

KVANT

juni
1991 2

Fysisk Tidsskrift

2. årgang



ELEKTRONMIKROSKOPI • ORDNINGSPROCESSERS DYNAMIK • INDVIELSE AF

SYNKROTRONSTRÅLINGSANLÆG • RØNTGENMIKROSKOPI • NORDITA • GEOFYSIK I

GYMNASIET • MATEMATISK KAOS

KVANT

Fysisk Tidsskrift

c/o Det fysiske Institut
Ny Munkegade
Aarhus Universitet
DK-8000 Århus C

Giro: 5 84 31 46
E-mail: kvant@dfi.aau.dk

Udgives af

Dansk
Fysisk
Selskab



Selskabet for
Naturlærens
Udbredelse



Redaktion

Jørgen Friis Bak (ansv.)
Det naturvidenskabelige fakultet
Århus Universitet
Jørn Christiansen
Danmarks Lærerhøjskole
Torsten Freltoft
NKT
Mogens Esrom Larsen
Matematisk Institut
Københavns Universitet
Finn Berg Rasmussen
Fysisk Laboratorium
Københavns Universitet
Ove Østergaard
Silkeborg Amtsgymnasium

KVANT udkommer 4 gange årligt og er
medlemsblad for de udgivende selskaber.
Abonnementspris: 135 kr/år (i Danmark).

Annoncepriser

1/1 side	3000 kr
1/2 side	1600 kr
1/4 side	1000 kr
Farvetillæg	1500 kr

Priserne er excl. moms og gælder for repro-
klart materiale.

Oplag: 1500
Tryk: AKA-print

ISSN 0905-8893

Indhold:

Elektronmikroskopi

Anders Thölén 1

Elektronmikroskoper er et meget kraftigt instrument til fysiske eksperimenter. Deres virkemåde bygger på et samspil mellem en lang række fysiske emner, såsom elektromagnetisme, kvantemekanik og relativitetsteori. For at forstå de billeder, som man optager med elektronmikroskopet er det ofte nødvendigt med en modelberegning.

Ordningsprocessers dynamik

Ole G. Mouritzen 7

Om en bemærkelsesværdig universalitet for en stor klasse af ikke-lige-vægtsfænomener med eksempler fra ordningsprocesser på overflader og i højtemperatursuperledere

Indvielse af synkrotronstrålingsanlæg

Jørgen Friis Bak 14

En reportage fra indvielsen af ISA, der nu kan producere synkrotronstråling.

Røntgenmikroskopi

Robin Medenwaldt 16

Ved hjælp af synkrotronstråling kan man nu få så stor en intensitet af røntgenstråling at det er muligt at bygge et mikroskop, baseret på denne stråling.

Nordisk Institut for Teoretisk Fysik, NORDITA

Henrik Jeldtoft Jensen 19

En kort beskrivelse af instituttets formål, oprindelse, opbygning og virke.

Seismik - en opgave i 3.g

Maiken Kirkegård 20

Initiativrige gymnasielever kan få en spændende oplevelse ud af at tænke utraditionelt, når der skal skrives årsopgave.

Liden forskel gør et stort rod

Mogens Esrom Larsen 24

Kaotisk opførsel illustreres med nogle simple matematiske funktioner og beskrives med overskuelige geometriske diagrammer.

Forsiden:

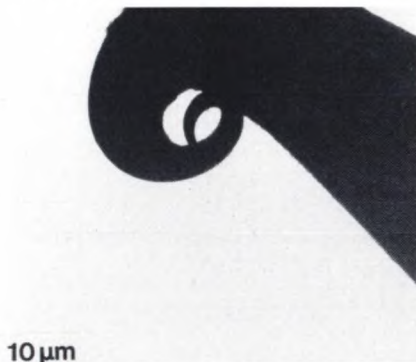
Den første synkrotronstråling i Danmark. Den blålige stjerneformede lyskilde i midten af det runde glasvindue er den synlige del af den synkrotronstråling, der produceres af elektroner, der afbøjes af en magnet i lagerringen i Århus.

foto: Det fysiske Institut, Aarhus Universitet

Elektronmikroskopet - en tumleplads for fysikere

Anders Thölén, Laboratoriet for Teknisk Fysik, Danmarks Tekniske Højskole

Et transmissionselektronmikroskop består i princippet af en elektronkanon og et antal magnetiske linser indkapslede i et vakuumkammer. Denne kombination udgør et fantastisk instrument for en fysiker! Newtons, Maxwells og optikkens love styrer elektronernes vej gennem de magnetiske linser. Elektronemission, partikel-bølgedualisme og elektronernes vekselvirkning med prøve og film må på den anden side beskrives med kvantemekanik. Relativitetsteorien er nødvendig eftersom elektronhastigheden i vort elektronmikroskop med accelerationsspændingen 300 kV er 78 % af lyshastigheden. Materiale fysikken er rigeligt repræsenteret i alle de forskellige materialer som bliver undersøgt: stål, hårdmetal, keramiske superledere, heterostrukturer af GaAs, mineraler, keramer og ler, slidresistente overfladebelægninger inklusive diamant, nanokrystalline partikler med videre. Oplysning fås om krystalstruktur og -orientering, korngrenser, krystaldefekter, overflader, kemisk sammensætning og så videre. Den direkte afbildning kombineret med elektrondiffraction og røntgenanalyse fra små områder giver en enestående information om materialernes mikrostruktur. Opløsningsniveauet i de bedste transmissionselektronmikroskoper er 0,2 nm eller bedre - diffraction og analyse kan i ekstreme tilfælde nås fra cirka 1 nm store områder (dedicated STEM), men 5 nm er en mere normal nedre grænse. Mikroskopet har naturligvis sin største styrke for materialer som varierer i struktur og/eller sammensætning på en fin skala. Interessen for den slags materialer øges fra år til år!



Figur 1. Wolframspids til scanningtunnelmikroskopet, som er blevet bøjet under brug.

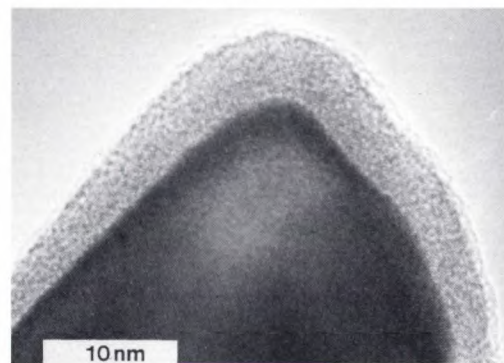
Elektronspredning mod et enkelt atom er den fundamentale proces, som bestemmer vekselvirkningen elektron - materiale i mikroskopet. Afbildning, diffraction og røntgenemission bygger på konstruktiv og destruktiv interferens af elektronbølger i krystaller og amorf materialer samt på forskellige inelastiske processer (fonon- og plasmonvekselvirkning, excitation af enkelte atomer og så videre) som bidrager til "absorption" af elektroner. Elasticitetsteorien anvendes ofte til grænsen af sit definitionsområde (kontinuet overgår i en diskret atombeskrivelse) ved beregninger på

krystaldefekter, og mange computerberegninger udføres for at sammenligne teorien med optagelser i elektronmikroskopet.

