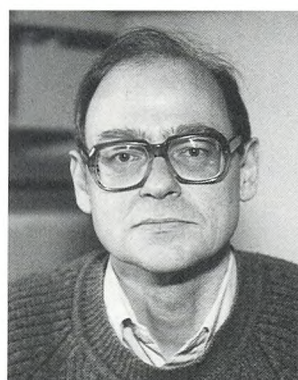
Tomas Bohr, lic.scient, er forskningslektor ved NBI. Forskningsområder: Kaos, turbulens, statistisk mekanik.



Preben Graae Sørensen cand.scient i kemi, 1966. Siden 1972 har han undersøgt oscillerende kemiske reaktioner ved Kemisk Institut på Københavns Universitet.



Preben Alstrøm, lic.scient, forskningslektor ved NBI. Forskningsområder: Statistisk fysik, samt faststoffysik og hydrodynamik, med vægt på kritiske fænomener og faseovergange, mønsterdannelse og instabiliteter.



Finn Hynne dr.scient, lektor ved Kemisk Institut, Københavns Universitet. Arbejder med oscillationer, kaos og turbulens i kemiske reaktionssystemer.

MODERNE VAKUUMTEKNIK TIL FORSKNING OG INDUSTRI



ALCATEL 2-trins pumpe succes giver uændrede priser i 1993.

Type	Kapacitet m ³ h ⁻¹ nominel/Pneurop	Sluttryk hPa (mbar) partial/total/+gasballast	Pris kr. excl. moms
2002	2,0 / 1,7	<2x10 ⁻³ / <5x10 ⁻³ / <2x10 ⁻²	8.075,-
2005	5,4 / 4,8	<1x10 ⁻⁴ / <2x10 ⁻³ / <1x10 ⁻²	12.550,-
2010	9,7 / 8,5	<1x10 ⁻⁴ / <2x10 ⁻³ / <1x10 ⁻²	14.500,-
2015	15,0 / 12,5	<1x10 ⁻⁴ / <2x10 ⁻³ / <1x10 ⁻²	15.850,-
2021	20,7 / 16,5	<1x10 ⁻⁴ / <2x10 ⁻³ / <1x10 ⁻²	19.450,-
2033	35,0 / 30,0	<1x10 ⁻⁴ / <3x10 ⁻³ / <6x10 ⁻³	25.500,-
2063	65,0 / 60,0	<2x10 ⁻⁴ / <3x10 ⁻³ / <6x10 ⁻³	39.650,-
2100	120,0 / 105,0	<2x10 ⁻⁴ / <3x10 ⁻³ / <6x10 ⁻³	83.775,-

* robuste * tryksmurte * støjsvage * indbygningsvenlige * specialudførelser for korrosive gasser * reservedele og service i DK.

ALLE FORMER FOR OLIEFRI & OLIESMURTE ROTATIONSVAKUUMPUMPER • FEDTSMURTE TURBOMOLEKULAR- SPIRO- & HYBRIDPUMPER • DIFFUSIONS- & CRYOPUMPER • VAKUUMMÅLEINSTRUMENTER, VENTILER, HV & UHV FITTINGS • HELIUMLÆKSØGERE & MASSESPEKTROMETRE • SPUTTER- ELEKTRONKANON- & ÆTSEANLÆG • RF & HV STRØMFORSYNINGER • RUSTFRI SPECIALKAMRE & DELE • OMBYGNING AF VAKUUMANLÆG

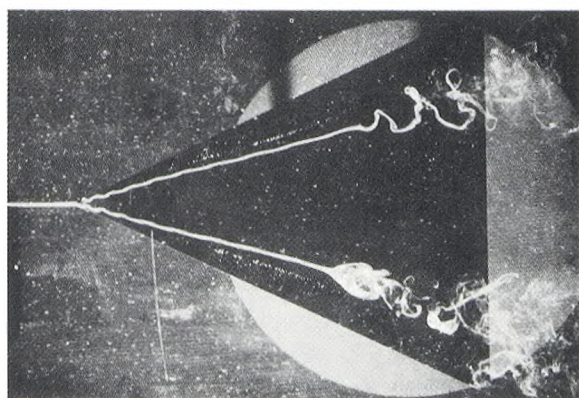
WENZEL VAKUUM TEKNIK APS NYBROVEJ 283 DK-2800 LYNGBY TLF 45 87 97 35
SHOWROOM, SERVICE, LAGER NYBROVEJ 193 BIL 30 42 63 00 FAX 45 93 32 93

Instabilitet af hvirvler

J.N. Sørensen

Afdelingen for Fluid Mekanik, Danmarks Tekniske Højskole

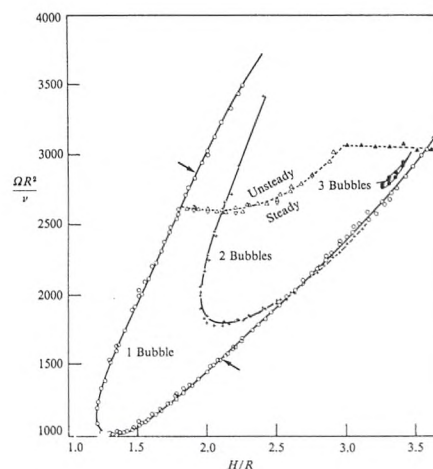
Hvirvelstrømninger kan iagttages både i vores nære dagligdag, når vi fx lukker vandet ud af badekarret eller rører skeen rundt i kaffekoppen, og i naturen, som fx skyumper eller tornadoer drevet af en kombination af jordens rotation og solens opvarmning. Det er vanskeligt at give en fuldt dækkende definition af en hvirvel, idet det er en samlet betegnelse for en række fænomener, der alle har det til fælles, at en samling af væske- eller gaspartikler roterer omkring et fælles centrum. Studiet af roterende strømninger og hermed af hvirvler interessant af flere årsager. For det første er mange aerodynamiske og industrielle strømninger domineret af rotation, hvorfor en dækkende beskrivelse er nødvendig ved design af fx flyvinger eller turbiner. En anden og måske væsentligere årsag er, at roterende strømninger udviser en række egenskaber, som gør dem væsensforskellige fra ikke-roterende strømninger. Et af de mest interessante fænomener, der kan optræde i forbindelse med roterende strømninger, er det såkaldte hvirvelsammenbrud eller vortex breakdown (VB).



Figur 1. To typer af hvirvelsammenbrud iagttaget ved et modelforsøg på en deltavinge

De første observationer af VB blev i slutningen af 50'erne fundet i kølvandet på deltavinger med stor indfaldsvinkel. En deltavinge er den trekantede vinge, der udgør den bærende flade på fx et jettfly. På figur 1 er vist en reproduktion af et foto af Lambourne og Bryer (1962), som viser strømningsmønstret i kølvandet på en deltavinge. Vingen er her installeret i en vandtunnel, og strømmingen er visualiseret ved at sprøjte et farvestof ind ved vingspidsen. Ved at placere vingeplanet således, at det har en indfaldsvinkel i forhold til strømningsretningen, dannes der et undertryk på oversiden og et overtryk på undersiden af vingen. Dette giver anledning til, at vandet ved vingens sider suges fra underside til overside. Herved dannes der to hvirvler, som starter ved vingspidsen og følger strømmingen langs profilets overside. I forsøget er

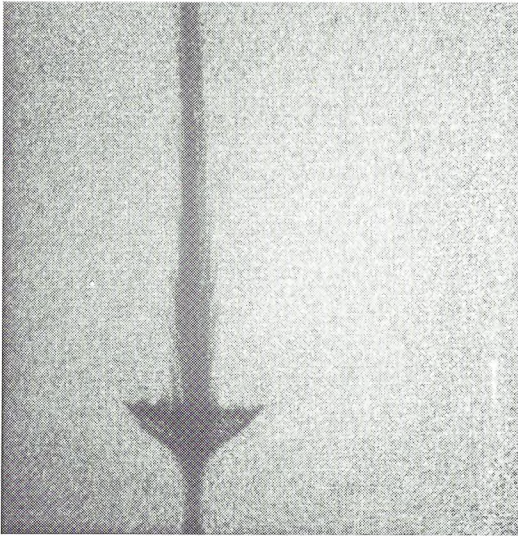
farvestoffet injiceret, så det netop rammer vingspidsen og herved koncentrerer i de to hvirvelkerner. Dette giver et visuelt indtryk af hvirvelstrukturen, som på fotoet kan ses som de lyse områder. Hvis vi følger de to hvirvel-linjer, ses at de fra vingspidsen forløber jævnt og glat det første stykke, hvorefter de pludselig bliver udsat for voldsomme forstyrrelser. Den øverste hvirvel går over i et spiralformet mønster, mens den nederste former en boblestruktur. Disse strukturer ses ydeligere nedstrøms at fluktuere for endelig at danne turbulens. Det vi ser her, er to former for VB, det spiralformede og det bobleformede. En fænomenologisk definition på VB kan fx formuleres som "en pludselig dannelse af et stagnationspunkt på en hvirvelakse efterfulgt af en ekspanderet strømflade indeholdende områder med tilbagestrømning".



Figur 2. Fasediagram for hvirvlen i kagedåseforsøg. Antallet af hvirvelsammenbrud er vist som funktion af sideforholdet og Reynoldstallet

Et hvirvelsammenbrud deler altid strømmen i to områder. Opstrøms stagnationspunktet består den indkommende strømning af en hvirvelkerne indesluttet i en rotationsfri ydre strømning. Strømmingen er her laminar, og ændringer i aksialretningen er små. Omkring selve breakdown området er strømmingen karakteriseret ved hurtige ændringer i aksial retning, resulterende i dannelsen af et stagnationspunkt med efterfølgende tilbagestrømning. Umiddelbart nedstrøms dette område fluktuere strømmingen med en typisk længdeskala svarende til størrelsen af hvirvelkernen, hvorefter en ny hvirvelstruktur med en ekspanderet kerne sætter ind. Strømmingen slår her over til fuld turbulens og antager karakter svarende til strømmingen i kølvandet på et fast legeme.

Ved visse industrielle anvendelser er VB en ønsket effekt, mens det i andre tilfælde er en uønsket, men uundgåelig, bieffekt. For eksempel bevirker VB af rand-hvirvlerne i kølvandet på flyvinger at vingen ikke bærer så godt, mens det for eksempel i forbrændingskamre udnyttes til at danne en stabil flamme, hvor luft og brændstof blandes i området med tilbagestrømning. Af andre eksempler på industrielle strømninger, hvor VB kan spille en betydelig rolle, kan f.eks. nævnes strømmingen i aksial turbiner, kompressorer og separations cykloner. Endelig kan nævnes, at der i naturen optræder en række hvirvelstrømninger, som f.eks. tornadoer, skypumper og cykloner, som kan antage VB.



Figur 3. Hvirvlen i vores kagedåseforsøg ved et Reynoldstal på 2800. Hvirvelsammenbruddet oscillerer op og ned ad akse.

VB har været genstand for mange undersøgelser siden det første gang blev observeret, og flere forklaringsmodeller har været foreslået. Disse kan i princippet kategoriseres i tre grupper. **Kritisk tilstand teorien** opfatter VB som en omslagszone, der adskiller to områder med forskellig opførsel. Opstrøms breakdown'et optræder der en overkritisk strømning, der ikke tillader bølger at bevæge sig yderligere opstrøms, mens strømmingen nedstrøms er underkritisk, og derfor tillader bølger at bevæge sig både opstrøms og nedstrøms. Dette resulterer i, at bølgefænomener vil akkumuleres ved omslagsområdet og herved fremtræde som VB. **Parallellen til grænselagsseparation:** Hvis vi betragter en isoleret hvirvel og ser bort fra friktion, kan man vise, at den radiære trykgradient netop udbalanceres af centrifugalkraften. Da denne er proportional med kvadratet på rotationshastigheden, vil rotationen via trykgradienten søge at presse strømfladerne væk fra hvirvlens centerakse. Dette ses som en opsvulmen af hvirvelkernen, som i sin yderste konsekvens vil kunne resultere i dannelsen af et stagnationspunkt med efterfølgende tilbagestrømning. **Teorien for hydrodynamisk instabilitet** betragter VB som en konsekvens af, at visse hvirveltyper er ustabile overfor ydre forstyrrelser. Ved at overlejlre den indkommende

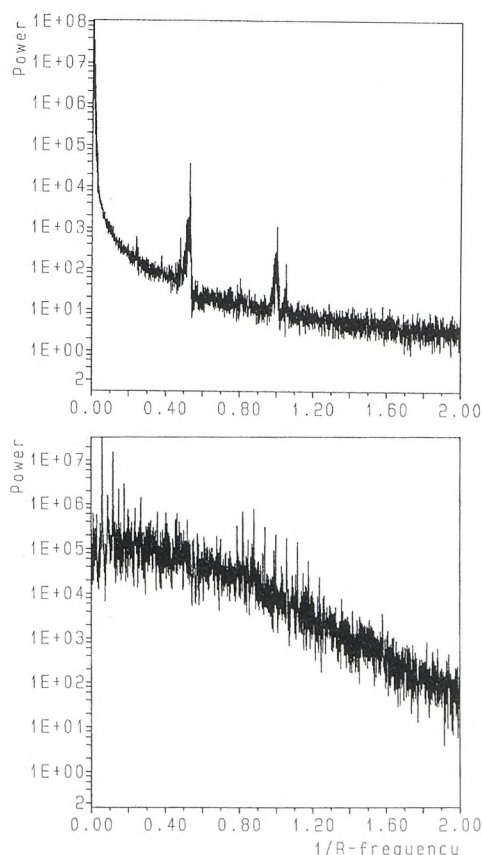
strømning med infinitesimal forstyrrelser analyserer man, hvorvidt forstyrrelserne vil dø ud eller forstærkes nedstrøms.

Kagedåseeksperimenter med VB

Generelt gælder, at alle de ovennævnte forklaringsmodeller beskriver væsentlige aspekter af VB, men at ingen af dem er istand til fuldt at forklare de komplicerede strømningsforløb, der ledsager VB. Siden de første observationer af VB har der været foretaget en række forsøg, hvor VB er frembragt under kontrollerede omstændigheder. Det væsentlige her er at frembringe en hvirvel, der på en simpel måde kan justeres til at antage VB. En sådan forsøgsopstilling kan fx konstrueres ved at fylde en lukket cylindrisk beholder med en væske og lade dens øverste endevæg rotere med konstant vinkelhastighed. Grænselaget, der klæber til det roterende låg, bringes af centrifugalkraftens henimod cylinderens ydervæg. På ydervæggen vil strømmingen yderligere tvinges nedad i en spiralformet bevægelse mod cylinderens bund. Når en væskepartikel rammer den stationære bund, vil den tvinges henimod cylinderaksen. På grund af bevarelse af masse og bevægelsesmængdemoment vil tangentialhastigheden stige, og langs cylinderens centerakse vil der dannes en koncentreret hvirvel mellem cylinderens bund og top. Strømmingen kan beskrives eentydigt ved to modelparametre: Sideforholdet, λ , som angiver forholdet mellem cylinderens højde og radius, og Reynoldstallet, som her er defineret som det roterende lågs vinkelhastighed gange med kvadratet på dets radius divideret med væskens kinematiske viskositet, $Re = \Omega R^2 / \nu$. Ved at variere disse to parametre kan man kontrollere centerhvirvlen og herved studere dens dynamiske adfærd og eventuelle VB. Ved systematisk at variere parametrene viste Marcel Escudier (1984), at der for sideforhold større end 1.2 kan optræde VB på centerhvirvlen med op til tre distinkte recirkulerende områder. Et summarisk gengivelse af Escudier's arbejde er vist på fig. 2, hvor domæner med et, to og tre separationsbobler er tegnet op på et (λ, Re) diagram. Formålet med dette arbejde var at vise, at VB kan optræde fuldt aksesymmetrisk og stationært.