I denne artikel vil vi belyse transmissionselektronmikroskopet (TEM) med tre forskellige eksempler. Den karakteristiske længde varierer derved fra Ångstrøm (10^{-10} m) til mikrometer (10^{-6} m), og mikroskopet fralokkes forskellig information afhængig af problemstillingen.

Transmissionselektronmikroskopi (TEM) af spidser til scanningtunnelmikroskopet

I Kvant nr. 1 1991 blev scanningtunnelmikroskopet og nogle af dets anvendelser beskrevet i detalje. Nålen i et STM kan jo siges at udgøre det halve mikroskop, men har kun fanget en brøkdel af interessen. Vi vil her præsentere TEM-resultater fra en sådan spids, og den er naturligvis af speciel interesse da den jo gerne skal kunne vise et enkelt atom længst ude! Desuden er vi meget interesserede i korrelationen mellem STM-resultat og nålens aktuelle form. Er overfladens topografi alt for ujævn kan nålen ikke komme ned i dalene, og tunnelstrømmen kan stamme fra skiftende dele af nålen med en endnu dårligere opløsning til følge. Nålene, som sædvanligvis er fremstillede af wolfram, giver i mange tilfælde praktiske vanskeligheder.



Figur 2. Wolframspids med oxidlag. Denne spids er meget dårlig til STM, da den ikke er ledende.

Figur 1 viser en af de første nåle som vi undersøgte i TEM. Denne nål gav problemer i tunnelmikroskopet, men leverede alligevel et STM-billede. Nålen er kraftigt bøjet, og den har fået dette udseende i scanningtunnelmikroskopet (vi sammenligner med nålens udseende før dens brug i STM). Dette resultat var overraskende, men blev ofte gentaget. Forbavsende var, at man her kunne notere en tunnelstrøm, og forbavsende var det også, at det forholdsvis sprøde wolfram lader sig så let bøje ude i spidsen. En anden, men uanvendt nål, som er optaget med en større forstørrelse, viser sig at være indkapslet i oxid (figur 2) og vi har her forklaringen til den bøjede spids i figur 1. STM-teknikken bygger jo på at en ren, elektrisk ledende nål nærmer sig en

*APD er
så sikre
på sine
kryo-pumper...*

*der ydes
3 års
garanti.*



APD tilbyder nu den længste garantitid inden for kryo-pumpe-industrien... tre år... dobbelt så lang tid som nogen andre. De teknologiske fordele ved APD's kompressorer, som er specielt designet til helium, kombineret med APD's service- og garantipakke, gør APD's kryo-pumper til de bedste, der findes.

Det simple design giver problemfri drift og let markedsservice. APD's driftssikkerhed har stået sin prøve... igen og igen. Mere end 2000 apparater har været på markedet i en periode på 4 til 5 år, og **kun eet eneste** har vist defekter.

Derfor, hvis De foretrækker sikkerhed fremfor driftsproblemer, så ring til:



AAGE CHRISTENSEN A/S
INGENIØR- OG HANDELSVIRKSOMHED

SKELMOSEVEJ 10
DK-2500 VALBY

TELEFON 45 36 44 24 44
TELEFAX 45 36 44 20 24

overflade indtil de kvantemekaniske tunneleringsforhold er etablerede. Dette foregår normalt i to trin. Den "grovere" mekanik sikrer en første nærkontakt med overfladen og den første detekterbare tunnelstrøm. Den "finere" mekanik anvendes derefter i mikroskopmode og beskriver overfladens topografi. Men hvis nålen ikke er ledende længst ude i spidsen opstår der problemer. Grovmekanikken presser nålen ind mod prøven uden at de rigtige tunneleringsforhold opstår. Nålen vil derved deformeres mere og mere plastisk. Før eller senere revner oxiden og en tunnelstrøm kan begynde at flyde, men mikroskopets opløsning bliver naturligvis begrænset.



100 nm

Figur 3. Oversigtsbillede af wolframspids, som viser mange lavvinkelkorngrenser.

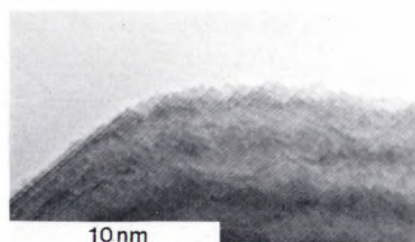
Disse indledende forsøg fik os til at fremstille bedre, oxidfrie spidser med en speciel elektropoleringsproces. I Fig. 3 vises et oversigtsbillede og i Fig. 4 vises spidser af oxidfrie nåle optaget med højopløsende elektronmikroskopi (HREM). Disse nåle ville give udmærkede billeder i et STM. De enkelte atomplaner i Fig. 4 fremtræder med såkaldt fasekontrast. Når elektronerne diffrakteres i den yderst tynde krystalnål sker dette uden absorption og den udgående elektronbølge varierer lateralt i fase, men ikke i amplitude. I al elektronmikroskopi er det imidlertid intensiteten (kvadratet på absolutværdien af bølgefunktionen) som bliver registreret og faseinformationen går tabt. Samme dilemma optræder ved optisk mikroskopi af tynde prøver. Zernike fik imidlertid Nobelprisen for det optiske fasekontrastmikroskop, hvor man med et kunstgreb forvandler fasekontrast til amplitudekontrast. Faseforskelle blev mulige at iagttage direkte i amplituderummet! Et analogt fænomen optræder i elektronmikroskopet, hvis objektvinslinen defokuseres en anelse, Δf , ved at ændre linsestrømmen. Objektvinslinsens ufuldstændighed, den sfæriske aberration, anvendes her for at forvandle fasekontrast til amplitudekontrast. Den defokusering som giver det bedste resultat (den maksimale opløsning) kaldes Scherzerfokus og er givet ved følgende udtryk

$$\Delta f = -\sqrt{\frac{4}{3}} C_s \lambda$$

hvor C_s = den sfæriske aberrationskoefficient
 λ = elektronbølgelængde



10 nm



10 nm

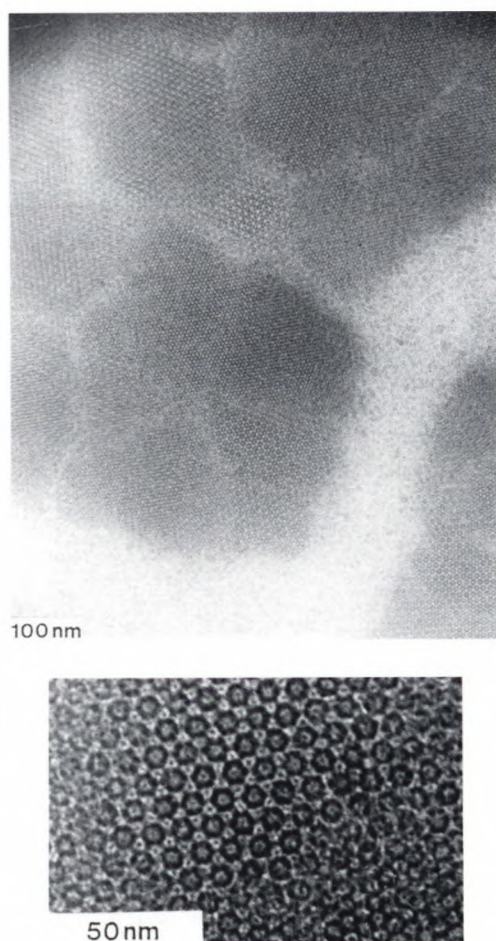
Figur 4.

- Oxidfri STM-spids af wolfram, som udviser atomar struktur. Den er fremstillet med elektropolering.
- STM-spids af platin. Den er simpelthen klippet af fra en tråd.

I vort mikroskop med accelerationsspændingen 300 kV er de Broglie-bølgelængden $\lambda = h/mv = 1.968$ pm og $\Delta f = -72$ nm. En defokusering afbilder krystallens projicerede potentiale, men mikroskopet må naturligvis have en tilsvarende opløsningsevne for at man skal få fuld glæde af dette. Fig. 4a viser (110)-planerne i en wolframnål, og de er ofte vinkelrette på nålens retning på grund af den specielle trådtrækningsproces i wolfram. Endvidere kan man se de trappetrinlignende opbygninger af overfladen, som spejler den krystalline struktur. Kanten på et sådant trappetrin kan godt tjene som spids i et STM.

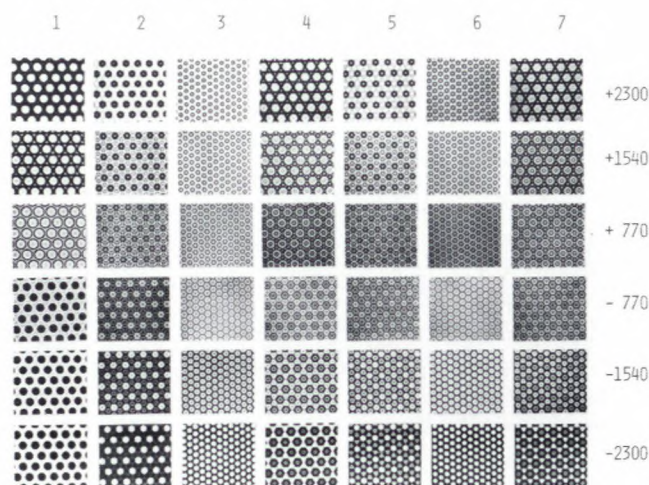
Elektronmikroskopet giver altså en enestående, komplet information til STM-teknikken. Elektronmikroskopi af tynde nåle anvender vi desuden i studiet af kimdannelse og vækst af slidresistente belægninger, som her appliceres i tynde lag. Men dette er en anden historie.

HREM-teknikken kræver at prøven er nøjagtig oplinieret med en lavindiceret krystalretning parallelt med elektronstrålen. Oplinieringen af en nål foregår ved rotation omkring nålretningen, så de atomplaner, man ønsker at iagttage, så vidt muligt står lodret. Vore normale prøveholdere for krystalline prøver tillader følgelig rotation omkring to vinkelrette aksler, men vor specielle nåleholder har kun en frihedsgrad.



Figur 5.

- a) Supergitter af tætpakkede jernoxidpartikler. I den regelmæssige struktur kan man se områder med forskellig kontrast svarende til en variation i antal lag og/eller pakningssekvens.
b) Forstørret udsnit fra Fig. 5a.



Figur 6.

- a) Simulering af Fresnelkontrast fra 1-7 lag jernoxidpartikler stablede i en fladecenteret kubisk (fcc) struktur. De forskellige defokuseringer er angivet i nanometer.

Eksposeringen sker på fotografisk film, og ved indstillingen af mikroskopet anvender vi et TV med billedforstærker, som tillader en maksimal forstørrelse på $8 \cdot 10^6$

gange. Dette sikrer en god astigmatismekorrigerende, en præcis defokusering og vibrationskontrol med videre for eksposering. Et negativ kan siges at indeholde 10^6 billedpunkter og vi løser altså i HREM på sin vis Schrødingergligningen (delvis) for en million punkter i løbet af et sekund, hvilket er en normal eksposeringstid!

Supergitter af små partikler

Spredning af elektroner mod enkelte atomer beskrives af fysikkens (kvantemekanikkens) love, men afhængig af hvordan mikroskopet anvendes kan forskellig information udtrækkes fra prøven. Et eksempel på dette er det supergitter af jernoxidpartikler, som vi har observeret i elektronmikroskopet. Jaques van Wonterghem bad en dag Michael Bentzon her på laboratoriet om at undersøge en magnetisk væske. Den magnetiske væske indeholder frit svævende små jern-kulpartikler, som er dækket af et lag med surfactant molekyler. Dette forhindrer metallisk kontakt og dermed at partiklerne "klæber" sammen. En dråbe af den magnetiske væske inddampedes og fik lov at oxidere på en tynd bærerfilm af kul, som ligger på et tre millimeter stor kobbernet (EM-grid). Helt overraskende blev der i mikroskopet iagttaget et meget regelmæssigt "krystalgitter". Når mikroskopet er fokuseret er kontrasten meget svag, men en defokusering på nogle mikrometer giver en meget kraftigere kontrast (Fig. 5). Partiklerne af jernoxid har en meget snæver størrelsesfordeling (diameter $6,9 \pm 0,4$ nm) og de kommer ikke direkte i kontakt med hinanden på grund af laget af surfactant molekyler (fra centrum til centrum er afstanden mellem partiklerne 9,2 nm). Partiklerne bliver derfor tætpakkede som tomater når væsken inddampes!

Hvor stammer da denne kontrast fra? En direkte parallel, Fresnel-diffraktion, finder vi indenfor optikken. Fresnel-diffraktion optræder når lyskilde og/eller skærm befinder sig på endelig afstand fra det spredende objekt - en blænder, en kant og lignende. Skyggen bagved en kant bliver for eksempel aldrig helt skarp. Den samme effekt gør sig gældende indenfor elektronmikroskopien, men bølgerne er nu af en anden natur og bølgelængden betydelig kortere. Ved under- eller overfokusering af en enkelt partikel opstår en hvid stribe udenfor resp. indenfor kanten. Defokuseringen bestemmer afstanden mellem kant og stribe. Difraktions-effekterne fra de enkelte partikler i et supergitter vil således overlappe når defokuseringen øger, hvilket er baggrunden for dannelsen af billedet i Fig. 5. Billedet er ikke længere bestemt af de enkelte partiklers geometri, men spejler snarere "krystallens" symmetri. Optagelser ved forskellige defokuseringer kan derfor afsløre "krystalstrukturen" i supergitteret. Tolkningen gøres lettere af en samtidig computersimulering af den elektronmikroskopiske kontrast. Fig. 6 viser resultatet fra en dynamisk mangestråleberegning for seks forskellige defokuseringsafstande og 1-7 partikellag (i dette tilfælde regner vi på en fladecenteret kubisk krystal). En simulering er ofte nødvendig, da vi som ovenfor nævnt ikke kan gå direkte fra billede (som har tabt sin faseinformation) til struktur. I stedet må vi gætte en struktur, udføre beregningerne for denne struktur og derefter sammenligne teori og eksperiment. Dette er en iterativ proces og

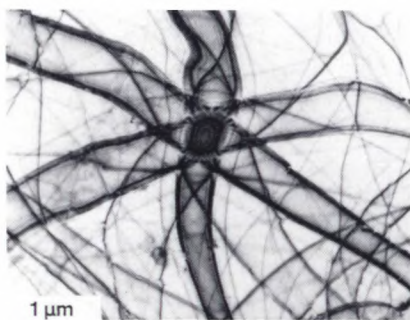
den gøres naturligvis lettere af al den ekstra information man kan samle sammen med anden teknik.