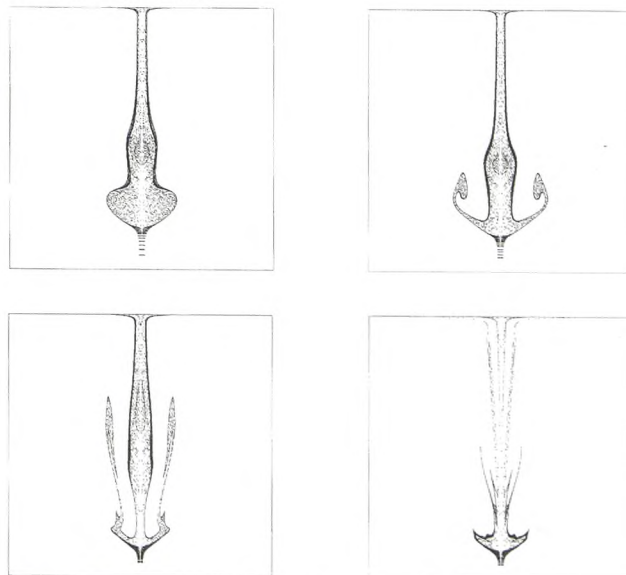
På Afdelingen for Fluid Mekanik, DTH har vi interesseret os for at undersøge centerhvirvlens dynamiske opførsel i det parameterområde, hvor den bliver kaotisk og begyndende turbulensdannelse finder sted. Til dette formål er konstrueret en forsøgsopstilling, som vist på forsidebilledet. Vi kalder den kagedåsen. Vi har her valgt at fiksere opstillingen ved et sideforhold på 2 og lade det roterende låg blive drevet af en justerbar stepmotor, således at Reynoldstallet kan varieres trinløst. Som væske er benyttet en passende blanding af glycerin og vand, som sikrer at Reynoldstallet indenfor få procent kan øges op til ca 10.000. Til at visualisere strømningsmønstret benyttes fyrretræspollen, som belyses af et laserplan. Dette frembringes ved at lade en laserstråle passere et roterende prisme. Når de opslemmede pollen passerer gennem laserplanet, vil de lyse op og give et visuelt indtryk af

strømningens udseende. På forsidebilledet ses hvorledes denne visualiseringsteknik synliggør det indre af centerhvirvlen, på samme måde som når et løg skæres over. Ved systematisk at øge omdrejningshastigheden er en række fænomener blevet synliggjort. I overensstemmelse med Escudier's målinger er det blevet påvist, at et stationært VB med een separationsboble opstår ved $Re = 1450$, og at denne forgrener sig til to bobler i området $Re \in [1800, 2300]$. Ved yderligere at øge Reynoldstallet bliver strømmingen ustabil. Dette sker ved $Re = 2550$, hvor hvirvelkernen begynder at oscillere op og ned langs cylinderaksen med en periode svarende til ca 4 gange lågets omdrejningsperiode. På forsidebilledet og fig. 3 er vist visualiseringer af centerhvirvlen ved $Re = 2300$ og $Re = 2800$. For $Re = 2300$ ses, at der optræder et aksesymmetrisk VB med to recirkulerende bobler, mens kun en enkelt bobble er synlig for $Re = 2800$. Til gengæld er strømmingen ved $Re = 2800$ ustabil, idet bobblestrukturen bevæger sig i en op og nedad gående bevægelse langs cylinderaksen. Endvidere kan her svagt anes, at hvirvlen ikke længere er helt aksesymmetrisk, men at den er overlejret af tredimensionale spiralstrukturer. Ved højere Reynoldstal formindskes centerhvirvlens kerner diameter og erstattes af en hvirveltråd, som er overlejret af uordnede bølgetog.



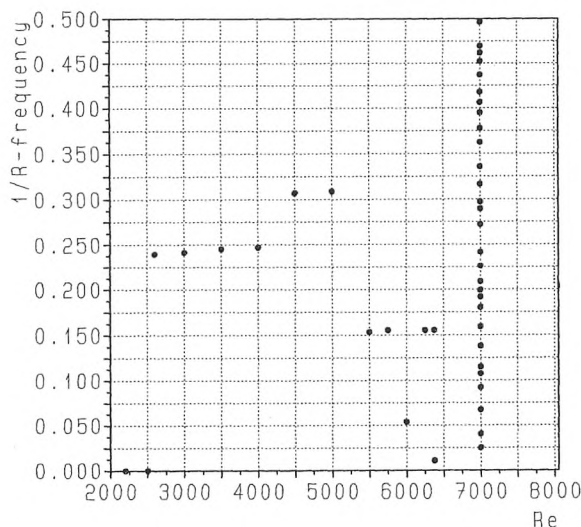
Figur 4. Spektret af strømningens hastigheder i kagedåseeksperimentet, målt ved varmebortledning fra en varm tråd. a) Øverst: Ved et Reynoldstal på 3694. b) Nederst: Ved et Reynoldstal på 6481. Frekvensaksen er normaliseret til lågets omløbsfrekvens, så en frekvens på 1 svarer til én svingning pr. lågomløb.

Strømningens tidlige opførsel analyseres ved at måle varmetransporten væk fra en tynd metaltråd. Metaltråden er limet til cylinderens bund og opvarmes elektrisk. Hvis der foregår en luft eller væskestrømning, vil der fra tråden konvekteres en varmemængde, der afhænger af strømningens hastighed. Ved at variere den påtrykte spænding, kan tråden holdes på en konstant temperatur. Spændingen giver da et udtryk for den tidlige ændring af strømningens hastighed, $\phi = \phi(t)$ på målestedet, der er nogle få mm² stort. Dette signal analyseres ved bl.a. at benytte FFT (Fast Fourier Transformation) og faseafbildninger, hvor signalet korreleres med sig selv over en vis tidsforsinkelse, T , dvs $\phi(t)$ vs $\phi(t+T)$. Herved er bl.a. fundet, at strømmingen kan være domineret af både en og to uafhængige frekvenser, men aldrig af tre, og at omslag til kaotisk opførsel finder sted via Ruelle-Takens scenarium. Belgieren Ruelle og hollænderen Takens viste i starten af 70'erne, at når et dynamisk system forsøger at producere mere end to uafhængige frekvenser, er der potentielt mulighed for at det bliver kaotisk. Det vil sige, at fremkomsten af en tredje frekvens umiddelbart vil generere mange uafhængige frekvenser. I et energispektrum ses dette ved, at de distinkte frekvensspidser forsvinder og erstattes af et kontinuert, bredbåndet spektrum. Et sådant forløb er illustreret på fig. 4, hvor energitætheden er plottet som funktion af frekvens for henholdsvis $Re = 3694$ og $Re = 6481$. Det ses her, hvorledes spektret for $Re = 3694$ (fig. 4a) er domineret af 2 frekvenser, $f_1 = 0.53$ og $f_2 = 1.02$, mens energien for $Re = 6481$ (fig. 4b) er fordelt kontinuert over et bredt spektrum af frekvenser. Ruelle-Takens scenariet er dog ikke det eneste scenarium, der er konstateret. Ved visse Reynoldstal optræder der periode-dobling og tripling, mens der i andre Reynoldstals områder er konstateret tilfældige og pludselige udbrud af oscillationer i ellers stabile forløb.



Figur 5. Simulerede hvirvelsammenbrud. a) Stabilt sammenbrud med to tilbagestrømningszoner ved $Re = 2200$ b-d) Dynamikken i VB efter at Reynoldstallet pludselig sættes op til 2800.

På trods af det betragtede fluidsystem er bygget op omkring en simpel cylindergeometri, findes der ikke nogen analytisk løsning til det. Det er derfor nødvendigt at foretage computersimuleringer, hvis man ønsker at studere fluidsystemet mere detaljeret end det er muligt eksperimentelt. Hertil har vi udviklet en algoritme til numerisk løsning af Navier-Stokes bevægelsesligninger, som er de grundlæggende ligninger til beskrivelse af væske- og gasstrømninger. Et af de fænomener vi har undersøgt numerisk, er den kvalitative ændring hvirvlen undergår, når Reynoldstallet ændres. Et sådant regneeksperiment kan udføres ved at indsætte "partikler" i beregningsdomænet og simulere deres position numerisk. Dette er vist på fig. 5a–d), hvor et antal partikler er injiceret i et lille område omkring cylinderaksen. På fig. 5a) ses hvorledes, partiklerne fordeler sig i det indre af centerhvirvlen ved et Reynoldstal på 2200. Strømningsfeltet er her stationært, og det ses hvorledes partiklernes position synliggør hvirvelformen på samme måde som laboratorieeksperimentet på forsidebilledet. På fig. 5b–d) angiver en serie snapshots hvorledes hvirvlen skifter form ved en pludselig ændring af omdrejningshastigheden til $Re=2800$. Denne ændring medfører, at partiklerne kollektivt bliver presset ned mod cylinderens bund, samtidigt med at de foldes ind mod aksen. Dette resulterer i dannelsen af "fingre", der under indflydelse af hvirvlens op- og nedgående bevægelser og succesive foldninger, bliver tyndere og tyndere samtidigt med, at de bevæger sig op mod cylinderens top.



Figur 6. Karakteristiske frekvenser i strømningens dynamik fra et antal simulationer.

Omslagsscenariet er undersøgt ved at analysere energispektra og faseafbildninger af tidlige forløb af systemets variable. Det er her tilstrækkeligt at analysere nogle få variable, idet systemet i faseplanet overalt vil antage den samme kvalitative opførsel. En skematisk gengivelse af systemets omslagsscenarium kan ses på fig. 6, hvor de fundamentale frekvenser er vist som funktion af Reynoldstallet. Det ses her, at systemet i overensstemmelse

med eksperimentelle observationer bliver periodisk ved $Re = 2550$. Grundfrekvensen er her $f_1 = 0.24$, hvilket svarer til den eksperimentelt observerede periode på ca. 4 gange lågets omdrejningsperiode. Denne frekvens stiger langsomt til 0.25 ved $Re = 4000$. I området fra $Re = 3500$ til ca. 5000 er der observeret et hysterese-fænomen, hvor løsningen pludselig springer til en frekvens $f_2 = 0.31$. Ved $Re = 5500$ er der periodedobling og ved $Re = 6000$ periodetripling. 2-frekvens opførsel opstår ved $Re = 6300$, og ved $Re = 7000$ ses egentligt kaos at opstå.

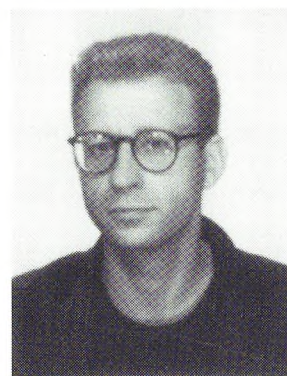
Vi kan næppe komme meget videre i direkte simuleringer ved hjælp af rå regnekraft. Fx repræsenterer fig. 6 alene ca. 150 regnetimer på en kraftig vektorprocessor. Her kommer nyere teori-dannelser indenfor ikke-lineære systemers dynamik os til hjælp, idet det har vist sig, at komplekse systemer bestemt af koblede partielle differential ligninger ofte kan karakteriseres ved lav-dimensionale attraktorer. Dette muliggør, at de styrende ligninger ved en passende projektion kan transformeres til et lavdimensionalt billedrum og herved kan der gives en betydeligt simplere tolkning af – og indsigt i – dynamikken af strømningers opførsel. Vi er således nu igang med at studere et system hvor 40.000 ligninger erstattes af et system med under 100 frihedsgrader.

Der er ingen tvivl om at de teoridannelser, der er opstået i forbindelse med "kaosteori", har åbnet op for nye veje til forklaring og beskrivelse af komplekse systemers dynamik. Vortex breakdown er kun et af talrige eksempler på, at klassiske fluidstrømninger med fordel kan betragtes ud fra en sådan synsvinkel.

Til slut en tak til Carsten Hein Westergaard, Optikgruppen ved Fysisk Institut, som har bidraget til den eksperimentelle opstilling, og til Erik Adler Christensen og Peter Leth Christiansen, begge LAMF, samt Morten Brøns, MAT, for godt samarbejde ved udviklingen af den lavdimensionale projektningsmodel.

Referencer:

- 1) Lambourne, N.C. & Bryer, D.W. (1962) Aero. Res. Coun., Rep. and Mem. no. 3282.
- 2) Escudier, M.P. (1984) Exp. in Fluids 2, pp 189-196.



Jens Nørkær Sørensen er lektor ved Afdelingen for Fluid Mekanik (AFM), Danmarks Tekniske Højskole. Civilingeniør, 1981; Lic. Tech. fra AFM, 1986; Ophold ved ONERA i Frankrig 1986-1989; Adjunkt ved AFM 1989-1993; Lektor fra 1993.

Kaos i Biologi

Lars Folke Olsen og Hans Degn

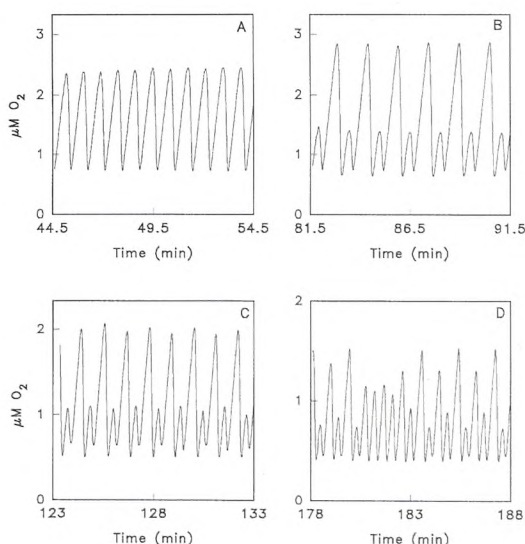
Kaos blev første gang påvist eksperimentelt i 1977. Det skete i et enzymsystem, peroxidase-oxidase systemet¹, 14 år efter at meteorologen Lorenz havde offentliggjort en afhandling, hvor det for første gang blev beskrevet, at computerløsninger af et simpelt system af ikke-lineære differentiaalligninger kan være kaotiske. Lorenz' nu meget berømte arbejde havde ikke vakt ikke nogen opsigt, før økologen Robert May halede det frem i et review i *Nature* i 1976. Dette review, der indeholdt en grundig gennemgang af kaos i simple differensligninger, blev startskuddet for eftersøgningen af kaos i systemer, der kunne undersøges i laboratoriet. Hurtigt efter opdagelsen af kaos i peroxidase-oxidase systemet kom påvisningen af kaos i et kemisk system, Belousov-Zhabotinskii reaktionen². Først året efter, i 1978, blev de første undersøgelser af kaos i fysiske (hydrodynamiske) systemer publiceret³.

Når man i dag betragter de simple fysiske systemer, der bruges til at demonstrere kaos, kan man undre sig over, at fænomenet ikke blev opdaget tidligere end tilfældet var. Man kan også undre sig over, at dets universelle betydning først blev erkendt af en økolog og at det først blev observeret i en enzymreaktion. Det sidste spørgsmål mener vi, at vi kender svaret på. Det hænger sammen med, at alle enzymsystemer i cellerne er reguleret ved feedback mekanismer, der gør dem til ikke-lineære systemer. Det blev klart i begyndelsen af tresserne, da biofysikeren Britton Chance studerede regulationen af det enzymsystem, som nedbryder glukose i gærceller. Chance fandt, at dette enzymsystem oscillerede i intakte gærceller, og det lykkedes også at finde oscillationerne i homogene cellefri gærekstrakter. Behovet for teoretisk fortolkning af disse resultater satte gang i udviklingen af teorien for ikke-lineære reaktionssystemer. De enzymkinetikere, der havde været med i den udvikling, havde de bedste eksperimentelle og teoretiske forudsætninger for at blive de første, der fandt kaos, som jo blot er en af de karakteristiske egenskaber ved ikke-lineære reaktions-systemer, ved siden af oscillationer og multistabilitet.

Fra slutningen af 1970'erne blev kaos fra at være betragtet som en kuriositet gradvist accepteret. I dag har de fleste fysikere erkendt, at kaotiske tilstande er almindeligt forekommende i naturen. I de biologiske videnskaber er accepten måske knap så fremskreden. Godt nok var nogle biologer tidligt ude, men den udbredte forstilling om homeostase, d.v.s. at organismerne har supereffektive reguleringsmekanismer, der holder de fysiologiske og metaboliske processer i stabile stationære tilstande, er en ideologi, der ikke rigtigt levner plads til kaos. De seneste 5 års forskning indenfor områderne økologi, biokemi, fysiologi og medicin har imidlertid overbevist et stadigt stigende antal biologer om at kaos forekommer overor-

dentlig hyppigt i biologiske processer, samt at kaotiske svingninger ofte er normalt tilstanden, mens stationære tilstande eller periodiske svingninger kan være tegn på en patologisk tilstand. Som et eksempel kan nævnes, at hjertefrekvensen hos normalpersoner er kaotisk, og en konstant hjertefrekvens kan være et forvarsel om pludselig hjertedød. Antallet af forskere der arbejder med kaos i biologiske systemer vokser hurtigt i disse år. Om få år kan den ikke-lineære dynamik spille en lige så betydningsfuld rolle i biologien som den molekylære biologi gør i dag.

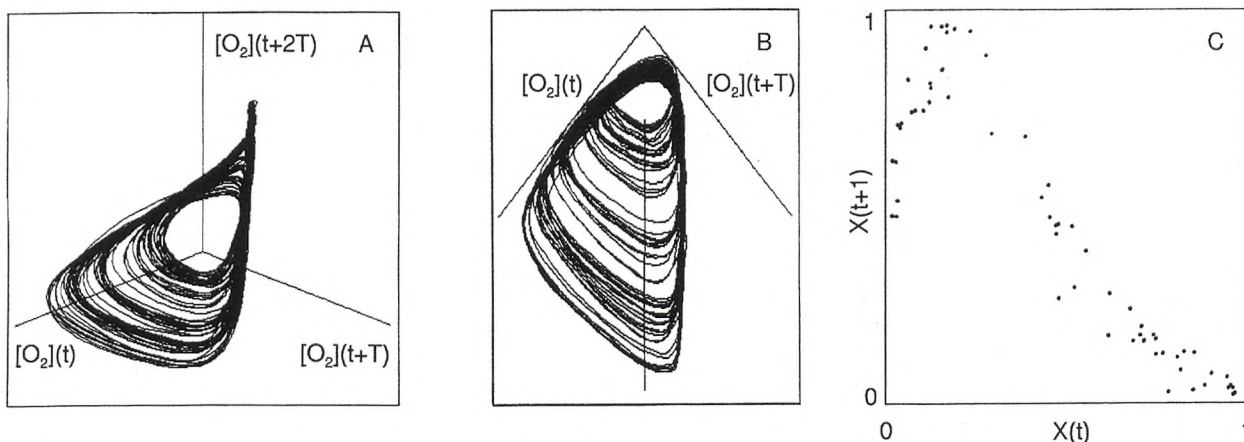
Det er ikke muligt her at give et overblik over de efterhånden mange observationer af kaos i biologiske systemer, så vi vil nøjes med at beskrive et par eksempler hentet fra henholdsvis biokemien og populationsbiologien. Disse to eksempler er ikke tilfældigt valgte, men repræsenterer de to ekstremer af det biologiske hierarki, der strækker sig fra det mikroskopiske – kemiske reaktioner i cellen, til det makroskopiske – økosystemer.



Figur 1. Periodefordoblinger og kaos i peroxidase-oxidase reaktionen. Svingningerne i A-D er frembragt ved at tilsætte stigende mængder af 2,4-diklorfenol, der virker som en aktivator af enzymet, til reaktionsblandingen.

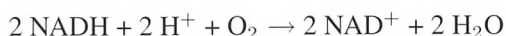
Kaos i enzymreaktioner

Der foreligger rapporter om kaotiske svingninger i det glukosenedbrydende enzymsystem, men da dette system består af et betydeligt antal forskellige enzymer, med hver deres kontrolegenskaber, er det for kompliceret til at blive brugt som eksempel her. I stedet vælger vi peroxidase-oxidase reaktionen, der kun involverer et enkelt enzym. I peroxidase-oxidase reaktionen bliver en organisk hydro-



Figur 2. Takens faseplot (A), Poincaré tværnsnit (B) og returfildning (C) for de kaotiske svingninger i peroxidase-oxidase reaktionen. Koncentrationen af ilt er normaliseret på intervallet $[0,1]$. Se teksten for yderligere forklaring.

gendonor, NADH, oxideret af molekylær ilt efter ligningen:



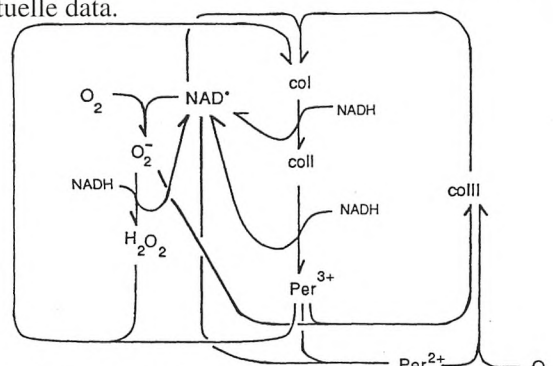
Reaktionen katalyseres af enzymet peroxidase, der kommer fra planter. Hvis de to reaktanter NADH og O_2 tilføres kontinuerligt til reaktionsblandingen vil deres koncentrationer oscillere, og oscillationernes amplitude og form vil ændre sig med skiftende forsøgsbetingelser. I planten er peroxidases aktivitet reguleret af visse fenoler. I eksperimenterne anvendes en kunstig fenol, 2,4-diklorfenol. Fig. 1 viser svingningerne af ilt når koncentrationen af diklorfenol i reaktionsblandingen øges. Vi bemærker, at mønstret ændrer sig fra at være en simpel periodisk svingning (fig. 1A) til en svingning med to forskellige amplituder (fig. 1B), dernæst til en svingning med 4 forskellige amplituder (fig. 1C) og endelig til en kaotisk svingning (fig. 1D). Fænomenet kaldes periodefordobling og blev først beskrevet af May i 1974, og senere grundigt analyseret af fysikeren Mitchell Feigenbaum.

Enhver, der har prøvet at foretage en måling ved, at måleresultater kan være behæftet med støj. Derfor melder spørgsmålet sig: Hvordan kender man kaos fra støj? Svaret er, at der ikke findes et universelt kriterium. Ofte må man afsige dommen på grundlag af en række indicier. En udbredt metode til at identificere kaotiske svingninger er at konstruere et såkaldt Takens faseplot. Dette bygger på den idé, at et dynamisk system med N variable $[X_1(t), X_2(t), \dots, X_N(t)]$ kan repræsenteres ved blot en af de variable, X_i , hvis man vælger en lille tidsforskydning, T , og konstruerer vektoren $[X_i(t), X_i(t+T), X_i(t+2T), \dots, X_i(t+(m-1)T)]$ hvor m opfylder betingelsen $m \geq 2N + 1$. Ofte kan man i praksis nøjes med et betydeligt mindre m , f.eks. $m = 3$. I fig. 2A har vi afbildet den kaotiske svingning fra fig. 1D for $T = 6\text{s}$. Vi bemærker at faseplottet har en veldefineret geometrisk struktur, men det er ikke umiddelbart klart, hvorledes plotpunktet bevæger sig rundt i denne struktur. For at belyse det kan vi lave et såkaldt Poincaré tværnsnit som vist i fig. 2B. Poincaré tværnsnittet

er skæringspunkt-erne mellem faseplottet og et plan. I fig. 2B ses faseplottet ovenfra, og Poincaré planet (vinkelret på siden) er angivet som en linie. I dette tilfælde er Poincaré tværnsnittet meget tyndt og ser nærmest ud som et liniestykke. Dette kan vi udnytte til at fremstille en returfildning, hvor vi afbilder X -koordinaten af de enkelte punkter fra Poincaré tværnsnittet som en funktion af X -koordinaten af det foregående punkt. Afbildningen er vist i fig. 2C. Afbildningen kan tilnærmelsesvis beskrives ved differensligningen:

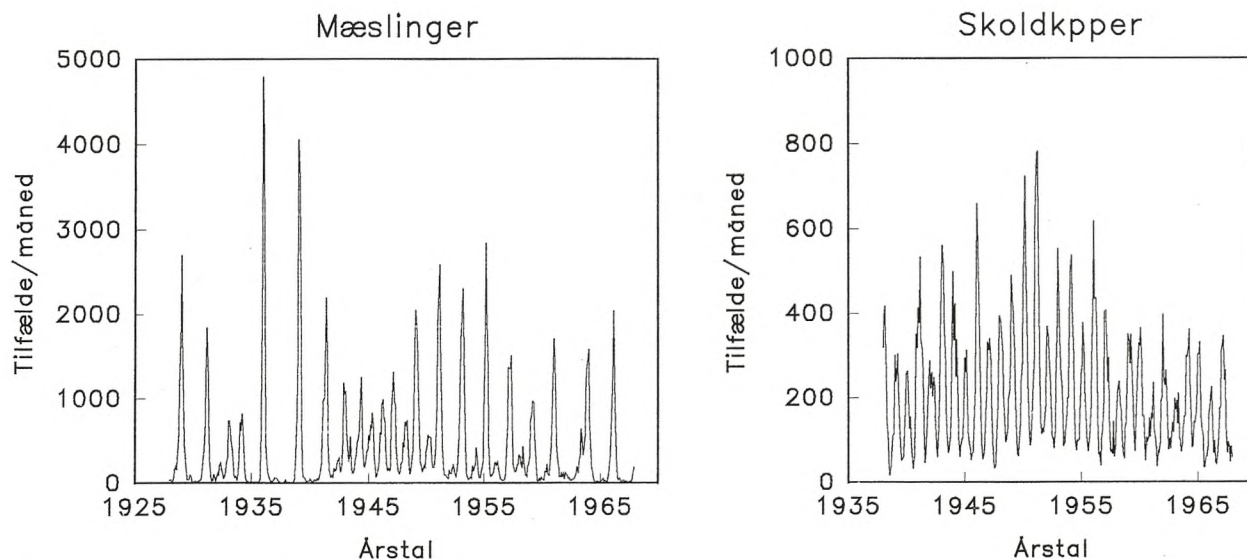
$$X_{t+1} = aX_t \exp(-bX_t) \quad (1)$$

hvor a og b er konstanter. Løsningerne af denne ligning er kaotiske når $a > 14,778 \dots$, hvilket gælder for de aktuelle data.



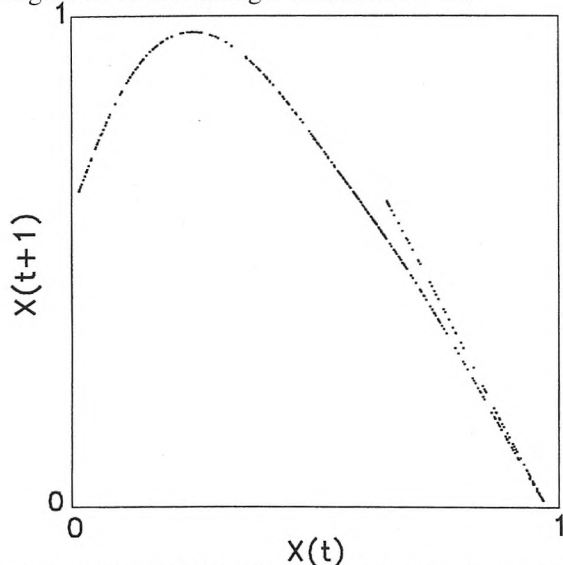
Figur 3. Kemisk reaktionsmodel af peroxidase-oxidase reaktionen. For overskuelighedens skyld er kun de væsentligste reaktioner medtaget. Mellemprodukterne mærket Fe^{2+} , Fe^{3+} , col, coll og collI repræsenterer forskellige former af enzymet peroxidase. NAD^* og O_2^- er frie radikaler afledt af henholdsvis NADH og ilt.

I det her illustrerede tilfælde giver Takens faseplottet et overbevisende indicium for at der er kaos i den undersøgte reaktion, men hvis testen var faldet negativ ud, havde man ikke kunnet udelukke kaos. Yderligere bekræftelse på, at der er kaos i peroxidase-oxidase reaktionen, kan man få ved computersimulering af en differential- ligningsmodel af reaktionen. Selvom reaktionen ikke er helt opklaret i alle detaljer, kan man opstille en plausibel model, der



Figur 5. De månedligt anmeldte tilfælde af mæslinger og skoldkopper i København for perioderne 1928-1968 og 1938-1968 (Skoldkopper blev først anmeldelsespligtige fra 1938).

kan reproducere alle de eksperimentelt fundne svingningsformer, som er vist i fig. 1. Modellen er skitseret i fig. 3. Fig. 4 viser en returaftbildning fra faseplottet af de kaotiske svingninger af O_2 fra modellen. Selv om denne afbildning ikke er identisk med afbildningen i fig. 2C ligner de to afbildninger hinanden en del.



Figur 4. Returaftbildning for de kaotiske svingninger af O_2 frembragt af modellen af peroxidase-oxidase reaktionen. Koncentrationen af ilt er normaliseret på intervallet $[0,1]$.

Peroxidase-oxidase reaktionen er ikke den eneste enzymreaktion, hvor man eksperimentelt har påvist kaos. Man kan så spørge: Hvilken gavn kan cellen have af stofskiftreaktioner, der forløber kaotisk? Selv om vi endnu ikke kender svaret, skal en del af forklaringen måske søges i cellernes behov for at gøre energispildet mindst muligt.

John Ross og medarbejdere ved Stanford Universitetet har fornylig offentliggjort beregninger af entropidannel-

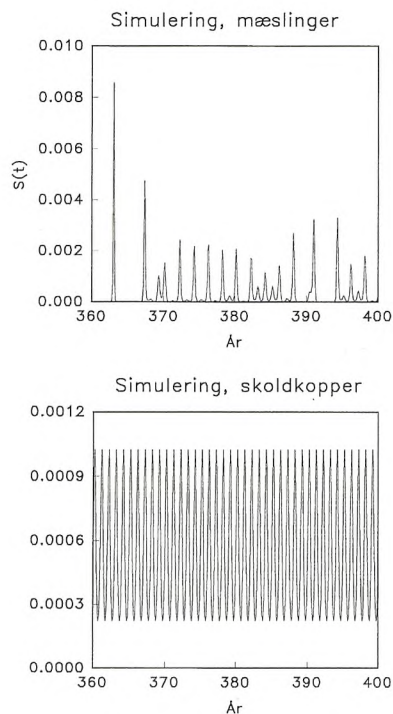
sen i kemiske og biokemiske reaktioner med dynamik der svarer til henholdsvis en stabil stationær tilstand, en periodisk svingning og en kaotisk svingning. Det viste sig, at entropidannelseshastigheden var størst for den stationære tilstand og mindst for den kaotiske svingning. Da entropidannelsen multipliceret med temperaturen repræsenterer den andel af den dannede energi der ikke kan udnyttes af cellen ser vi altså at den kaotiske svingning er den tilstand hvor energispildet er mindst.

Kaos i epidemiologien

Epidemiologi er den gren af populationsbiologien, der omhandler udbredelsen af, fortrinsvis smitsomme, sygdomme i menneske- og dyrepopulationer. Et relativt velbeskrevet område af epidemiologien er udbredelsen af børnesygdomme, såsom mæslinger, røde hunde, fåresyge og skoldkopper. I mange vestlige lande har antallet af ugentlige eller månedlige tilfælde af disse sygdomme været indrapporteret af praktiserende læger til sundhedsmyndighederne igennem 50 til 100 år. Fig. 5 viser de månedligt anmeldte tilfælde af mæslinger og røde hunde i København over en årrække på henholdsvis 40 og 30 år. Vi bemærker at mens skoldkoppetilfældene gen- nemløber en mere eller mindre regelmæssig svingning så fluktuerer mæslinge- tilfældene dramatisk fra år til år. Det er endvidere bemærkelsesværdigt, at i de fleste andre vestlige storbyer viser mæslinger og skoldkopper samme svingningsmønstre som i København, dvs. antallet af mæslingetilfælde fluktuerer voldsomt, mens antallet af skoldkoppetilfælde oscillerer næsten periodisk med en periode på et år.

I 1985 undersøgte økologerne William M. Schaffer og Mark Kot de månedligt anmeldte tilfælde af mæslinger og skoldkopper i New York og Baltimore ved frem-stilling

af Takens faseplot, Poincaré tværsnit og returafbildninger svarende til afbildningerne vist i fig. 2 for peroxidase-oxidase reaktionen. For skoldkopper viste returafbildningen en tilsyneladende tilfældig spredning af punkter, mens for mæslinger fandt Schaffer og Kot en returafbildning meget lig afbildningen i fig. 2C. Senere tilsvarende undersøgelser af skoldkopper- og mæslingeangrebene i en række andre vestlige storbyer gav samme resultat.



Figur 6. Computersimulering af udbredelsen af mæslinger og skoldkopper (ligning (2)). $S(t)$ angiver den smittede del af befolkningen.

De mekanismer, der ligger til grund for udbredelsen af ovennævnte børnesygdomme er velkendte og lette at formulere som matematiske modeller. I en sådan model deles befolkningen op i fire grupper: Modtagelige (M), dvs. de der endnu ikke har haft sygdommen, udsatte (U), dvs. de der er smittede med sygdommen, men endnu ikke selv er smittsomme, smittsomme (S), dvs. de der kan smitte andre samt raske (R), dvs. de der har haft sygdommen. En modtagelig kan blive udsat ved kontakt med en eller flere smittsomme individer. Efter en karakteristisk latensperiode bliver den udsatte selv smittsom og senere rask og immun. Da børnesygdomme giver livsvarig immunitet vil en rask ikke senere blive modtagelig igen. Modtagelige kommer ind i populationen ved fødsel og forlader denne ved død eller emigration. For enkeltheds skyld antager vi, at fødselsraten er lig med dødelighedsraten plus emigrationsraten. Derved holdes befolkningsstørrelsen konstant. Vi kan herefter formulere modellen som 4 differential-ligninger:

$$\begin{aligned} dM/dt &= m(N - M) - bMS \\ dU/dt &= bMS - (m + a)U \end{aligned} \quad (2)$$

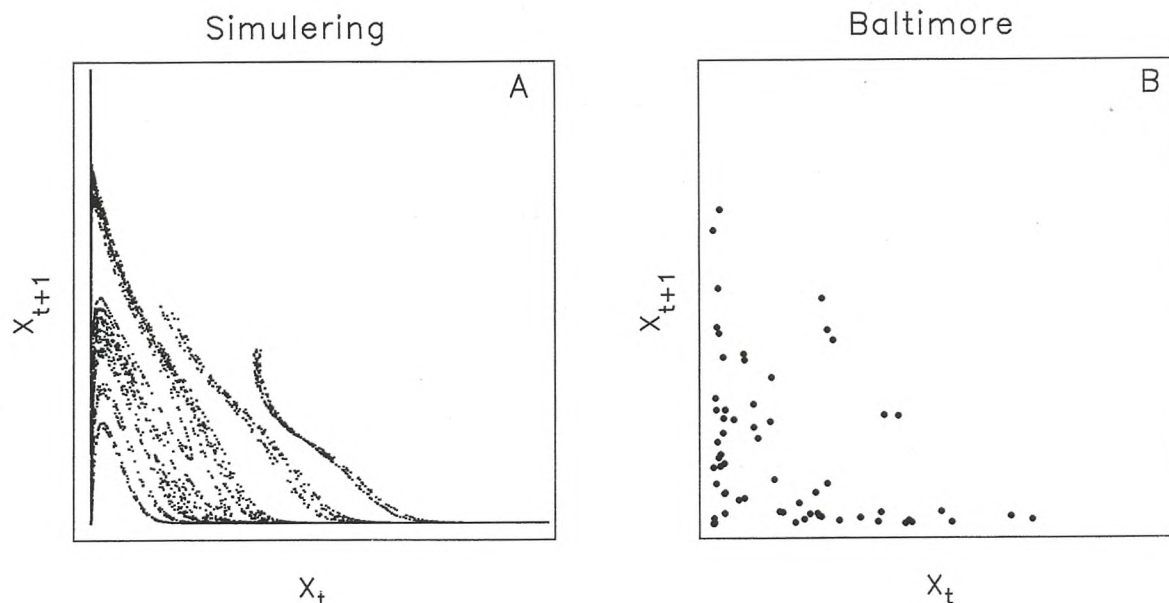
$$\begin{aligned} dS/dt &= aU - (m + g)S \\ dR/dt &= gS - mR \end{aligned}$$