Vi anvendte her blandt andet den ekstra information, som kommer fra energidispersiv røntgenanalyse og elektrondiffraktion. Når elektronstrålen rammer en prøve udsendes røntgenstråling. Normalt anvender vi den karakteristiske røntgenstråling til kemisk analyse, men her benytter vi, at intensiteten uden absorption er proportional med antallet lag. Derved bliver prøvens tykkelse bestemt. Elektrondiffraktion er en meget kraftfuld teknik som normalt fastlægger krystalstrukturen i (små) krystaller ved anvendelse af Braggs lov, $2d \sin\theta = n\lambda$, hvor θ er glansvinklen (den halve spredningsvinkel) og d er afstanden mellem atomplanerne. Mindre kendt er, at elektrondiffraktion også kan opnås fra strukturer med mangedobbelt større repetitionsafstand end de normale atomafstande. I supergitteret opnår vi faktisk elektrondiffraktion med en partikelafstand på 9,2 nm! Denne gitterafstand er 30-40 gange større end afstanden mellem atomerne i en krystal, og spredningsvinklerne bliver derfor meget små, men kan alligevel iagttages! Men man kan spørge sig selv, om elektronerne er koherente over de aktuelle afstande, hvilket naturligvis er et krav i konventionel diffraktionsteori. Snarere skal man nok tale om partiel koherens her.

Forskellige mikroskopteknikker er her blevet anvendt for at løse et problem, hvor de enkelte metoder ikke er tilstrækkelige hver for sig.

Bøjningskonturer i tynde mikroskoppåver

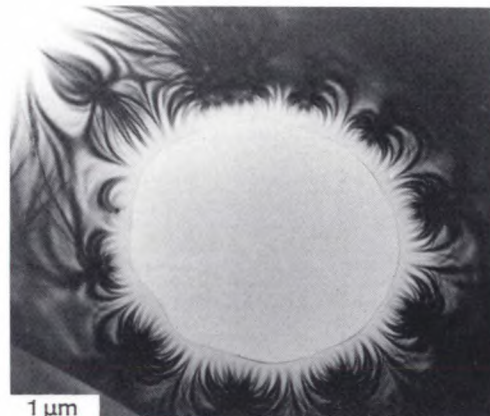
I det tredje eksempel flytter vi påny længdeenheden opad og ser på kontrasten fra tynde, bøjede påver. (En typisk prøvetykkelse for metaller som er nedtyndede med elektroplering er 0,1 μm). Forklaringen på dette fænomen opviser træk af krystallografi og elasticitetsteori.



Figur 7. Bøjningskonturer i en tynd stålprøve.

En serie bøjningskonturer fra en tynd stålprøve kan ses i Fig. 7 og de udgør det geometriske sted for de punkter, hvor en bestemt Braggrefleks er opfyldt. Bøjningskonturerne optræder parvis og det modsvarer at $n = \pm 1$ i Braggs lov, $2d \sin\theta = n\lambda$. Områder med høj symmetri kaldes poler, hvilket vil sige at normalen her er en lavindiceret retning i krystal-len ([100], [110], [123] og så videre).

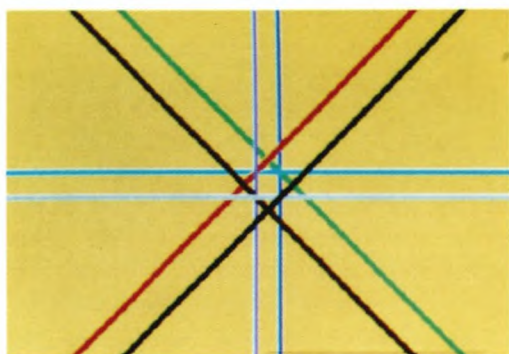
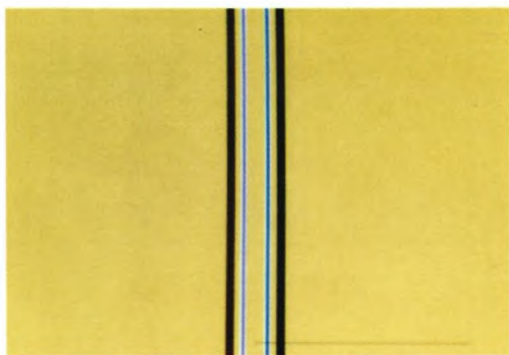
Normalt er bøjningskonturmønstrene temmelige uregelmæssige og røber fremfor alt en uforsigtig behandling af



Figur 8. Regelmæssige bøjningskonturer i iontyndet prøve af superlederen $\text{V}_3\text{Ge}_{0,8}\text{Al}_{0,2}$. Billedet er taget af J. Taftø.

prøven under fremstillingen. Men på den anden side er det ikke let at være forsigtig, når prøven har en tykkelse på en titusindedel millimeter eller mindre! I iontyndede krystaller af superledende materialer har J. Taftø, Oslo Universitet, iagttaget nogle meget regelmæssige bøjningskonturmønstre omkring et hul (Fig. 8). Ved iontynding bliver argonioner med en energi på 1-5 kV skudt ind under en lille vinkel mod en overflade. Substratets atomer rives løs (sputtres) og prøven bliver gradvis tyndere indtil et hul optræder. Troligvis beror det komplicerede mønster på, at materialet ved iontyndingen lokalt (på overfladen) forvandles til en anden struktur, som kræver større plads. En parallel er vædning af et papir med et hul. Når papiret tørrer fordrer det større plads og papiret krøller. Vi ønsker nu at bestemme prøvens topografi i Fig. 8 for derved at få hjælp til at klarlægge, hvad der er sket i materialet. Bøjningskonturerne kan på sin vis sammenlignes med højdekurverne på et kort og bærer således en fuldstændig information om topografien selv om koblingen her er mere indirekte.

Vi anvender en computerteknik, som simulerer sådanne bøjningskonturmønstre. Vi går ud fra en bestemt overfladetopografi, bestemmer derefter alle de områder hvor en bestemt Bragg-refleks er (næsten) opfyldt og markerer disse områder med en kulør. Et ønsket antal Bragg-reflekser beskrives med hver sin farve. Fig. 9 viser et eksempel på denne teknik for en sfærisk kalot (eller en sadelformet flade), en cylinderflade og en cosinusurve, som roterer omkring centrum og derved beskriver en overflade. [100]-retningen er normalen i billedernes centrum og størrelsen af centrumfiguren er bestemt af den lokale krumningsradius. De forskellige farver giver et klarere billede af de forskellige Bragg-reflekser og hvordan de vekselvirker. I selve elektronmikroskopet er dog alle farver "sorte".