Her er N befolkningstallet, m er fødselsraten, b er kontakthypigheden multipliceret med smitterisikoen, $1/a$ er latenstiden (inkubationstiden), $1/g$ er infektionstiden. For en nemheds skyld sætter vi $N = M + U + S + R = 1$. Det vides endvidere, at kontakthypigheden ikke er den samme året rundt, men er højere om vinteren end om sommeren. Børnesygdomme forekommer, som navnet antyder, fortrinsvis blandt børnehaver- og skolebørn. Her er smitterisikoen størst i efterår og vinterperioden, hvor børnene mest opholder sig indendørs, og mindst om sommeren, hvor børnene fortrinsvis opholder sig ude. Vi erstatte derfor b i ligning (2) med det tidsafhængige udtryk:

$$b(t) = b_0[(1 + b_1 \cdot \cos(2t))]$$

hvor tidsenheden angives i år. Ovennævnte konstanter kan let findes i statistiske opslagsværker og i den medicinske litteratur. m er typisk omkring $0,02\text{år}^{-1}$, mens for mæslinger er $b_0 = 1000\text{år}^{-1}$, $a = 55\text{år}^{-1}$ og $g = 60\text{år}^{-1}$. For skoldkopper er de tilsvarende værdier $b_0 = 537\text{år}^{-1}$, $a = 36\text{år}^{-1}$ og $g = 34\text{år}^{-1}$. For begge sygdomme ligger b_1 mellem 0, 2 og 0, 3. Fig. 6 viser computersimuleringer af henholdsvis mæslinger og skoldkopper. Vi ser, at simuleringen af mæslinger viser de samme aperiodiske fluktuationer som vi observerer i virkeligheden, mens simuleringen af skoldkopper viser en periodisk svingning som vi forventede. Vi kan endvidere sammenligne de returafbildninger vi får fra simuleringerne af mæslinger og de virkelige data som vist i fig. 7. Tager vi hensyn til, at der kan være nogen usikkerhed ved de praktiserende lægers anmeldelser af mæslingetilfælde er ligheden mellem de to afbildninger ganske slående. Returafbildningen i fig. 7A er ikke entydig, men har en såkaldt fraktal geometri, dvs. forstørrelser af små udsnit af afbildningen vil afsløre nye detaljer, og yderligere forstørrelser af udsnit af disse udsnit vil afsløre igen flere detaljer osv. De fleste returafbildninger af kaotiske fluktuationer har tydelig fraktal geometri.

Mæslinger, der er en forholdsvis harmløs sygdom i de fleste industrilande, er et alvorligt sundhedsproblem i lande i den tredje verden, hvor sygdommen spiller en væsentlig rolle i den store børnedødelighed. Verdenssundhedsorganisationen WHO har som et af sine mål den globale udryddelse af række børnesygdomme, først og fremmest mæslinger, fåresyge og røde hunde, inden år 2000. Dette skulle ske ved at vaccinere alle børn under 12 år mod de pågældende sygdomme. Noget tyder på, at dette mål ikke vil gå i opfyldelse. På trods af, at sådanne vaccinationsprogrammer har været i gang i England og USA i de sidste 20-30 år, er nye store mæslingeepidemier ved at blusse op igen, især i USA. Årsagen skal søges i mæslingeepidemiernes komplicerede dynamik samt at det ikke er muligt at vaccinere alle børn i målgruppen. Mange børn bliver ikke vaccineret af forskellige sociale,



Figur 7. Returaftbildninger af simuleringen af mæslinger (A) og af de faktiske anmeldelser af mæslinger i Baltimore for årene 1900-1967 (B).

religiøse eller andre holdningsmæssige årsager. Hvis kun en vis procentdel, f.eks. 80%, af alle børn vaccineres, vil der til stadighed være en del af befolkningen, der er modtagelige for sygdommen. Overstiger denne en bestemt "kritisk størrelse" udløses en epidemi. For sygdomme, der udvikler sig med kaotisk dynamik er denne kritiske størrelse noget mindre end for sygdomme hvis dynamik er regelmæssig. Mæslingernes kaotiske dynamik virker altså imod sygdommens udryddelse.

Anvendelse af ulineær dynamik i biologi og medicin

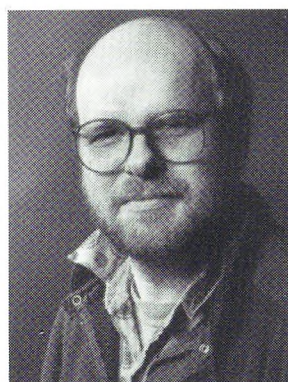
Efterhånden som det er blevet klart, at kaos er almindelig udbredt i biologiske systemer, er man begyndt, at undersøge den ikke-lineære dynamiks anvendelsesmuligheder til prognose og kontrol af kaos. I nogle biologiske systemer, f.eks. hjertet, er kaotisk dynamik normalt tilstanden og derfor ønskelig, men samtidig ønsker man, at følge eventuelle ændringer af den kaotiske tilstand hen mod mere regel-mæssig dynamik, der kan være patologisk. I udforskningen af hjertesygdomme inddrages i dag den ikke-lineære dynamiks seneste metoder til prognose af kaos i udviklingen af nye metoder til diagnose af hjertesygdomme. I andre tilfælde, f. eks. epidemiologi, er kaos uønsket og bør kontrolleres. I epidemiologi forskes der for tiden i nye vaccinationsprogrammer til kontrol af børnesygdomme. Heri inddrages den ikke-lineære dynamiks metoder til kontrol af kaos.

Referencer:

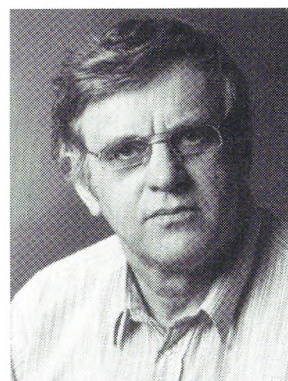
- 1) L.F. Olsen and H. Degn Chaos in an enzyme reaction, Nature 267, 177 (1977).
- 2) R.A. Schmitz, K.R. Graziani and J.L. Hudson Experimental evidence of chaotic states in the Belousov-

Zhabotinskii reaction, J. Chem. Phys. 67, 3040 (1977).

- 3) J.P. Gollub and S.V. Benson Chaotic response to periodic perturbation of a convecting fluid, Phys. Rev. Lett. 41, 948 (1978).



Lars Folke Olsen er cand. scient. i biokemi fra Københavns Universitet. Er nu lektor ved biokemisk institut, Odense Universitet. Undersøger kaos og andre ikke-lineære dynamiske fænomener i enzymreaktioner, epidemiologi og kardiologi.



Hans Degn er mag. scient. i biokemi fra Københavns Universitet. Er nu docent ved biokemisk institut, Odense Universitet. Arbejder med udvikling af membran inlet massespektrometri til kinetiske målinger.

Dimension

Mogens Esrom Larsen

Københavns universitets matematiske institut, Universitetsparken 5, 2100 København Ø

Ordet dimension, størrelse, har flere betydninger. Dimensionerne af en kasse er længde, højde og bredde, dimensionerne af en fodboldbane længde og bredde, osv. I fysik er man tilbøjelig til at tænke på størrelsesart, sådan noget som meter pr. sekund eller kvadratmeter.

I matematik tænker man på, at et liniestykke og måske også en kurve har dimension 1, et rektangel og måske også en flade som f. eks. kuglens overflade har dimension 2, og en kasse eller en kugle har dimension 3. Her standser de fysiske illustrationer, men i algebraiske sammenhænge kan man jo let have flere og også uendelig mange dimensioner. Betragter man vektorer som talsæt, $(x_1, x_2, \dots, x_n)$, er dimensionen n , og det kan jo være et hvilket som helst naturligt tal, mens en talfølge $(x_1, x_2, \dots, x_n, \dots)$ har uendelig dimension.

Den såkaldte *topologiske* dimension er det vanskeligere at få defineret. For at få et begreb om den, definerer vi først en generel kugle som mængden af de punkter, der ligger nærmere ved centrum end kuglens radius. Derefter definerer vi en generel kugleskal eller sfære som mængden af de punkter der ligger nøjagtig i radius afstand fra centrum. Vi er nu i stand til at definere dimensionen i et punkt rekursivt. Vi betragter for et lille positivt tal, $\delta > 0$, kuglen med centrum i punktet og radius δ . Den tilhørende kugleskal består af de punkter, der har afstand netop δ fra det givne centrum. Vi definerer nu dimensionen i punktet som 1 større end dimensionen af kugleskallen. Altså, hvis kugleskallen har dimensionen n , så har vor mængde dimension $n + 1$ i punktet.

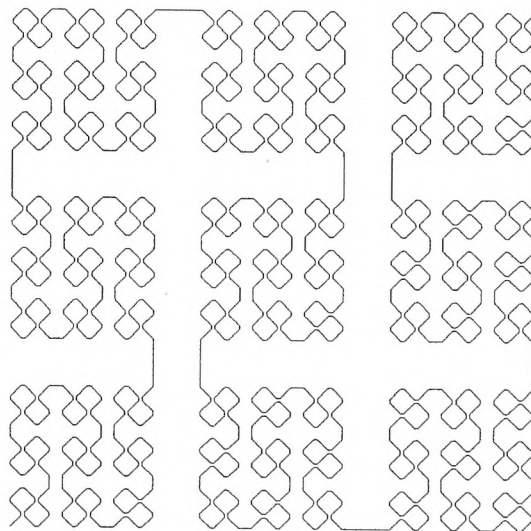
Tager vi i det fysiske rum en kasse, så vil en kugleskal være en almindelig sfære. Vi tager nu et punkt på sfæren og en kugle med lille radius om punktet. Den bliver en kalot, hvis skal bliver en cirkel. På cirklen har et punkt en kugle omkring, der er en cirkelbue med skal bestående af 2 punkter. Et af dem har en kugle om sig, der kun består af punktet, så dens skal er tom. Nu siger vi, at den tomme mængde har dimensionen -1 , derefter får punktet dimensionen 0, cirkelbuen dimensionen 1, kalotten dimensionen 2 og endelig kuglen og dermed punktet i kassen dimensionen 3. Da det gælder for ethvert punkt i kassen, har kassen overalt dimensionen 3.

Når dimensionen angiver størrelsens art, betyder det, at hvis dimensionen er for stor eller for lille, så bliver størrelsen enten 0 eller ∞ henholdsvis. I det 3-dimensionale rum er en flade, der egentlig er 2-dimensional, en genstand uden rumfang. Den har sit 3-dimensionale mål lig med 0, selv om den har et areal og dermed et positivt 2-dimensionalt mål. Tilsvarende har et målebånd en længde, et 1-dimensionalt mål, mens dets areal er 0. Og omvendt er "længden" af en fodboldbane og "arealet" af en fodbold uendelig. Det er vor intuitive

opfattelse af situationen, som den har været overleveret mere eller mindre præcist siden oldtiden.

Osgood's kurve

Osgood's kurve er dannet ved en deling af et enhedskvadrat i ni ens kvadrater. Der tegnes først en sammenhængende kurve af diagonaler, derefter fjernes selvgennemskæringen ved at kortslutte diagonalerne med små lodrette eller vandrette liniestykker. Dette kan opfattes som en fjernelse af smalle lodrette stolper fra kvadratet. De tilbageblevne stykker af diagonalen erstattes nu med en lignende konstruktion, men sådan at de fjernede stolper har et mindre bredde/højde forhold. Det fjernede areal udgør så en forholdsvis mindre del af det lille kvadrat, end det fjernede areal fra det store kvadrat. Denne proces gentages i det uendelige. Summen af de fjernede arealer bliver så mindre end 1, og kurven går gennem alle punkter, der ikke er fjernet. Derfor får kurvens billedmængde et positivt areal.



3. iteration på vej til Osgoods kurve.

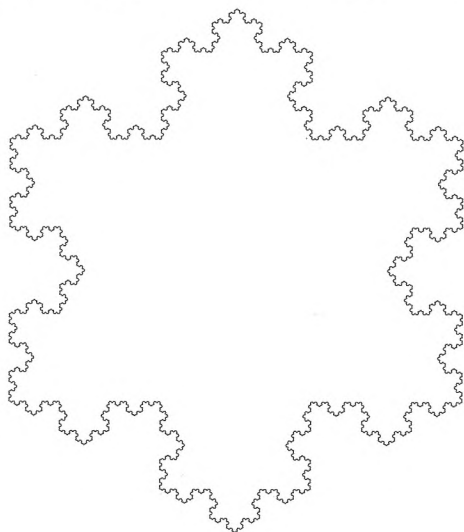
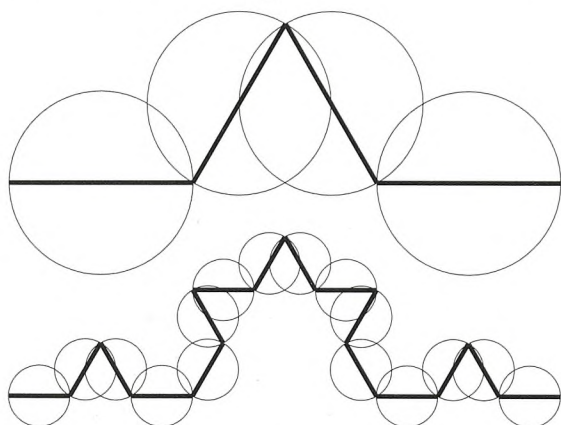
Denne opfattelse fik sin første rystelse i 1890, da Peano konstuerede en kurve, der fyldte et kvadrat. Med andre ord, en kurve, der havde et areal! Men den blev anset for lidt snyd, fordi den skar gennem sig selv mange gange. Eksemplet blev anset for lidt patologisk. Så skete der et virkeligt jordskælv: I 1903 viste Osgood, at man ved at modificere kurven en lille smule kunne opnå, at den

aldrig skar gennem sig selv og alligevel havde et positivt areal! Nu stod verden ikke længere. Dimensionsbegrebet trængte til en revision.

Set med vore dages øjne var Osgood's kurve det første eksempel på en fraktal, en kurve dannet ved iteration af et ligedannethedsmønster. Denne idé dukker op igen allerede året efter i von Koch's berømte snefnug, der dog som en god kurve har arealet 0.

Von Koch's snefnug

Von Koch's snefnug dannes ved at erstatte et linie-stykke med en brudt linie i fire dele, som om linie-stykket får en spids. Derefter erstattes hver af de fire stykker af en ligedannet figur. Således fortsættes i det uendelige, og grænsekurven ligner et snefnug. Denne figur er selvligedannet, så hvert stykke er mage til hele figuren, blot ganget ned med en potens af 3. Der skal derfor altid 4 gange så mange kugler til af trediedel størrelse. Det er dette forhold vi udtrykker ved at sige at, von Koch's snefnug har Hausdorff dimension $\frac{\log 4}{\log 3}$.



Men forståelsen af disse fænomener lod vente på sig. Først i 1919 kom Hausdorff med løsningen på problemet.

Han generaliserede begrebet mål til det s -dimensionale mål, så definitionen ikke alene var den samme for længde, areal og rumfang, men også havde mening, selv om s ikke var et helt tal. Han gik frem på følgende måde:

Punktmængden, der skal måles, overdækkes med et antal kugler med samme radius, δ . Dette gøres på alle mulige måder, og det mindste antal, man kan nøjes med, kaldes N_δ . Nu sættes det s -dimensionale δ -mål af mængden til at være

$$H_{s,\delta} = \delta^s \cdot N_\delta$$

Dette gentages for vilkårlig små værdier af $\delta > 0$. Grænseværdien for $\delta \rightarrow 0$ er så det s -dimensionale Hausdorff-mål,

$$H_s = \lim_{\delta \rightarrow 0} H_{s,\delta}$$

Der gælder i overensstemmelse med intuitionen, at hvis s er stor, så er Hausdorff-målet 0, og hvis s er lille, så er Hausdorff-målet ∞ . Det interessante er, at der er én og kun en værdi af s , der skiller vandene, så Hausdorff-målet bliver 0 for alle større dimensioner, og ∞ for alle mindre dimensioner. Denne grænsedimension kaldes så *Hausdorff dimensionen* eller den *fraktale dimension* af mængden. Når så s er valgt som Hausdorff-dimensionen, så kaldes grænseværdien for de s -dimensionale δ -mål for $\delta \rightarrow 0$ for *Hausdorff-målet* af punktmængden.