Figur 9. Simulering af bøjningskonturer i prøver med forskellig geometri. Hver farve betyder at en speciel Bragg-refleks er opfyldt. Centrum af billederne har orienteringen [100].

- a) sfærisk kalot eller sadelformet flade.
- b) cylinderflade.
- c) topografi dannet af en cosinusurve, som roterer omkring centrum.

En målbevidst søgning giver billeder, som udviser mange ligheder med Fig. 8. Bøjningen i Fig. 10 er sammensat af en sinusbøjning omkring kanten, hvis amplitude aftager ud fra hulkanten (buckling) og desuden en overlejret vinkelafhængig udbøjning, hvis amplitude også aftager radiært fra hullet. Amplituden fra den jævne udbøjning er større end amplituden på den periodiske udbøjning, men begge ligger i området 10-100 nm.

Sammenfatning

Vi har her vist tre eksempler på hvordan elektronmikroskopet kan anvendes kvalitativt og kvantitativt til at bestemme forskellige mikrostrukturer. Mulighederne er legio og moderne elektronmikroskopi kommer for hver dag til endnu større anvendelse indenfor materialeforskningen.



Figur 10. Simulering af hul med bølgeformet kant overlejret med en ikke vinkelafhængig udbøjning vinkelret på hullet.

Referencer

J. Garnæs, F. Kragh, K.A. Mørch og A.R. Thölén, Transmission electron microscopy of tunneling tips, *J. Vac. Sci. Technol.*, **A8(1)**, 441 (Jan/Feb 1990).

M.D. Bentzon, J. van Wonerghem, S. Mørup, A. Thölén og C.J.W. Koch, Ordered Aggregates of Ultrafine Iron Oxide Particles: "Super Crystals", *Phil. Mag. B*, **60**, No 2, 169, (1989).

A. Thölén, The buckling of thin electron microscope specimens, *Proc. of the XII:th International Congress for Electron Microscopy, Seattle 1990*, San Fransisco Press, vol. 4, 50.

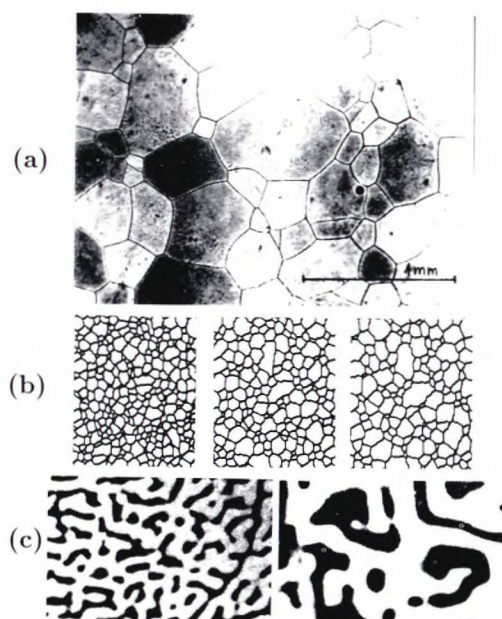


Anders Thölén er tekn.dr. og professor ved Laboratoriet for Teknisk Fysik, Danmarks Tekniske Højskole. Han er født 1938 og kom til DTH i 1973 fra Fysiska Institutionen, Chalmers Tekniska Högskola, Göteborg, Sverige.

Ordningsprocessers Dynamik

Ole G. Mouritsen, Fysisk Kemisk Institut og Laboratoriet for Fysisk Materiallære, DTH

Når man bratkøler en smelte af et simpelt metal, som for eksempel jern eller aluminium, til en temperatur under smeltepunktet, danner metallet spontant en fast fase. Hvad er strukturen af denne faste fase? - og hvordan udvikler den sig i tiden? Hvis stoffets faste fase i termodynamisk ligevægt er en krystal (i modsætning til for eksempel en glas eller en amorf fase), vil der under denne størkningsproces dannes et stort antal mikrokrySTALLER. Disse mikrokrySTALLER vil have alle mulige orienteringer i forhold til hinanden, og vi får det, man kalder et polykrySTALLINSK aggregat som vist i Fig. 1a. For et rent metal vil det polykrySTALLINSKE aggregat ikke være i termodynamisk ligevægt: aggregatet vil som funktion af tiden ændre struktur på vej mod ligevægtstilstanden. Denne proces er illustreret i Fig. 1b.



Figur 1. Mønstredannelse i metaller og metallegeringer.

- a) elektronmikroskopisk billede af korngrænser i et polykrySTALLINSK aggregat af rent Al.
- b) modellering af kornvækstdynamik, hvor tiden vokser mod højre.
- c) elektronmikroskopiske billeder af tidsudviklingen af domæner i en Fe-Al legering.

Ovenstående er et meget konkret eksempel på en generel type irreversible ordningsprocesser. Disse processer er meget udbredt i naturen. Det karakteristiske ved dem er, at de foregår under fysiske betingelser fjernt fra ligevægt, og at de involverer en faseovergang eller et spontant symmetribrud i en kondenseret fase. I eksemplet var ikke-ligevægtstilstanden forårsaget af en pludselig ændring af en termodynamisk variabel, temperaturen, og ordningsprocessen bestod i, at metalsmelten spontant gik fra en væskefase til en krystal-

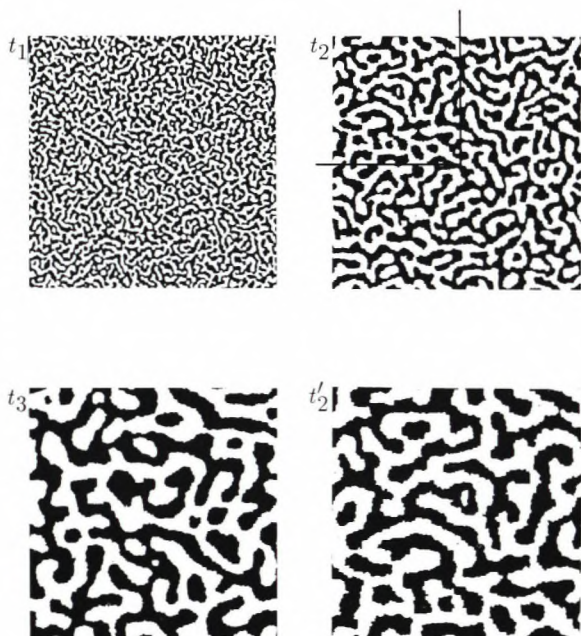
linsk, fast fase. Et andet eksempel er ordningsprocessen i en binær metallegering, som er illustreret i Fig. 1c. Vi skal i denne artikel beskæftige os med beskrivelsen af dynamikken af sådanne ordningsprocesser.

Hermed bevæger vi os ind i det område af den moderne fysik, der af nogle betegnes som komplekse systemers fysik. Som det ses af Fig. 1 består det komplekse her i dannelsen af et kompliceret, tilsyneladende tilfældigt, netværk af grænseflader. Det er fysikken af dette netværk og dets drivkræfter, som indeholder nøglen til en beskrivelse af det komplekse fænomens dynamik.¹

Ordningsprocesser i en stor klasse af systemer: På vej mod en universel beskrivelse?