Hvis $H_{s,\delta}$ konvergerer mod en værdi, $0 < m < \infty$, for $\delta \rightarrow 0$, så betyder det, at dens logaritme går mod noget endeligt, nemlig

$$-\infty < \log m < \infty$$

Med andre ord,

$$s \log \delta + \log N_\delta \rightarrow \log m$$

eller bedre formuleret,

$$\log \delta \left(s - \frac{\log N_\delta}{\log \frac{1}{\delta}} \right) \rightarrow \log m$$

Heraf ses, at hvis

$$\frac{\log N_\delta}{\log \frac{1}{\delta}} \rightarrow S$$

så vil vi for $s > S$ få grænseværdien $-\infty$ svarende til $m = 0$, og for $s < S$ få grænseværdien ∞ svarende til $m = \infty$. Derfor må vi have $s = S$, eller en formel for Hausdorff-dimensionen:

$$s = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log N_\delta}{\log \frac{1}{\delta}}$$

For almindelige punktmængder er det den sædvanlige dimension. Vi kan dække et enhedskvadrat med n^2 kugler med diameter $\frac{2}{n}$, så vi finder dimensionen

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log n^2}{\log \frac{n}{2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \log n}{\log n - \log 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{1 - \frac{\log 2}{\log n}} = 2$$

Siden i kvadratet dækkes med n kugler med diameter $\frac{1}{n}$, så vi finder dimensionen

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log n}{\log n} = 1$$

Men for punktmængder, der er selvlignede som f. eks. von Koch's snefnug og Sierpinski's si (1929), går det anderledes. Hvis vi mindsker δ med en passende faktor, f. eks. 3 i von Koch's snefnug, så kan vi jo dække hver af de 4 dele med en kopi af det oprindelige mønster i en trediedel størrelse. Men derved bliver antallet af kugler forøget med en faktor, der svarer til antallet af dele, altså her 4. Vi kan med andre ord dække en fjerdedel af snefnugget ved en ligedannethedstransformation, da den er ligedannet med hele figuren i forholdet 1:3, hvis kugler får diameteren netop trediedelt. Det må derfor gælde for Hausdorff-dimensionen s for fnugget, at $\delta^s \cdot N_\delta$ har samme grænseværdi som

$$\left(\frac{\delta}{3}\right)^s \cdot 4N_\delta = \frac{4}{3^s} \cdot \delta^s \cdot N_\delta$$

Det går kun, hvis faktoren er lig med 1, altså hvis

$$\frac{4}{3^s} = 1 \Leftrightarrow s = \frac{\log 4}{\log 3} \simeq 1,26186$$

Selvlignedethed er nøglen til beregning af Hausdorff-dimensionen. Sierpinski's si dannes af en ligesidet trekant. Denne deles i 4 ligedannede trekanter, 3 retvendte og en på hovedet. Den retvendte fjernes. Nu gentages processen igen og igen på de tilbageblevne, retvendte trekanter de punkter der bliver tilbage udgør Sierpinski's si. Det overlades til læseren at vise at Hausdorff-dimensionen s , for sien er ca.

$$s \simeq 1,58496$$

For Osgood's kurve er betragtningen en anden, da den ikke er fuldstændig selvlignede. Men den er tilbage, når vi har fjernet resten, og summen af den borttagne punktmængders arealer er mindre end 1. Derfor har kurven et 2-dimensionalt Hausdorff-mål, – altså et areal, – der hverken er 0 eller ∞ . Men så er Hausdorff-dimensionen jo 2.

Skal man derimod skønne over Hausdorff-dimensionen af en kystlinie, går man direkte til definitionen. Man måler kystlængden i hele kilometer, hele hektometer, hele dekameter og hele meter. Man danner de fire forhold mellem de relevante logaritmer og ekstrapolerer til et skøn over dimensionen. Det er på denne måde, man har skønnet Norges kyst til dimensionen 1,4 mod Englands kysts 1,2.

Det, at der faktisk kan konstrueres mængder med ikke hel eller brudten Hausdorff-dimension, berettiger definitionen. Det er derved muligt at sammenligne mængder i størrelse, hvor man uden den kun kunne sige om kurverne,

at de er begge uendelig lange, eller uendelig tynde. Nu kan man sige, at den ene snor sig så meget mere end den anden, at den har en større dimension. På den måde fylder maskerne tilsammen i Sierpinski's net mere end kanten af von Koch's snefnug, der igen er væsentlig mindre snoet end Osgood's kurve. Det er denne sammenligningsmulighed, der har inspireret til formuleringen, at Norges og Englands kyster begge er uendelig lange, men Norges er meget mere snoet.

PS. En sproglig bemærkning. Når disse fænomener kaldes *fraktaler*, stammer ordet fra B. Mandelbrot, der i 1975 lancerede denne påmindelse om både den brudne dimension og konstruktionens brudte linier. Senere har enkelte forfattere indskrænket betydningen af ordet fraktal til de selvlignede mængder, men det var ikke Mandelbrot's idé, tværtimod. Som et eksempel på en tvivlsom fraktal, er Mandelbrot-mængdens rand ikke noget sted selvlignede, selv om den ligner sig selv i meget høj grad. Så Mandelbrot ville kalde den en fraktal, mens andre ville sige, at det er den netop ikke. Dens Hausdorff-dimension er iøvrigt 2.

Edwards High Vacuum Turbomolekularpumper

- ★ 4 basistyper
- ★ High Power DC-motor
- ★ 40 flangevarianter

- ★ Ny EXT E økonomiversion
- ★ 17 modeller
- ★ Lavt støj- og vibrationsniveau




Edwards High Vacuum er en af verdens førende producenter af vakuumpumper og -udstyr. Den nye EXT E version gør det nu muligt at anskaffe en Turbomolekular Vakuumpumpe til en fornuftig pris. Kan køles enten med luft eller vand, og kan styres af den normale EXC350 og EXC500 Turbo-kontroller. Edwards High Vacuum er også Dry Pumps, Diff. Pumps, Vakuüm måleinstrumenter, Frysetøringsanlæg og Pådampningsanlæg.

Ring for yderligere oplysninger!

Marielundvej 36
2730 Herlev
42 91 75 11

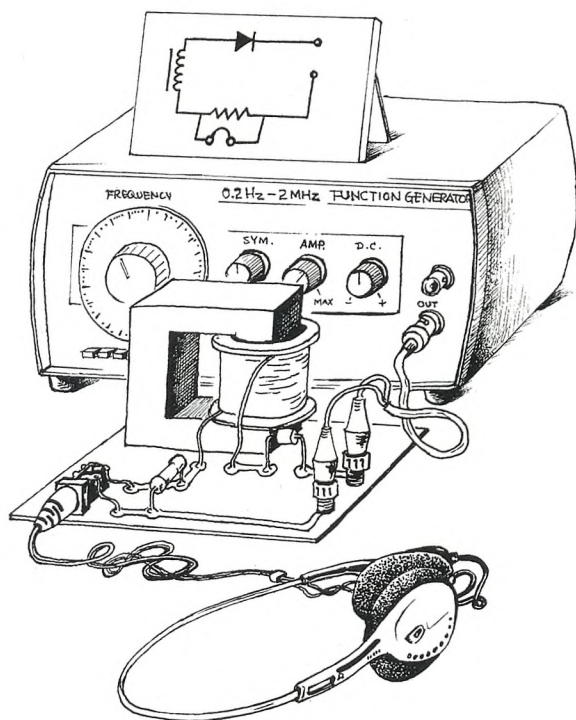
Buch & Holm A/S

Hør Figentræets Susen.

Bo Christiansen, Mogens T. Levinsen og Jun Zhang

Niels Bohr Institut, Ørsted Laboratoriet, Universitetsparken 5, 2100 København Ø

Vi vil i denne artikel beskrive det simpleste elektriske kredsløb, der udviser overgang til kaos. Overgangen til kaos sker gennem en kaskade af periodedoblinger. Disse periodedoblinger eller bifurkationer har været et symbol på kaosforskningen siden M. Feigenbaums epokegørende opdagelse i 1975.

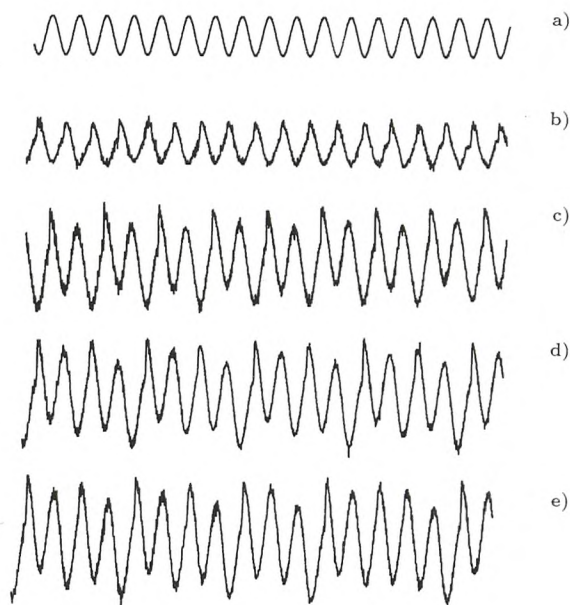


Det system, vi vil omtale her, har den fordel, at systemets tilstand kan høres. Det eneste nødvendige måleudstyr er altså ørerne og et par hovedtelefoner. Vi vil dog også tage et oscilloskop i brug, så vi kan se hvad vi hører.

På fig. 1 er det elektriske kredsløb skitseret. Det består af en 1" ferrit ringkerne med 90 vindinger ($L = 78\text{mH}$) og en ensretterdiode (1N5404, 3A, 280V) koblet i serie med en modstand på 4Ω . Over denne modstand er parallellkoblet et sæt hovedtelefoner med en indre modstand på 32Ω . Kredsen er påtrykt en sinusformet modulation fra en funktionsgenerator med en udgangsimpedans på 50Ω . I det følgende holder vi frekvensen konstant 6kHz, og varierer amplituden.

Detaljerne i dette kredsløb er ikke så vigtige. Vi har blot skrevet dem med for at vise et kredsløb der virker. Den mest interessante komponent er dioden. Den er ikke-lineær på flere måder. Ensrettereffekten beror på, at spændingen over den ikke er proportional med strømmen igennem den. Men diodeovergangen virker også som en

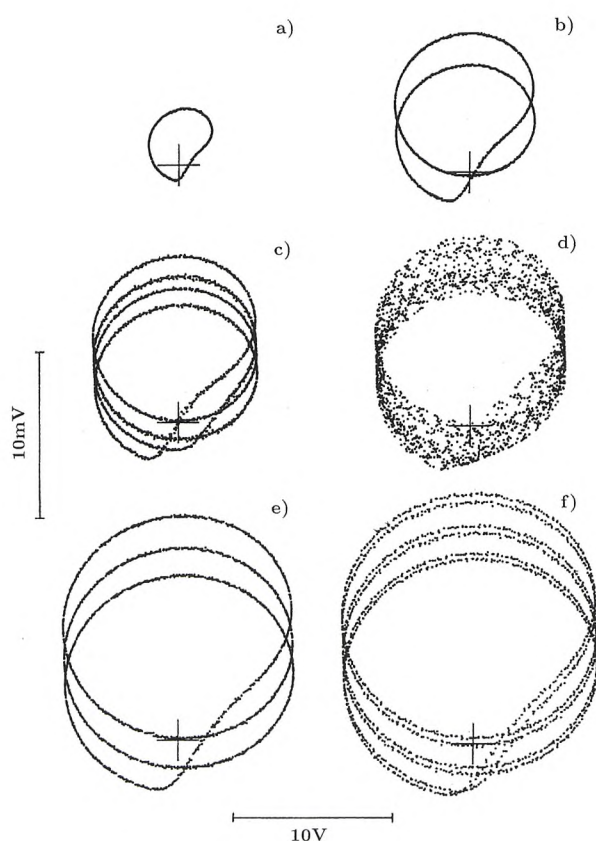
kondensator, med en kapacitet, der er stærkt afhængig af spændingen over dioden. Man skal vælge en diode med en så stor kapacitans som muligt. I praksis vælges en diode beregnet til store strømme, eller man bruger kollektor-base dioden i en stærkstrøms transistor.



Er amplituden af modulationen lille, hører vi en ren tone med en frekvens på 6kHz. Øger vi nu amplituden langsomt, er det eneste, vi hører, en stigning i lydstyrken. For lave amplituder opfører systemet sig altså præcist, som vi ville forvente af et lineært system. Øges amplituden yderligere, sker der imidlertid pludselig en drastisk ændring. For en veldefineret amplitude falder tonen til et dybere leje. Det vi hører er den første bifurkation. Læg mærke til, at den påtrykte frekvens er uforandret 6kHz, det er kredsens svar der ændrer frekvens. Når vi atter øger amplituden vil dette lydbillede være uændret i starten. Vi oplever dog snart den næste bifurkation: Igen falder tonen til et dybere leje. Et trænet øre vil kunne afsløre, at frekvensen bliver halveret ved hver bifurkation. Kort efter den anden bifurkation bliver vi udsat for en ubehagelig oplevelse, når hovedtelefonerne fyldes af en hvæsende støj, der lyder, som når radioen er indstillet mellem to stationer. Det vi hører er lyden af kaos. Denne støj er deterministisk: den er en konsekvens af systemet selv og kan ikke fjernes ved at forbedre forsøgsbetingelserne.

Lad os nu med oscilloskopet se hvad det var vi hørte. I fig. 2a er modulationen vist som funktion af tiden. I fig. 2b,c,d og e har vi på samme måde strømmen gennem

kredsen målt som spændingen over modstanden på 4Ω . Sammenligner vi fig. 2b, der viser signalet før den første bifurkation, med fig. 2a, ser vi, at de to signaler har samme periode. I fig. 2c, som viser signalet efter den første bifurkation, er der samme afstand mellem to på hinanden følgende bølgetoppe som i fig. 2a, men man skal to perioder hen for at se et signal af samme højde. Der er altså opstået et signal af den dobbelte periode. Det betyder ikke, at modulationens periode er fuldstændigt forsvundet fra signalet. Signalet fra kredsen indeholder både modulationens periode og den dobbelte periode. Grunden til at vi med øret opfatter en skarp overgang er, at øret er mere følsomt for de lavere frekvenser. I fig. 2d ser vi signalet efter den anden bifurkation. Det er nu klart, at perioden her er fire gange så stor som perioden af modulationen. Figur 2e viser det kaotiske signal. Dette signal adskiller sig fra de foregående ved *ikke*, at være periodisk.



Figur 3 viser systemets tilstande på en anden måde. Her er oscilloskopet sat i 'x-y mode', så strømmen gennem kredsen vises som funktion af spændingen over den. Her ses periodiciteten hhv. aperiodiciteten tydeligere end i den foregående figur. Der skal tre variable til at specificere systemets tilstand, f.eks. spændingen, strømmen og tiden. Systemets faserum er altså 3-dimensionalt, og det vi ser på oscilloskopet og i fig. 3, er en 2-dimensionel projektion af faserummet. De baner systemet følger i faserummet kaldes attraktorer. Den kaotiske attraktor i

fig. 3d er underlig og kaldes derfor en *strange attractor*. Det underlige ved den er, at den er en fraktal. Kort fortalt gentager den sig selv på mindre og mindre skalaer, på samme måde som det billede, man ser, hvis man stiller sig mellem næsten parallelle spejle. Kan læseren ane en sådan struktur i fig. 3d?

Øges amplituden over den værdi, hvor vi først fandt den kaotiske tilstand, observerer vi et virvar af forskellige periodiske og kaotiske tilstande. Vi kan finde nye periodiske tilstande som den i fig. 3e, der har en periode, som er tre gange modulationens periode. Disse periodiske tilstande kan gennemgå periodedoblinger (fig. 3f) og eventuelt selv blive kaotiske.

Hvorfor fortsætter serien af bifurkationer i fig. 2 ikke, men slutter efter to? Svaret er at bifurkationerne faktisk fortsætter i det uendelige. Man skal bare ændre amplituden med mindre og mindre skridt for at komme fra en bifurkation til den næste. På den måde kan der være uendeligt mange bifurkationer i et endeligt amplitudeinterval efter samme princip, som da Achilles indhentede skildpadden. Der hvor bifurkationerne 'kondenserer', sætter kaos ind. Præcisionen i vort eksperiment gør at vi kun hører de to første bifurkationer. Serien af bifurkationer kaldes et figentræ, og det var Feigenbaums fortjeneste at han opdagede de matematiske love, der styrer træets vækst. Vil man gå på rov i figentræet gøres det bedst numerisk. Det system, vi har beskrevet her, er et af de simpleste kontinuerte systemer som udviser kaotisk opførsel. Man kan uden det store besvær skrive kredsløbsligningerne ned og simulere dem numerisk. Man kan dog gøre livet lettere for sig selv ved at klatre i Feigenbaums fodspor og studere iterationer af simple afbildninger. Hvordan man gør det samt forbindelsen mellem disse afbildninger og realistiske, kontinuerte systemer og mange andre interessante ting kan man f.eks. læse om i Ref. 1.

Referencer:

- 1) Universality in Chaos, Adam Hilger Limited 1984, red. P. Cvitanovic.



Mogens T. Levinsen, lektor ved Center for Chaos and Turbulence Studies ved Niels Bohr Institutet. Interesseområder: Komplekse systemer og superledning. Bo Christiansen er Ph.D fra Ørsted Laboratoriet, 1992, på et arbejde om kvasikrystaller i overfladebølger. Arbejder nu ved Herlev Gymnasium. Jun Zhang, er kandidat fra Wuhan universitet, Kina, 1985. Han arbejder nu på et Ph.D projekt ved Ørsted Laboratoriet om rørstrømning og vækst af grænselag.



LASERE • ELEKTROOPTIK • FIBER OPTIK • TESTUDSTYR • LASER TEKNIK

AGENTUR

ANDO
ATCOR
BIT
BURLEIGH
CYONICS
EG & G BERTHOLD
EG & G FIBER OPTICS
EG & G GAMMA SCIENTIFIC
EG & G OPTO/-JUDSON
EG & G ORTEC
EG & G PAR ECEM. DIV.
EG & G SCIENTIFIC. DIV.
EXCITON
EXFO
GENTEC
GOULD FIBER OPTICS
GRASEBY OPTRONICS (UDT)
ILEE
ILX LIGHTWAVE
JOBIN YVON
SPEX
KLINGER SCIENTIFIC
LASER PHOTONICS
LASER VISION
LSI
MALVERN
MICROCOATINGS
MICRO-CONTROLE
MOLECTRON
NE-TECHNOLOGY
NEWPORT
OFR
PTI
QUANTA RAY
QUANTEX
QUESTEK
SANTEC
SEASTAR OPTICS
SPECTRA DIODE LABS
SPECTRA-PHYSICS
STORM FIBER OPTICS
UDT SENSORS INC.
UNIPHASE

LEVERINGSPROGRAM:

Fiberoptisk måleudstyr, Datakommunikations testudstyr.
Laser partikelmåling i luft og på overflader.
Fiberoptisk splidseudstyr.
Elektrooptisk analyseudstyr, FCL-Lasere, Scanning Tunnel Mikroskoper.
Luftkølede Argon Ion lasere.
Radioaktivitetsmåleudstyr for miljø og overvågning.
Fiberoptisk testudstyr for Strain og Dispersion.
Radiometrisk/fotometrisk måleudstyr.
LED/Laserdioder - detektorer - halvleder komponenter.
Nukleart forskningsudstyr og detektorer, NIM/CAMAC-elektronik, MCA/MCS systemer.
Ilektrokemisk måleudstyr for korrosion.
Lock-In forstærkere, Optiske Multikanal Analysatorer, magnetometre.
Laser Dyes.
Fiberoptisk testudstyr for LAN-FDDI-FTTH-FTTC-CATV.
Laser powermetre, pyroelektriske detektorer.
Fiberoptiske koblere, optiske isolatorer.
Optisk måleudstyr, Positionsudstyr - PSD, radio/fotometrisk måling.
Halvleder laserdioder for VIS/IR med drivere.
Instrumenter, TEC og drivere for laserdioder.
Monochromatorer, ramansystemer, optiske gitre.
Fluorometre, monochromatorer og Ramansystemer.
Positionering for DC og steppermotorer, optomekanik.
LASERE: Ruby, Alexandrite, Co, Co₂, XEHE, Nd:YAG/GLASS/YLF, Ho:YAG, ER:YAG.
Laserbeskyttelsesbriller og gardiner.
LN₂ lasere og dye lasere.
Laserbaseret partikelanalyseudstyr for luft/væske/pulver/spray/aerosoler.
Optiske interferensfiltre.
Optomekanik, optik, optiske bænke, granitborde og positionering.
Laser powermetre.
Radioaktivitetsmåleudstyr for overvågning og radiologi.
Elektro-optik, vibrationsdæmpende borde, optomekanik og optik.
Præcisionsoptik, optiske isolatorer, beam expanders og mikroskopobjektiver.
Lampesystemer, ratio fluorescence - phosphorescence systemer.
Nd:YAG lasere og dye-systemer.
IR - detektering.
Excimer lasere.
Tunbare halvleder lasere og image process systemer.
Pig-tailed laserdioder og drivere.
Halvleder lasere, høj effekt, CW og PULS, 780-870-910-980 nm.
Ion lasere og Ti:SA lasere og systemer for CW og PULS.
Fiberoptiske samleled, konnektorer, attenuatorer og PatchCabler.
PSD - Ge og Si detektorer.
HeNe lasere 0,5 - 50 mW. Halvleder lasere med gode beam kvaliteter.

ANDET:

Mærk af  og udfyld:

Navn: _____

Post nr. By: _____

Firmanavn: _____

Telefon: _____

Adresse: _____

Telefax: _____

Tag kopi af hele siden og fax den til: 31 19 87 47

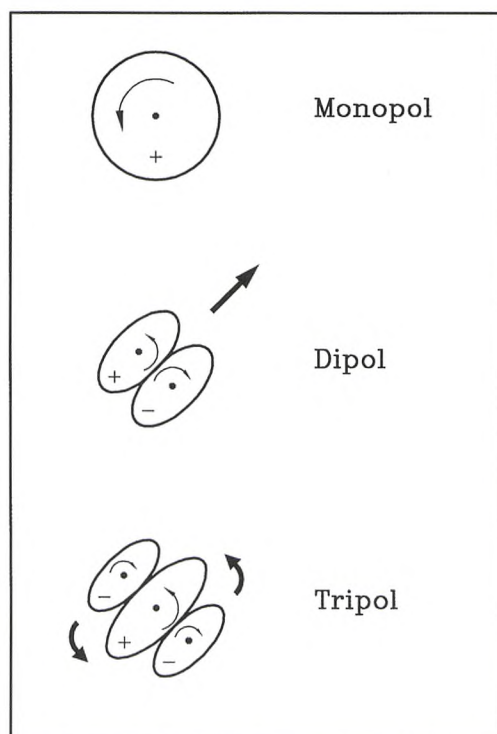
Turbulens og selvorganisering i to-dimensionale systemer

Jens-Peter Lynov og Jens Juul Rasmussen, Forskningscenter Risø

En "anden slags" turbulens

Selv om der ikke findes nogen præcis definition af, hvad turbulens er, så har de fleste nok en intuitiv fornemmelse af, hvad begrebet dækker. Denne fornemmelse går oftest ud på, at en turbulent strømning er fuldstændig uforudsigelig. Områder i strømningen, som på et givet tidspunkt måtte være sammenhængende, vil blive brudt ned til stadig mindre områder uden nogen form for sammenhæng. Processen standser først når korttrækkende gnidningskræfter kan omsætte kinetisk energi til varme. Til at beskrive en sådan tilstand, er det naturligt at anvende metoder fra den statistiske mekanik, hvor man antager at alle fluktuationer i systemet er helt ukorrelerede. Denne fremgangsmåde har da også givet værdifulde resultater til beskrivelse af turbulente systemers dynamik.

Et af de vigtigste eksempler er Kolmogorovs beregninger af energispektret for turbulente fluktuationer i tre-dimensionale systemer. Det forudsagte energispektrum, som har formen $k^{-5/3}$, hvor k angiver bølgetallet af fluktuationerne, er blevet eksperimentelt eftervist i mange forskellige systemer.



Figur 1. Klassifikation af forskellige hvirvelstrukturer. "Tynde" pile angiver den hvirvlende bevægelse inde i hvirvlerne. "Tykke" pile angiver bevægelsen af hele strukturen.

Der findes dog fysiske systemer, hvor antagelserne om statistisk uafhængighed af fluktuationer og opsplitning af sammenhængende områder til mindre områder ikke er særligt gode - ja, hvor den dynamiske udvikling af systemet faktisk er lige omvendt! En stor klasse af disse systemer er dem, hvori den dynamiske udvikling hovedsageligt foregår i to dimensioner. Vi skal senere se, at mange fysiske systemer af praktisk relevans har denne egenskab, men inden disse eksempler nævnes, skal vi kigge lidt på de teoretiske forudsigelser af to-dimensionale systemers dynamiske udvikling.

Hvirveldynamik i to dimensioner

Allerførst må vi præcisere, hvad det er for systemer, vi vil undersøge. Fælles for dem alle er, at de kan beskrives som kontinuumsystemer, dvs. at stof antages jævnt fordelt i rummet. Ydermere vil vi udelukke stoffer i fast tilstandsform. Tilbage har vi, hvad der ofte under ét kaldes for "fluider". Fluider er således et samlebegreb, der i bred forstand dækker over såvel gasser, væsker som plasmaer. Hvis en "fluid" er usammentrykkelig (hvilket er en god antagelse når de karakteristiske hastigheder er mindre end lydhastigheden i det pågældende medium) kan man tænke på en almindelig væske, som vi lægger til grund for diskussionen i dette afsnit. Andre eksempler, som omtales senere, er atmosfærer og plasmaet i Risø's Q-maskine.

Vi antager at alle bevægelser foregår i (x, y) -planen. Vi indfører nu hastighedsfeltet $\vec{v}(x, y, t)$ og en hvirvelstyrke, eller vorticitet, ω , der er knyttet til det enkelte væskeelement. Hvirvelstyrken er proportional med den lokale hastighed og omvendt proportional med afstanden fra hvirvlens centrum. Med disse to variable kan dynamiske udvikling af systemer, hvor gnidningskræfterne kan negligeres, beskrives ved *Eulers ligning*:

$$\frac{d\omega}{dt} \equiv \frac{\partial \omega}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \omega = 0.$$

Denne partielle differentilligning udtrykker, at et infinitesimalt væskeområde vil bevare sin vorticitet, mens det bevæger sig rundt i systemet. Bevægelsesligningen for vorticitet er, med én væsentlig undtagelse, den samme som bevægelsesligningen for punktformige, masseløse partikler, som flyder rundt i strømningen. Undtagelsen er, at hastighedsfeltet selv afhænger af vorticiteten, hvilket gør Euler-ligningen til en ikke-lineær dynamisk ligning. Netop bevarelsen af vorticiteten adskiller den to-dimensionale dynamik fra den tre-dimensionale. I tre

dimensioner har man en ekstra frihedsgrad for udviklingen af en hvirvel, den kan strækkes, hvorved vorticiteten ændres.

Analytisk kan der findes en række såkaldt "stationære" løsninger til Euler-ligningen. I et passende valgt koordinatsystem har disse løsninger en form, der ikke ændrer sig med tiden. De vigtigste af disse stationære løsninger kaldes: *Monopoler*, *dipoler* og *tripoler*. Disse navne angiver, hvor mange hvirvler løsningen er bygget op af, som skitseret i figur 1. *Monopoler* findes som simple eller af højere orden. Simple monopoler har kun vorticitet af ét fortegn. I højere ordens monopoler veksler fortegnet for vorticiteten i koncentriske ringe. Centret af monopolen ligger altid i samme (x, y) position, og de simple monopoler er stabile. *Dipoler* har én del med negativ vorticitet og én med positiv. Hvis den totale vorticitet i de to dele er numerisk lige store, vil dipolen bevæge sig i en ret bane. *Tripolerne* består af en central del med vorticitet af et fortegn samt to satellitter med vorticitet af modsat fortegn placeret symmetrisk omkring centrum for den centrale del. En balanceret tripol vil rotere omkring sit eget centrum. Selv om multipoler af højere orden kan konstrueres, vil de oftest være ustabile.

Nu er det naturligvis én ting, at et system kan opretholde visse typer af strukturer. Noget andet er, om disse nogensinde vil opstå naturligt. Hvis man starter beregningen af Euler ligningen med en tilfældig fordeling af vorticiteten vil der typisk opstå et meget komplekst mønster. Områder af positiv og negativ vorticitet vil blive trukket ud i smalle bånd, eller filamenter. Lader man beregningen fortsætte er der ingen ende på hvor kompleks og infiltreret denne *filamentation* af strømmingen vil blive. Svaret på om stationære løsninger til Euler-ligningen kan opstå, hvis de ikke er sat ind fra starten, er altså generelt nej.

Men her kommer antagelsen om gnidningskræfterne (viskositeten) ind i billedet. Disse kræfter har som tidligere nævnt kun betydning, hvis skalastørrelserne af fluktuationerne i strømmingen bliver tilstrækkeligt små. Vi har lige beskrevet, at Euler-ligningen via filamentation kan skabe vilkårligt små skalastørrelser, selv om disse ikke oprindeligt var til stede. For at gøre beskrivelsen af den dynamiske udvikling mere fysisk korrekt, må indflydelsen af gnidningskræfterne tages med. Dette gøres ved at tilføje et ekstra led, der kan fjerne kinetisk energi, til Euler-ligningen. Vi får så *Navier-Stokes ligning*:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \omega = \nu \nabla^2 \omega$$

hvor ν er den kinematiske viskositet. Det ekstra led er et diffusionsled, som virker kraftigst på små længdeskalaer. Med indførelsen af viskositet har vi fjernet muligheden for stationære løsninger i helt rigoristisk betydning. I det lange løb vil alle forstyrrelser af systemet dø ud, da vi ikke har inkluderet energikilder i vores beskrivelse. Fra et praktisk synspunkt, kan denne viskose dæmpningstid dog være meget lang. Spørgsmålet er da, om systemet af sig selv vil søge mod semi-stationære tilstande, in-

den en væsentlig del af den oprindelige kinetiske energi i systemet er omdannet til varme. Her er svaret overraskende: Ja! De to-dimensionale strømninger udviser under meget generelle betingelser muligheden for selvorganisering. Og den tilstand, som strømmingen søger hen mod kan ofte med god tilnærmelse beskrives som en løsning til Euler-ligningen! Denne udvikling er helt modsat den, man normalt kender fra tre-dimensionel turbulens, og selv om man kan sandsynliggøre nogle af grundene til denne forskel, så savner mange af de eksperimentelle og numeriske resultater for to-dimensionale strømninger stadig en tilfredsstillende teoretisk forklaring.

Hvis man betragter energispektret for den to-dimensionale turbulens, finder man et fænomen, der kaldes "invers kaskade". Ved den inverse kaskade transporteres energi fra kortere til længere karakteriske bølgelængder. Denne opførsel er altså lige modsat Kolmogorovs resultat for tre-dimensionel turbulens, som er omtalt i indledningen. Det vil føre for vidt her at gå i detaljer med, hvorledes denne inverse kaskade kan forklares ud fra de dynamiske ligninger. Det har sammenhæng med, at man for to-dimensionale strømninger (uden viskositet) har bevarelse af systemets totale vorticitet og endnu vigtigere af den totale enstrofi (lig fladeintegralet af enstrofitætheden, som er proportional med ω) i tillæg til bevarelsen af den totale energi. Dette kan vises at lede til nogle restriktioner på udviklingen af energispektret som får energien til at kaskade til længere og længere bølgelængder, mens enstrofien vil kaskade den modsatte vej, dvs. til kortere og kortere bølgelængder. Resultatet af denne udvikling vil således være at de energibærende hvirvler bliver større og større, mens enstrofien koncentrerer sig i tynde lag ved på hvirvlernes rande.

Uanset detaljerne i den inverse kaskade er det dog en eksperimentel kendsgerning, at to-dimensionale systemer kan danne store, sammenhængende hvirvelstrukturer med levetider, som er mange gange større end hvirvlernes egne omdrejningstider. Denne proces kaldes selvorganisering. De resulterende strukturer kaldes *kohærente strukturer*. De har stor indflydelse på den turbulente strømnings dynamik. Specielt kan strukturerne have afgørende indflydelse på den turbulente transport i strømmingen. Normalt kan turbulent transport beskrives som en diffusionsproces, hvor partiklerne udsættes for mange små uafhængige påvirkninger fra de turbulente fluktuationer og udfører Brownske bevægelser. Er strømmingen domineret af kohærente strukturer, kan disse indfange partikler eller fluid-elementer og transportere dem over afstande, der er store sammenlignet med strukturerens egen udstrækning. Transporten får således en karakter, der er helt forskellig fra en diffusionsproces, og der findes endnu ingen kvantitativ beskrivelse af denne form for transport. I det følgende skal vi se på nogle eksempler på kohærente strukturer i forskellige fysiske systemer.

Kohærente strukturer i naturen

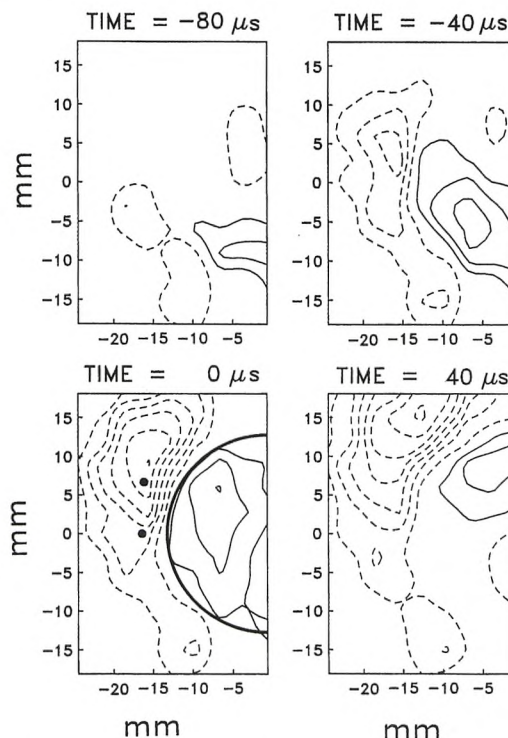
Betegnelsen "kohærent struktur" bruges ofte i sam-

menhæng med forskellige fysiske systemer og kan afhængigt af problemet have forskellig betydning. Typisk benyttes begrebet om lokaliserede løsninger til ikke-lineære dynamiske systemer, og det dækker således også bl.a. soliton-løsninger til én-dimensionale systemer. Når vi taler om kohærente strukturer i denne artikel, er det udelukkende i betydningen: Langlivede, lokaliserede hvirvelstrukturer. Og indtil videre ser vi kun på to-dimensionale systemer.