Eksemplet med den dynamiske udvikling af et polykrySTALLINSK aggregat som beskrevet ovenfor kaldes af metallurger for kornvækst. Det er et specielt eksempel på fænomenet *domænevækst*, som forekommer i systemer med symmetribrud og en degenereret, ordnet tilstand. Hvis vi angiver degenerationen med indekset p , betyder det, at kornvækst i en krystallisationsproces svarer til $p=\infty$. En almindelig ferromagnet med to magnetiseringsretninger (en såkaldt Isingmodel) er det simpleste eksempel på et system med domænevækst som samtidig har den minimale værdi af degenerationsindekset, $p=2$. De to mulige retninger af den spontane magnetisering svarer til de to mulige typer af ferromagnetiske domæner. Det er nyttigt for det følgende at have en billedlig fornemmelse af, hvad domænevækst er. Lad os bruge ferromagneten som eksempel: Systemet præpareres i den uordnede (paramagnetiske) fase ved høje temperaturer, og temperaturen ændres brat til en værdi under Curietemperaturen, hvor der opstår spontan magnetisering. Systemet er nu i en ustabil tilstand, og der vil spontant kerner dannes små områder af ferromagnetiske domæner af begge typer. Med tiden vil disse domæner vokse. Hvis to domæner af samme type mødes, vil de fusionere; hvis de derimod er af forskellig type, vil de konkurrere om at bestemme symmetrien af den ordnede fase. Denne proces er illustreret skematisk i Fig. 2. På vej mod den termodynamiske ligevægtstilstand vil større og større domæner blive dannet. Den termodynamiske ligevægtstilstand vil afhænge af de bevarelseslove, som systemets dynamik adlyder. Hvis magnetiseringen i tilfældet med ferromagneten ikke er bevaret, vil systemet i ligevægt bestå af ét enkelt ferromagnetisk domæne. Hvis derimod magnetiseringen er bevaret, vil ligevægtstilstanden svare til makroskopisk fase separation af de to typer magnetisering.

Fænomenologien i det ovenstående eksempel med dobbelt-udartet ferromagnet kan direkte overføres til andre typer ordningsprocesser og til andre systemer med andre værdier af udartningsparameteren p . Beskrivelsen af ordningsprocessen i en ferromagnet kunne således med samme



Figur 2. Tidsudvikling, $t_1 < t_2 < t_3$, for et domænemønster bestående af to domænetyper (hvid og sort), for eksempel svarende til de to magnetiske domæner i en simpel ferromagnet. Det fjerde mønster (t_2') angiver en forstørret udgave af det viste segment af mønsteret til tiden t_2 .

gyldighed have været anvendt for en binær væskeblanding, der bringes ind i sit termodynamiske koeksistensområde, eller en binær metallegering, som undergår en orden-ordenproces (sammenlign Fig. 1c og 2). En lang række konkrete fysiske systemer har egenskaber, som direkte er betinget af sådanne ordningsprocesser. Foruden orden-uordenprocesser i magnetiske materialer og legeringer kan nævnes polymerblandinger, keramikker, superflydende væsker, adsorberede molekyllære lag på faste overflader, højtemperatursuperledere og noget så eksotisk som elementarpartiklers opførsel i det tidlige univers. Det er næppe nødvendigt at påpege den meget store teknologiske interesse, der knytter sig til at forstå ordningsprocessers dynamik i forbindelse med kontrol af materialers mikrostruktur. Vi skal senere vende tilbage til de overfladeadsorberede lag, fordi de udgør en særlig interessant klasse af lav-dimensionale systemer, hvor man kan variere degenerationsindekset p .

Pointen i denne artikel er at vise, at alle disse ret forskellige ordningsfænomener i meget forskellige fysiske systemer synes at adlyde nogle simple og universelle love. Disse love gælder i dynamikkens sene stadier, som er karakteriseret ved, at de dannede domæner er meget større end de længdeskalaer, der beskriver systemernes mikroskopiske detaljer.

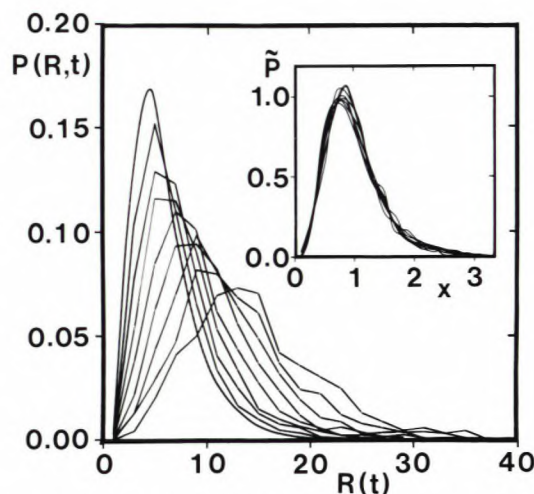
Nogle fundamentale spørgsmål

De komplekse mønsterdannelsesprocesser, der karakteriserer ordningsprocesser som vist i Fig. 1 og 2, er irreversible og i høj grad ikke-lineære. Vi må derfor forvente, at de er vanskelige at beskrive teoretisk. Der rejser sig umiddelbart en række generelle spørgsmål til disse komplekse fænomener:

- 1) Kan de beskrives i tid og rum?
- 2) Hvis, ja, hvordan kan de beskrives?
- 3) Er de en følge af nogle simple fysiske principper?
- 4) Kan de modelleres ved hjælp af simple modeller?
- 5) Gælder der nogen universelle lovmæssigheder?

De nødvendige begreber: dynamisk scaling og algebraisk vækst

Det er indlysende, at strukturer og mønstre som vist i Fig. 1 mangler de sædvanlige elementer af for eksempel translations- og rotationssymmetri, der er så anvendelige i den konventionelle faststoffysik. De har imidlertid en anden type symmetri, nemlig *scalingsymmetri*. Før vi beskriver, hvad det betyder, er det værd at minde om, at dyb indsigt i fundamentale fysiske problemer ofte er fremkommet ved at anvende begrebet scaling, dvs. studiet af, hvorledes et systems egenskaber ændres under en transformation af for eksempel en tids- eller en længdeskala. Det gælder for eksempel for turbulens, kritiske fænomener og i elementarpartikelfysik. Vi kan få en ide om, hvilken type symmetri, der måtte beskrive den dynamiske udvikling i Fig. 1b, 1c og 2, ved naivt at bemærke, at mønstre til forskellige tider på en eller anden måde ligner hinanden. At dette er tilfældet, bestyrkes af, at hvis vi skærer et passende stykke ud af mønsteret i Fig. 2 til en eller anden tid, t_2 , og forstørrelser det med en passende lineær faktor, får vi som vist i Fig. 2 et nyt mønster, mærket t_2' , der til forveksling 'ligner' mønsteret ved en senere tid, t_3 , ($> t_2$). Mønsteret er altså ligedannet med sig selv til enhver tid på nær en skalafaktor. Sagt på en anden måde: hvis vi betragter mønsteret, som det dynamisk udvikler sig i tiden, med et forstørrelsesapparat, der er indrettet således, at forstørrelsen ændrer sig med tiden på en passende måde, forbliver mønsteret invariant.