Hvornår er det så rimeligt at tale om et to-dimensionalt system? Først må vi påpege, at man godt kan have to-dimensionale løsninger til tre-dimensionale problemer, men disse løsninger kræver en høj grad af symmetri, som eksempler kan nævnes et uendeligt langt hvirvelrør, eller en røgring (hvirvelring). Hvis dynamikken i systemet under mere generelle forhold skal være to-dimensionalt, må systemet have en form for anisotropi, hvor forholdene er forskellige i den ene retning i forhold til de to andre. En sådan anisotropi kan have flere årsager; her nævnes nogle af de vigtigste: 1) *Systemets geometri*. Det fysiske system har meget større udstrækning i to dimensioner end i den tredje. Eksempler: Sæbehinder, galakser, jordens atmosfære og oceaner. For at bevægelsen med god tilnærmelse kan beskrives som to-dimensionalt gælder det, at udstrækningen af de dynamiske strukturer skal være væsentlig større end systemets tykkelse i den tredje dimension. 2) *Stratificering*. Systemet befinder sig i et tyngdefelt og har en stabil tilstand med varierende massefylde. Vandrette bevægelser har ofte kun en svag kobling til lodrette. Eksempel: Jordens oceaner. 3) *Rotation*. Systemet er i fastlegeme rotation med konstant omdrejningsfrekvens, og fluidbevægelserne er så langsomme, at Coriolis-kraften har en dominerende effekt. Eksempler: Atmosfærer og oceaner på roterende planeter. 4) *Magnetfelt*. Vi har ikke diskuteret plasmadynamik i denne artikel, men det kan vises, at visse typer af lav-frekvente fluktuationer i et magnetiseret plasma har en to-dimensionalt dynamisk udvikling i planet vinkelret på magnetfeltet. Denne udvikling er beskrevet ved Euler-ligningen. Blot skal vorticitet-variablen skiftes ud med ladningstætheden. Lorentz-kraften i dette system spiller en rolle, der er ækvivalent med Coriolis-kraften i det roterende system. Eksempel: Magnetisk indesluttet fusionsplasmaer som fx. tokamakplasmaer.

Det mest storslåede eksempel på en langlivet hvirvelstruktur er Den Store Røde Plet på planeten Jupiter. Denne hvirvel har en udstrækning på ca. 25.000 km (dvs. dobbelt så stor som jordens diameter), og på trods af, at de omgivende atmosfærebevægelser er stærkt turbulente, har hvirvlen bevaret sin identitet i over 300 år. Mange af detaljerne omkring dynamikken i Jupiters atmosfære er stadig uafklarede. I jordens atmosfære finder vi også store langlivede hvirvelstrukturer, der optræder som højtryk og lavtryk. Som regel har disse strukturer en levetid, der ikke er lang sammenlignet med hvirvlernes egne omdrejningstider, hvorfor de ikke opfylder definitionen på kohærente strukturer. Anderledes er forholdene i jordens oceaner. Her kan langlivede hvirvler med størrelser

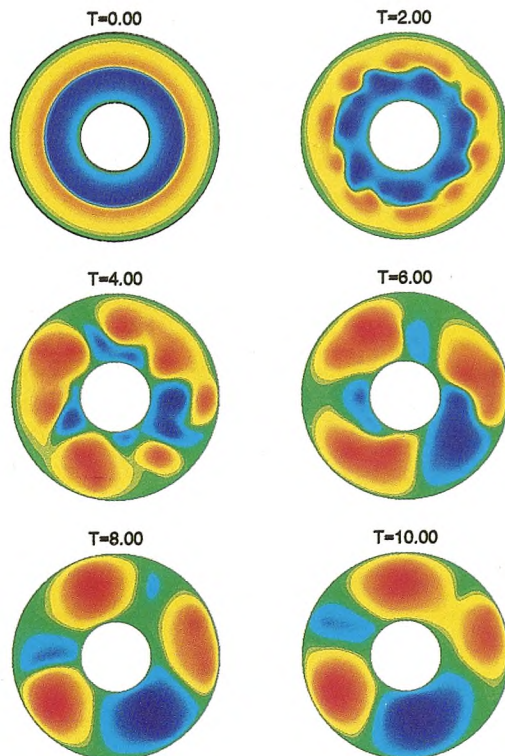
mellem 10 og 100 km dannes i forskellige havdybder. I nogle tilfælde har sådanne hvirvler været fulgt i mere end et helt år. Disse langlivede hvirvler kan transportere vand med karakteristiske fysiske, kemiske og biologiske egenskaber over store afstande til områder, hvor man normalt ikke finder disse egenskaber. De kan således have stor betydning for havenes varmetransport, miljøforhold og økologi.



Figur 2. Udviklingen af en kohærent hvirvelstruktur i et magnetiseret plasma. Konturlinierne angiver det elektrostatiske potentiale. Positive værdier af det relative potentiale er angivet med fuldt optrukne linier, negative med stiplede linier. I hvirvlen med negativ potentiale bevæger plasmapartiklerne sig i urets retning. Reference tidspunktet (time = 0) angiver "trigger-tidspunktet" anvendt ved den statistiske behandling. Den fuldt optrukne halvcirkel viser kanten af søjlen, hvori plasmaet produceres. Bemærk at kun et udsnit af plasmasøjlen er vist.

Som et enkelt eksempel på menneskeskabte kohærente strukturer, kan nævnes vingetip-hvirvlerne fra flyvemaskiner. Disse hvirvler er altid til stede, når der er løft på vingerne. Hvis flyet flyver i en højde, hvor udstødningen fra motorerne kondenseres, vil indfangningen af denne kondens i hvirvlerne gøre disse synlige som to lange hvide bånd efter flyvemaskinen. Dette er et eksempel på, at symmetriske strømningsforhold kan gøre dynamikken i et tre-dimensionalt system næsten to-dimensionalt, her i et lodret snit vinkelret på flyets bevægelsesretning. Tilsammen danner de to hvirvler en kohærent dipol, og effekten af denne dipol kan tydeligt mærkes nær landingsbaner, hvor kraftige luftstrømme kan opstå, længe efter et fly er landet. Gennem vekselvirkningen med den stillestående luft lige over landingsbanen, kan disse kraftige luftstrømme opretholdes i ret lange tidsrum. Luftstrømmene er meget farlige for efterfølgende flyvemaskiner, og sikker-

hedsgrænserne for afstanden mellem landende fly er da også netop valgt af hensyn til dette fænomen.

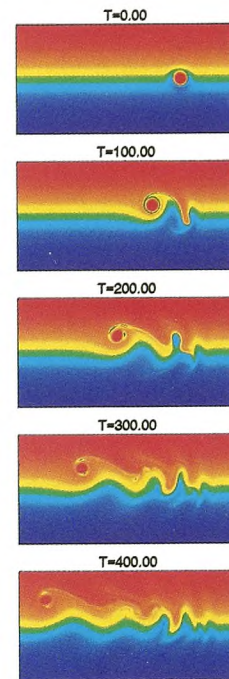


Figur 3. Udviklingen af perturbationen i potentialet i en simulering af de dynamiske forhold i Q-maskinens randplasma. Positive værdier er angivet med rødt, mens negative værdier er angivet med blå.

Kohærente strukturer i laboratoriet

Et eksempel på kohærente strukturer i et magnetiseret plasma er vist i figur 2. Her angiver konturlinierne det elektrostatiske potentiale. Billederne bygger på et stort antal punktmålinger på plasmaet. I hvert punkt har man ventet på et karakteristisk (stort) triggersignal på en referenceelektrode, der er placeret et fast sted. På grund af plasmaets turbulente natur kommer dette på et uforudsigeligt tidspunkt. Tidsangivelserne på figurene er så forskellen fra triggertidspunktet til måletidspunktet. Desuden er værdien i hvert punkt en middelværdi af et antal målinger. Eksperimentet er udført i Risø's Q-maskine. Plasmaet produceredes indenfor en ca. 1 m lang cylinder med en diameter på 3 cm. Denne cylinder blev holdt svævende af et stærkt magnetfelt i cylinderaksens retning, og figuren viser et snit tværs gennem plasmasøjlen (randen af søjlen er indikeret ved den fuldtoptrukne halvcirkel paa figuren for $T = 0$). Det ses, at kohærente strukturer optræder på ydersiden af plasmacylinderen, hvor de foretager en roterende bevægelse omkring cylinderaksen. Strukturerne opstår spontant i en baggrund af turbulente fluktuationer med et bredt spektrum. Lignende kohærente strukturer findes også i de store fusionseksperimenter. De menes, at have en stor indflydelse på den tur-

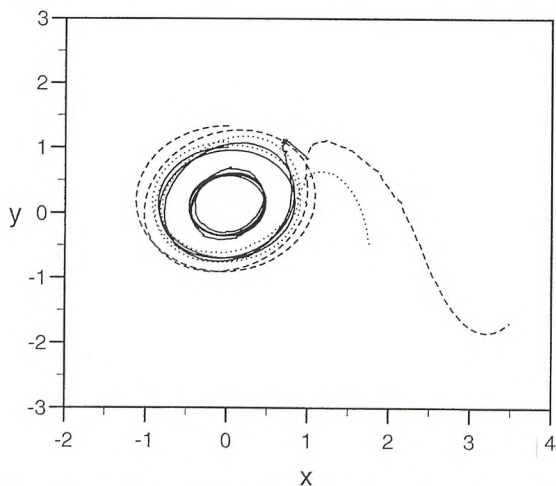
bulente transport af plasma på tværs af magnetfeltet. Udviklingen af fluktuationerne i Q-maskinens plasma er vel beskrevet med en to-dimensionel model, og vi forestiller os de kohærente hvirvelstrukturer dannet ved en selvorganiserende proces, som beskrevet i afsnit 2.



Figur 4. Udviklingen af en monopole-hvirvel i et anisotrop system. Rød farve viser positiv (potentiell-)vorticitet.

Til at støtte denne antagelse har vi foretaget en numerisk simulering af de dynamiske forhold i Q-maskinen ud fra Navier-Stokes ligningen (se figur 3). Vore computerkoder er baserede på såkaldte "spektrale metoder", der tillader en meget nøjagtig og detaljeret løsning af de dynamiske ligninger. I figur 3 ses den tidslige udvikling af det elektrostatiske potentiale i det ydre område af plasmasøjlen. Den indvendige del af denne søjle er ikke medtaget i beregningen, da den dynamiske udvikling er fuldt beskrevet ved forholdene i den ydre skal. Koden er startet med en ladningsfordeling, der svarer til den tidsligt midlede fordeling i eksperimentet. Til denne fordeling er adderet lidt tilfældig støj. Vi ser, at begyndelsesbetingelsen er ustabil, og at den hurtigt bryder op i en række små "øer". Denne opførelse er i overensstemmelse med teoretiske beregninger af den lineære udvikling af de ustabile fluktuationer. Den følgende dynamiske udvikling af systemet viser dog, at disse små øer kun er begyndelsen på en langt mere kompliceret proces. Øer med henholdsvis positiv og negativ potentiale smelter efterhånden sammen til store områder. Til sidst er der kun et par områder med henholdsvis positiv og negativ potentiale tilbage. Eksistensen af sådanne store hvirvel-lignende strukturer er i god overensstemmelse med de eksperimentelle resultater (som for eksempel i figur 2), men langt fra de gængse lineære teoretiske udtryk, der forudsiger at fluktuationer med korte bølgelængder skulle dominere udviklingen.

Resultaterne i figur 3 er opnået ved numerisk løsning af Navier-Stokes ligning, og der er derfor en direkte analogi til et tilsvarende fluidproblem. Man skal blot oversætte ladningsfordeling med vorticitet og det elektrostatiske potentiale med hastighedspotentialet (strømningsfunktionen). Starttilstanden i figur 3 svarer således til en ringformet jet med små fluktuationer i hastigheden.



Figur 5. Partikeltrajektorier i monopolen vist i figur 4 i det medfølgende referencesystem.

Et eksempel på udviklingen af en "isoleret" hvirvel og dens evne til at transportere partikler er vist i figurerne 4 og 5. Resultatet kan også her fortolkes både som "almindelig" fluidodynamik og som plasmafysik. Den dynamiske ligning, der er løst numerisk, er i dette tilfælde en anden end Navier-Stokes ligning, og den kan benyttes til dels at beskrive oceanhvirvlers udvikling under indflydelse af en Coriolis-kraft, der varierer med breddegraden, og dels at beskrive kohærente strukturers udvikling i et magnetiseret plasma med varierende tæthed. Mens en monopolære hvirvelløsninger til Euler-ligningen er ubevægelige (bortset fra deres rotation), vil en hvirvelløsning til dette system på grund af systemets to-dimensionale anisotropi ikke ligge stille. Den vil bevæge sig og efterlade et bølgemønster, mens den undergår en indre reorganisering til en tripolar struktur som vist på figur 4. Under denne udvikling vil nogle af de partiklerne, der oprindeligt er indfangne i hvirvlen, efterhånden blive tabt, dels fordi hvirvlen reorganiserer sig og dels fordi den dæmpes langsomt, energien udsendes som bølger. Figur 5 viser partiklernes trajektorier i et referencesystem, der følger med den kohærente struktur. De fleste af partiklerne ses at være transporteret med hvirvlen over afstande, der er meget store i forhold til hvirvlens udstrækning. På grund af den dynamiske lignings generelle form har dette resultat således både geofysisk og plasmafysisk relevans.

Afsluttende bemærkninger

Det er vores håb, at vi ved at studere fundamentale pro-

cesser i forskellige kontinuumsystemer, vil kunne opnå en forståelse, der vil gøre udviklingen af simple fysiske modeller mulig. På denne måde ønsker vi, at kunne give rimeligt nøjagtige estimater af disse ikke-lineære systemers egenskaber, muligvis i en statistisk form, uden først at skulle lave omfattende eksperimentelle og numeriske undersøgelser. Til denne opgave forventer vi, at de kohærente strukturer vil spille en rolle som en slags "elementarpartikler", og deres vekselvirkninger indbyrdes, med eksterne kraftfelter og med afgrænsende vægge vil optræde som tilsvarende "elementarprocesser".

De fremtidige studier vil stadig bygge på en kombination af teoretiske, numeriske og eksperimentelle undersøgelser, som vi finder afgørende for en detaljeret forståelse af den ikke-lineære dynamiske udvikling. De eksperimentelle undersøgelser foretages nu i roterende og statificerede væsker, hvor to-dimensionale hvirvelstrukturer naturligt dannes udfra stort set vilkårlige perturbationer. Disse hvirvelstrukturer kan visualiseres ved at tilsætte farvestof, og strømningsfeltet kan kvantificeres ved hjælp af en partikel sporings teknik, hvilket gør en detaljeret sammenligning med teoretiske og numeriske resultater mulig.

Resultaterne præsenteret i denne artikel er blevet til i et samarbejde inden for Kontinuumfysiksektionen på Forskningscenter Risø. Følgende har bidraget: L. Bækmark, E.A. Coutias, J.S. Hesthaven, P. Michelsen, A.H. Nielsen, M. Nielsen, H.L. Pécseli, B. Stenum og G.G. Sutyrin.



Jens-Peter Lynov er civilingeniør med en lic. techn. grad inden for plasmafysik. Han er nu seniorforsker og leder af Sektionen for Kontinuumfysik i Afdelingen for Optik og Fluid Dynamik paa Forskningscenter Risø. Hans forskning er koncentreret om teoretiske og numeriske studier af kontinuumsystemers ikke-lineære dynamik.



Jens Juul Rasmussen er civilingeniør med en lic. techn. grad inden for plasmafysik. Han er nu seniorforsker i Kontinuumfysiksektionen i Afdelingen for Optik og Fluid Dynamik paa Forskningscenter Risø. Hans forskning er koncentreret om teoretiske og eksperimentelle studier af ikke-lineære dynamiske processer i kontinuumsystemer.

Vejledning for forfattere

Redaktionen af KVANT modtager meget gerne artikler fra læserne. Indholdet af artiklerne bør være forståelig for personer med interesse for fysik – således at en god gymnasieelev vil få noget ud af at læse artiklen. Det gør ikke noget, at der optræder enkelte (og enkle) formler i teksten. Illustrationer til artiklerne er meget velkomne.

Det er håbet, at der vil komme en række rubrikker – der er allerede en debatside, som er åben for indlæg om alt hvad der rører sig om fysik. Bladet vil også bringe meddelelser fra Dansk Fysisk Selskab og Selskabet for Naturlærens Udbredelse, ligesom omtale af arrangementer, der kan have interesse for fysikinteresserede vil blive bragt. Da der kun kommer fire numre om året skal der gives meddelelse om et givet arrangement i god tid, hvis det skal kunne komme med i bladet. Redaktionen vil også stræbe efter at kunne bringe korte notitser med friske nyheder og anmeldelser af bøger af interesse for fysikere.