Figur 3. Domænestørrelsesfordelingsfunktionen, $P(R,t)$, for et domænemønster bestående af to domænetyper. Efterhånden som tiden vokser, flytter toppen af fordelingen ud til større værdier af den lineære domæneudstrækning, $R(t)$. Indsatsen viser den tilsvarende scalingfunktion, $\tilde{P}(x)$ i (1).

Denne form for dynamisk skalainvarians indebærer, at problemet er karakteriseret ved en enkelt længdeskala, $r(t)$, som så er eksplisit tidsafhængig. Der findes mange for-

skellige måder at definere denne længdeskala på. Om en sådan længdeskala i det hele taget eksisterer for et givet dynamisk system, kan man for eksempel afgøre ved direkte at bestemme domænestørrelsesfordelingen, $P(R,t)$, hvor $R=R(t)$ angiver den lineære udstrækning af et domæne. I Fig. 3 er vist et eksempel på, hvorledes $P(R,t)$ kan se ud for et system med to domænetyper, $p=2$. Figuren viser, at $P(R,t)$ har et veldefineret tyngdepunkt, og en middeldomænestørrelse, $\bar{R}(t)$, kan defineres herfra. Så en mulighed er at vælge $r(t) \sim \bar{R}(t)$. Andre længdeskalamål kunne for eksempel bestemmes ud fra passende potenser, $k_{m(t)}^{d/m}$ (d er den rumlige dimension), af momenter af den dynamiske strukturfaktor, $S(\vec{q},t)$, fra intensiteten, $L(t) \sim [S(\vec{q}_0,t)]^{1/2}$, af strukturfaktoren ved Braggbølgevektoren, eller fra den såkaldte overskudsenergi, $\Delta E(t)=E(t)-E(t)$, som er et udtryk for den totale ikke-ligevægtsenergi relativt til ligevægtsenergien $E(t)$. $\Delta E(t)$ er et direkte mål for den totale længde af det samlede domænegrænsetværk, som derfor scaler som den reciprokke længdeskala af problemet, det vil sige $\Delta E(t) \sim r(t)^{-1}$.

Efter at have etableret et længdeskalamål, kan vi nu afgøre, hvorvidt domænevækstprocessen adlyder dynamisk scaling ved simpelthen at konstruere den såkaldte scaling-funktion, for eksempel for domænestørrelsesfordelingsfunktionen

$$\tilde{p}(x) = \bar{R}(t)P(R,t) \quad (1)$$

hvor $x = R(t)/\bar{R}(t)$ er en scalingvariabel. Scalingfunktionen afhænger eksplicit af kun én variabel, og hele tidsafhængigheden af størrelsesfordelingsfunktionen indgår derfor gennem $\bar{R}(t)$. At $\tilde{P}(x)$ eksisterer for datasættet i Fig. 3 er vist i indsatsen til Fig. 3.

Den eksplicitte tidsafhængighed for den karakteristiske længdeskala i en domænevækstproces analyseres normalt i form af en algebraisk vækstlov

$$r(t) = t^n, \quad (2)$$

hvor n er den såkaldte væksteksponent. Hvis processen opfylder dynamisk scaling, følger alle længdeskalamål den samme potenslov, således at $r(t) \sim R(t) \sim k_m^{d/m} \sim \Delta E(t)^{-1} \sim L(t) \sim t^n$. Vi skal nedenfor give et fænomenologisk argument for vækstlovens algebraiske form.

De klassiske, fænomenologiske teorier

Allerede i 1961 formulerede den kendte, russiske fysiker I. M. Lifshitz en fænomenologisk teori for domænevækstdynamik. Han iagttog, at det centrale i vækstprocessen er eliminering af grænsefladeareal, og at drivkraften til væksten ligger i den ekstra fri energi, δF , der er bundet i grænsefladen mellem to termodynamisk degenererede domæner. Ved at antage, at δF er proportional med grænsefladens krumning, fik Lifshitz

(3)

$$\delta F = C\kappa\delta r$$

hvor $\kappa \sim r^{-1}$ er grænsefladens krumning, og C er en effektiv diffusionskonstant. Ved at indsætte δF i en Langevinligning får man da

$$\frac{\delta r}{\delta t} = \frac{\delta F}{\delta r} = \frac{C}{r} \quad (4)$$

som ved integration leder til vækstloven

$$r(t) \sim t^{1/2}. \quad (\text{ikke bevaret ordensparameter}). \quad (5)$$

Altså er væksteksponenten $n = 1/2$ ifølge Lifshitz' teori for krumningsdrevet domænevækst. Vi bemærker, at det er underforstået i det ovenstående argument, at der kun er tale om to domænetyper, $p=2$. Desuden er processen ikke underlagt nogen bevarelsessætninger, og domænevæggen kan frit bevæge sig ved lokal diffusion. Prototypen på en situation, hvor vækstloven (5) må forventes at gælde, er kornvækst eller for eksempel orden-uordensprocesser i binære legeringer.

Hvis der nu var en bevarelsessætning i spil, for eksempel for systemets ordensparameter, må argumentet ovenfor modificeres. Vækstprocessen er nu begrænset af langtrækkende diffusion, som i tilfældet med to domænetyper skal bringe materiale med én type orden gennem domæner af den anden type, før det kan forenes med et andet domæne af sin egen type. Også for sådanne processer findes der en klassisk, fænomenologisk teori, som er udviklet af Lifshitz i samarbejde med V. V. Slyozov i 1961. Den simpleste måde at nå til slutresultatet af denne teori er at udnytte, at bevarelsessætningen, eller det at processen er begrænset af langtrækkende diffusion, kan indbygges i bevægelsesligningen (4) ved at antage, at diffusionskonstanten nu selv er afhængig af af grænsefladens krumning, $C(\kappa) \sim \kappa + O(\kappa^2)$. Ved blot at gå til laveste orden finder vi da vækstloven

$$r(t) \sim t^{1/3}. \quad \left(\begin{array}{l} \text{bevaret ordensparameter} \\ \text{langtrækkende diffusion} \end{array} \right). \quad (6)$$

Altså er væksteksponenten i dette tilfælde $n = 1/3$. Prototypen på en proces, som forventes at adlyde denne vækstlov, er separation af faser med forskellig tæthed, som forudsætter transport af materiale over store afstande sammenlignet med systemets mikroskopiske detaljer.

Fordi ordningsprocesserne i begge tilfælde beskrevet ovenfor er antaget at være drevet af rene termodynamiske kræfter (og ikke af termiske fluktuationer), bliver vækstlovene uafhængige af systemets rumlige dimension. Eksponenterne er derfor *superuniverselle*.

Der findes ingen fænomenologiske teorier for situationer, hvor degenerationsindekset $p>2$. Det er ikke indlysende, at teorierne for $p=2$ vil gælde for $p>d$, idet der i disse tilfælde kan opstå knudepunkter mellem tre eller flere domænevægge, og domænenetværkets topologi vil derfor ændres

fundamentalt. Vi skal i det følgende se på en række to-dimensionale systemer med $p \geq d = 2$.