Vejledning i udformning af artikler til KVANT

For at lette produktionen modtages artikler helst på elektronisk facon. Det kan enten være som elektronisk post til e-mail adressen

kvant@nbivax.nbi.dk

eller (hellere) på en DOS-formatteret diskette, der sendes til

KVANT
c/o Mads Hammerich
Gersonsvej 40
2900 Hellerup

eller afleveres til et redaktionsmedlem sammen med eventuelle figurer, og – *meget vigtigt* – et billede og en præsentation af forfatteren, i stil med de præsentationer, der findes i slutningen af hver artikel i dette nummer.

Teksten kan være skrevet i $\text{\LaTeX}$, som ren ASCII fil, i WordPerfect eller Word. De første formater foretrækkes. Hvis det ikke er muligt at aflevere teksten i et af disse formater, kan en papirudgave af artiklen naturligvis anvendes.

Formler og specielle symboler kan indsættes i teksten med $\text{\LaTeX}$ eller $\text{\TeX}$. De modtages dog under alle omstændigheder også gerne på papir.

Illustrationer og billeder til artiklerne afleveres separat – det er (endnu) en kvalitetsmæssig fordel at indsætte disse i artiklen på sædvanlig facon. Undlad venligst at afsætte plads til dem i teksten, men placer figurforklaringen til sidst eller for sig selv.

Tabeller og opstillinger ønskes som simple opstillinger med tabulatorer. Brug ikke for megen energi på at lave “snedige” opstillinger med linier og lignende, men vis gerne på papir hvordan du selv ville foretrække det.

- Forfatternavne skrives med kursiv.
- Afsnitoverskrifter skrives med fed skrift.
- Der er ingen tomme linier mellem afsnit, men de indledes med en indrykning (tabulering).
- Referencer anføres i teksten med et løftet ciffer, og anføres til sidst i artiklen med nummer, forfatter, artikel (eventuelt bind-nummer med fed skrift), sidetal og årstal i parentes.
- Husk et billede og en kort præsentation af forfatteren.
- Forfattere der skriver i $\text{\LaTeX}$ kan rekvirere en skabelon, at skrive i, hos redaktionen.

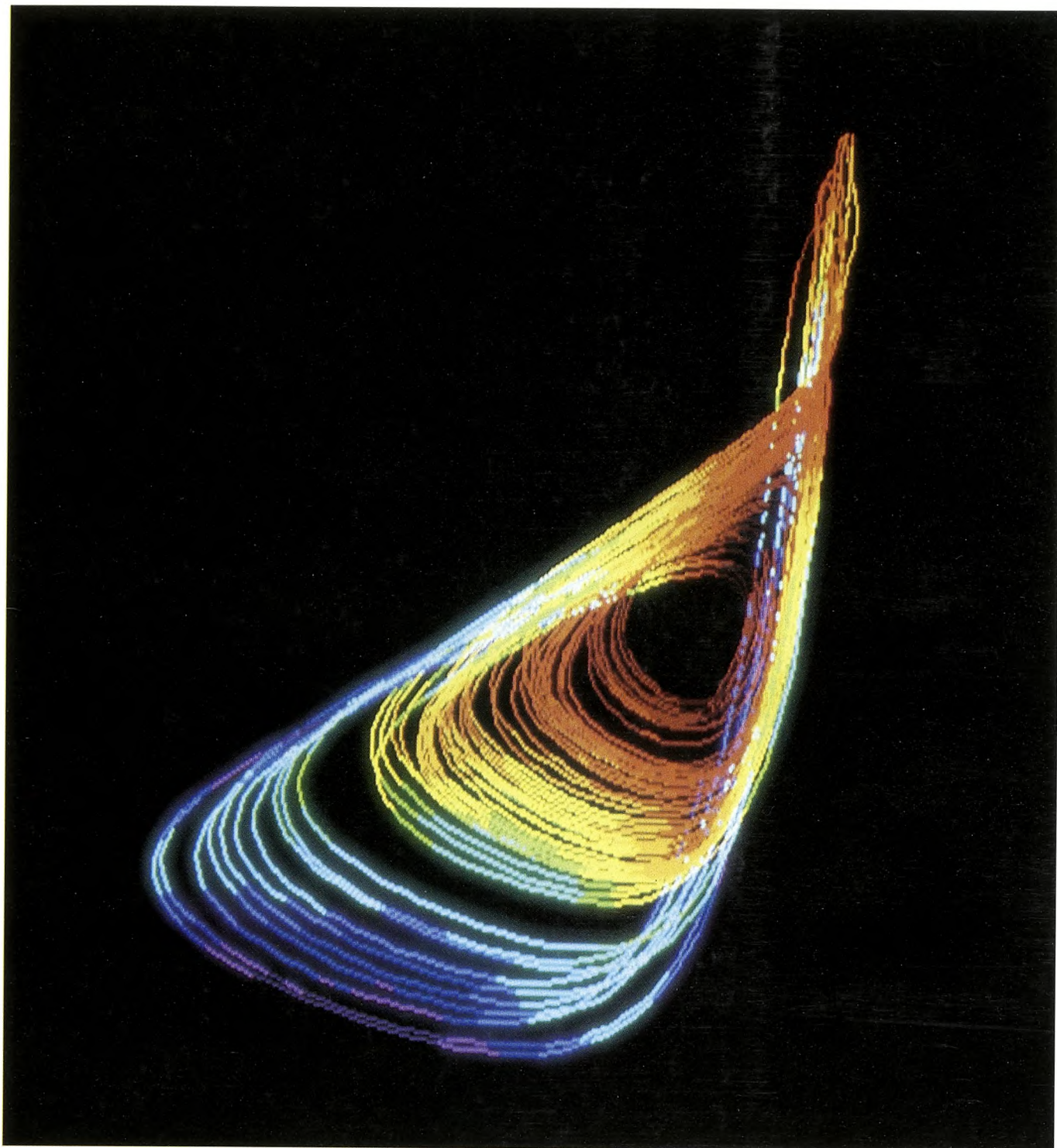
Abonnement på KVANT

koster 135 kr for en årgang og vil blive opkrævet pr. giro. Nye abonnenter vil modtage eventuelle tidligere numre af den løbende årgang. Medlemmer af Dansk Fysisk Selskab og Selskabet for Naturlærens Udbredelse vil modtage bladet som et medlemsblad.

Hvis du mener at du har abonnement, men ikke får bladet – har du nok glemt at melde flytning af bladet hos dit lokale postkontor, eller måske har du ikke betalt. Bemærk at flytning af KVANT skal meddeles postvæsenet eksplicit!

Abonnement tegnes ved at skrive til

Lene Körner, Matematisk Institut, Universitetsparken 5, 2100 København Ø



Meddelelser fra Dansk Fysisk Selskab:

Årsmøde: Sektionernes fælles årsmøde afholdes i 1994 i dagene 1-2/6 (torsdag og fredag) på Odense Universitet i de splinternye auditorier. Programmet vil blive tilrettelagt således, at der startes torsdag formiddag. De fleste deltagere behøver derfor kun at overnatte torsdag nat. Det forventes, at arrangementet kan gennemføres på et rimeligt omkostningsniveau, og det er derfor håbet, at det igen i år vil lykkes os at få rigtig mange studerende med. Information vedrørende tilmelding og anmeldelse af poster's vil blive bragt i næste nummer af kvant.

Netværk for kvindelige fysikere: Netværket afholder stiftende generalforsamling om onsdagen umiddelbart før DFS's årsmøde. Yderligere information om netværket og om den stiftende generalforsamling fås hos Mette Vedelsby, Thorsvej 8, 3460 Brikerød, (email: maiphj@vm.uni-c.dk).

Valg: Der skal afholdes valg til Dansk Fysisk Selskab og dets sektioner, dog ikke sektionen for uddannelse og undervisning. Nedenfor findes en klip-ud blanket til brug for anmeldelse af kandidater, som inden den 1. februar 1994 skal sendes til Valgleder Søren Brunak, Fysisk Kemisk Institut, Bygning 206, DTH, 2800 Lyngby. Der skal være 3 stillere på anmeldelsen, samt den foreslåede kandidats underskrift. Et medlem kan være stiller for flere kandidater og kan ligeledes være stiller for sig selv. Valget bliver holdt 21 dage senere. Sektionsbestyrelserne kan også selv stille forslag til kandidater. Disse forslag skal ligeledes sendes til Valgleder Søren Brunak inden den 1. februar 1994.

Klip -----

VALG TIL DANSK FYSISK SELSKAB --- 1994

Kandidatforeslag til

1. _ja _nej Bestyrelsen for Dansk Fysisk Selskab (4 personer)
2. _ja _nej Atomfysiksektionen (5 personer)
3. _ja _nej Faststofsektionen (7 personer)
4. _ja _nej Kerne-, partikel- og astrofysiksektionen (5-8 personer)

Navn på Kandidat samt adresse:

Kandidatens underskrift

Stiller1

Stiller2

Stiller3

Sendes til Valgleder Søren Brunak, Fysisk Kemisk Institut, DTH,
Bygning 206, 2800 Lyngby.

Meddelelser fra Dansk Fysisk Selskab fortsat

På nuværende tidspunkt er følgende kandidater foreslået af bestyrelsen og af sektioner:

Dansk Fysisk Selskabs bestyrelse:

Jakob Bohr, Forskningscenter Risø, Roskilde
Dan Birkedal, Mikroelektronikcenteret, Lyngby
Torsten Freltoft, NKT Forskningscenter, Brøndby
Allan H. Sørensen, Århus Universitet, Århus

Atomfysiksektionen:

Søren Keiding, Fysisk Institut, Odense
Helge Knudsen, Institut for Fysik og Astronomi, Aarhus
Jens Jul Rasmussen, Forskningscenter Risø, Roskilde
Erling Veje, Københavns Universitet, København
Eigil Ungstrup, Københavns Universitet, København

Faststofsektionen:

Preben Alstrøm, Københavns Universitet, København
Kell Mortensen, Forskningscenter Risø, Roskilde
Paolo Sibani, Odense Universitet, Odense
Flemming Besenbacher, Århus Universitet, Århus
Mads Peter Sørensen, Danmarks Tekniske Højskole, Lyngby
Ib Chorkendorff, Danmarks Tekniske Højskole, Lyngby
Peer Tidemand-Petersson, Teleteknisk Laboratorium, Hørsholm

Indmeldelse i Dansk Fysisk Selskab kan ske ved henvendelse til Kasseren Allan H. Sørensen, Institut for Fysik og Astronomi, Århus Universitet, Ny Munkegade, 8000 Aarhus C. Medlemskab 325 kr/år, Junior-medlemskab 75 kr/år og Pensionist-medlemskab 75 kr/år.

Jakob Bohr, formand.

Klip -----

INDMELDELSESBANKET TIL DANSK FYSISK SELSKAB

Jeg vil gerne meldes ind i Dansk Fysisk Selskab

_ja _nej Almindeligt medlem (325 kr./år)
_ja _nej Junior medlem (75 kr./år)
_ja _nej Pensionist medlem (75 kr./år)

Send ingen penge med denne slip, men anfør navn og adresse.

Sendes til Allan H. Sørensen, Institut for Fysik og Astronomi,
Århus Universitet, Ny Munkegade, 8000 Århus C.

LASER '94

Dansk Fysisk Selskab og Dansk Optisk Selskab arrangerer i foråret 94 et nationalt emnemøde om Lasere og deres anvendelser indenfor fysik og kemi. Mødet finder sted på Frederik d. VI's Kro og Konference Hotel i Odense fra d. 12. til d. 13. april 1994. Lasere har i de seneste 10 år opnået en central placering som et af de mest udbredte forskningsinstrumenter, dækkende hele spektret af naturvidenskabelig forskning og teknologisk udvikling. I lyset af dette har DFS og DOPS besluttet at samle de danske laserbrugere på tværs af faggrænser til et emnemøde fokuseret på lasere. Blandt mødets hovedtemaer kan nævnes: Kvanteoptik, Femtosekund Spektroskopi, Optiske Bølgeledere, Optisk Kommunikation, Laser Køling, Femtosekundlasere, Lasersensorer, Materialebehandling, Laserkemi, Ikke Lineær Optik, Atom- og Molekylspektroskopi.

Følgende foredragsholdere er inviteret til mødet:

Christof Fattinger, Hoffman-La-Roche,
"Biosensors using Optical Waveguides"

Martin van Exter, University of Leiden,
"Noise in Semiconductor Lasers"

Eugene Polzik, Århus University,
"Spectroscopy with Squeezed Light"

John Erland Hansen, Odense University,
"Femtosecond Carrier dynamics in Semiconductors"

Robert Wilbrandt, Forskningscenter Risø,
"Resonance Raman Spectroscopy of Chemical Intermediates"

Peter Bjerring, Marselisborg Hospital,
"Medical Applications of Lasers"

Nærmere oplysninger om tilmelding til mødet vil blive tilsendt medlemmerne af DFS og DOPS i det nye år. Der forventes en pris på 1300,- (VIP) og 750,- (Studerende), dækkende overnatning, forplejning og gebyr. Fristen for tilmelding, og indsendelse af abstracts bliver d. 1. marts 1994. Ønskes yderligere oplysninger om mødet kan der rettes henvendelse til nedenstående.

Jørn M. Hvam, Mikroelektronik Centret (DOPS)

Søren Rud Keiding, Kemisk Institut, Aarhus Universitet (DFS)

Anmeldelse:

Ph.d.-kursus 'Methods in Soft Condensed Matter'

Christine Papadakis og Erling B. Jørgensen, Roskilde Universitetscenter

Birgitte L. Jørgensen, Forskningscenter Risø

Sidste studieår deltog vi i et ph.d.-kursus afholdt på RUC, som handlede om metoder indenfor bløde faste stoffers fysik. Bløde faststoffer er materialer som polymerer, flydende krystaller, miceller, biologiske materialer (f.eks. membraner eller enzymer), geler og andre kondenserede stoffer, som har den fælles egenskab at være mekanisk bløde. Entropiske effekter er af afgørende betydning for materialernes egenskaber. Mange af dem møder vi i hverdagen, f. eks. salatdressing, leverpostejsky eller tandpasta. Kursets formål var at give deltagerne et overblik over de metoder, som anvendes til at studere bløde materialer — såvel eksperimentelle som teoretiske og simulationsmetoder.

Eksempler på eksperimentelle metoder er rheologiske målinger, forskellige sprednings- og spektroskopimetoder, kalorimetri, tunnelmikroskopi og NMR. Ved hjælp af en kombination af flere af disse metoder er det muligt at afsløre, hvilken indflydelse strukturen på forskellige mikroskopiske længdeskalaer har på de makroskopiske egenskaber. Centrale teoretiske begreber i fortolkningen af fænomenerne er diffusion og fluktuationer. Et meget vigtigt værktøj er computersimuleringer, hvor man forsøger at reducere de komplekse vekselvirkninger i bløde materialer til de væsentlige. For at fortolke f. eks. en biologisk membrans rolle i kroppen kan man isolere forskellige mekanismer, idet man betragter membranen først som en dobbeltlag af lipidmolekyler og bagefter 'tilføjer' kolesterolmolekyler og undersøger deres funktion i membranen.

Omkring 15 ph.d.-studerende i fysik og kemi fra RUC, KU, DTH, KVL, DFM, CISMI og Risø deltog i kurset, som foregik på engelsk, fordi der deltog udenlandske studerende. Hver anden uge mødtes vi en hel dag. Om formiddagen var der oplæg om den teoretiske baggrund og nogle mulige anvendelser af metoderne, som blev suppleret af regne- eller laboratorieøvelser om eftermiddagen. Forlæsere, som kom fra universiteter og forskningsinstitutioner i hovedstadsområdet samt fra Sverige og USA, berettede entusiastisk om deres aktuelle forskning.

Der var også mulighed for besøg på laboratorier uden for RUC: Risø, hvor forskellige chromatografi-apparater blev vist, DFM, hvor man kunne se tunnelmikroskoper og 'atomic force microscopes' og afdelingen for Biofysisk Kemi på Novo Nordisk. Her var der mulighed for at se på forskellige kalorimetre, som er 'the state of the art' og få demonstreret, hvorledes disse bliver anvendt til karakterisering af enzymer i vaskepulver. Ikke at forglemme den gode mad i kantinen...

Alle kursusedtagere holdt korte oplæg om deres egen forskning — en god øvelse i at præsentere sit projekt. På den måde var det også nemmere at komme i kontakt med hinanden og udveksle erfaringer om forskellige metoder.

Alt i alt et vældig godt kursus. Et væsentlig 'biprodukt' har været muligheden for kontakt til ligesindede, så vi allerede på pre-ph.d. niveau har skabt os et netværk af personer på relevante institutioner, som vi kan have gavn af fremover.

Kurset blev organiseret af Jeppe Dyre, Søren Hvidt og Eigil Præstgaard og forventes at blive afholdt igen til efteråret 1994 indenfor rammerne af det nye foreslåede ph.d.-program 'Soft Materials Science'. Supplerende kursusudbud omhandler polymerkemi og statistisk fysik af bløde faststoffer. Desuden planlægges kurser, der går i dybden med enkelte eksperimentelle metoder.