Ordningsprocesser i lav-dimensionale systemer

Vi skal ikke her forsøge at give en oversigt over resultaterne af de mange eksperimentelle og teoretiske undersøgelser, der har været foretaget af domænevækstdynamik, men blot nævne, at der findes et overvældende materiale for tre-dimensionale systemer, som understøtter forudsigelserne af de klassiske, fænomenologiske teorier.^{2,3}

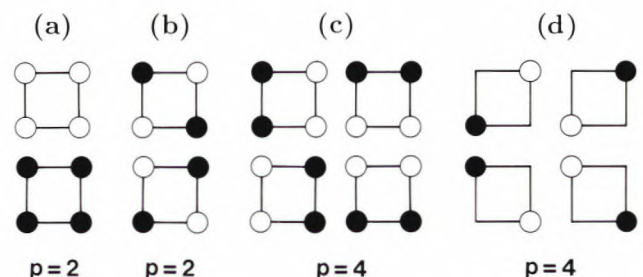
Vi vil her derimod koncentrere os om den nyere udvikling, som i væsentlig grad har fokuseret på lav-dimensionale systemer, specielt ordningsprocesser i adsorberede molekyler og atomare lag på faste overflader. I forhold til tre-dimensionale systemer findes der endnu kun et sparsomt antal kvantitativt pålidelige, eksperimentelle målinger af ordningsprocessers dynamik i to-dimensionale systemer. Der er imidlertid en voksende eksperimentel aktivitet i feltet, som styrkes af, at de spektroskopiske overfladeteknikker netop i disse år forfines med hensyn til rum- og især tidsopløsning. På det teoretiske plan er det omvendt. Langt den overvejende del af de eksisterende teoretiske resultater er opnået ved beregning på to-dimensionale modeller⁴. Disse resultater er i vid udstrækning opnået ved hjælp af computersimuleringsberegninger på en række specifikke modeller.

Ordningsprocesser på overflader

Adsorberede monolag af atomer og molekyler på faste overflader udgør en særlig velegnet klasse af systemer til studier af ordningsprocessers dynamik, specielt med henblik på besvarelse af de fundamentale spørgsmål, der blev stillet i begyndelsen af denne artikel. Disse systemers velegnethed skyldes, at adsorbatet på overfladen ved passende dækningsgrader og passende temperaturer kan danne kondenserede faser, og at disse faser svarer til ordning af de adsorberede molekyler eller atomer. Det er da muligt ved valg af passende adsorbater og substrater at realisere snart sagt hvilken som helst to-dimensional symmetri og dermed værdi af degenerationsindekset p . Eksempelvis får man $p = 2$ for ilt kemisk adsorberet på wolframs (112)-overflade, $p = 2$ eller 3 for brint kemisk adsorberet på jerns (110)-overflade, $p = 4$ for ilt kemisk adsorberet på wolframs (110)-overflade, $p = 6$ for kvælstof fysisk adsorberet på grafitoverflader og $p = 8$ for blandinger af kvælstof og argon fysisk adsorberet på grafitoverflader. Disse systemer har alle fasediagrammer af en betydelig kompleksitet med både homogene faser og

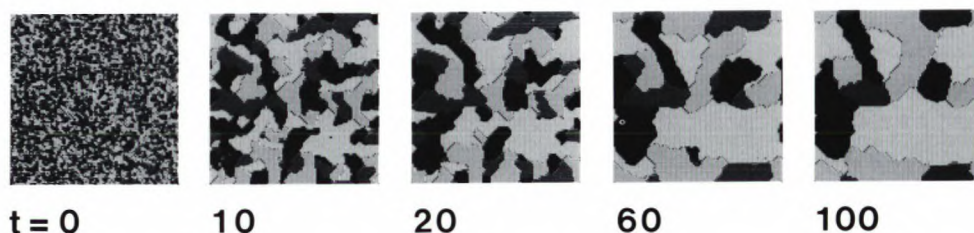
områder af fase separation. Alt afhængig af dækningsgraden kan man altså i disse systemer studere domænevækst eller fase separation. For eksempel har systemet af ilt adsorberet på wolframs (110)-overflade et fasediagram med en homogen $p(2 \times 1)$ -fase omkring dækningsgraden $\rho = \frac{1}{2}$ samt koeksistensområder mellem faser med forskellig tæthed ved højere og lavere dækningsgrader. Således er der ved høje dækningsgrader fasekoeksistens mellem en $p(2 \times 1)$ -fase og en $p(2 \times 2)$ -fase og ved lave dækningsgrader fasekoeksistens mellem en $p(2 \times 1)$ -fase og en gas fase.

Der er muligt at beskrive fasediagrammerne og faseovergangene i mange af disse adsorbatsystemer ved hjælp af simple gittergasmodeller eller Isingmodeller. Det er ideen bag disse modeller, som på ingen måde realistisk forsøger at repræsentere de korrekte potentialer i systemet, at det er tilstrækkeligt for beskrivelsen af den fundamentale fysik i ordningsfænomenet, at modellen fanger symmetrien af ordningsproblemet. Dette er et generelt og accepteret princip, som har sin rod i teorien for kritiske fænomener og deres universelle opførsel. Modellernes ordningsdynamik kan bestemmes ved hjælp af numeriske computersimuleringsmetoder, for eksempel Monte Carlo metoden. Denne type beregningsteknik er numerisk eksakt og har indbygget den fuldstændige struktur af det dynamiske domænenetværk. Hermed er der mulighed for at følge ordningsprocessen i mikroskopisk detalje.



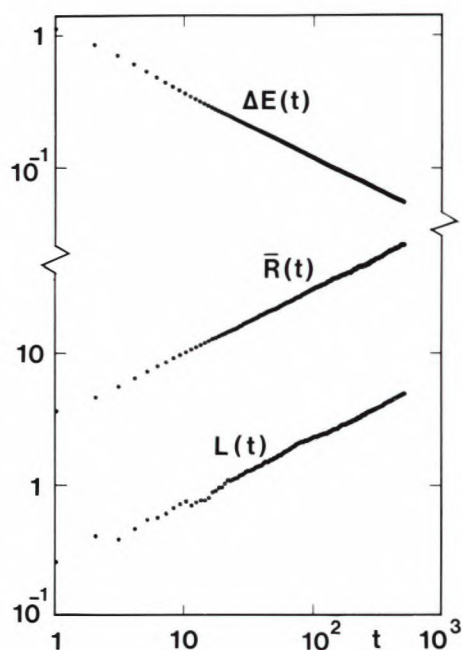
Figur 4. Forskellige ordningssymmetrier for ordnede strukturer af to-dimensionale gittergasmodeller på kvadratiske substrater. p angiver degenerationen af den ordnede struktur. Symmetrierne findes realiseret i adsorberede lag på overflader, for eksempel (b): O/W(112) $p(2 \times 2)$; (c): O/W(110) $p(2 \times 1)$, (d): O/W(110) $p(2 \times 2)$.

Vi skal her nøjes med at beskrive et par eksempler. Disse eksempler refererer til ordningssymmetrier og degenerationer p som illustreret i Fig. 4. Simuleringer på en lang række modeller med symmetrier af typerne (a) og (b) (som er den simple ferromagnetiske og antiferromagnetiske



Figur 5. Eksempel på computersimulering af domænevæksten i en model med $p=4$ forskellige domænetyper svarende til strukturerne i Fig. 4c.

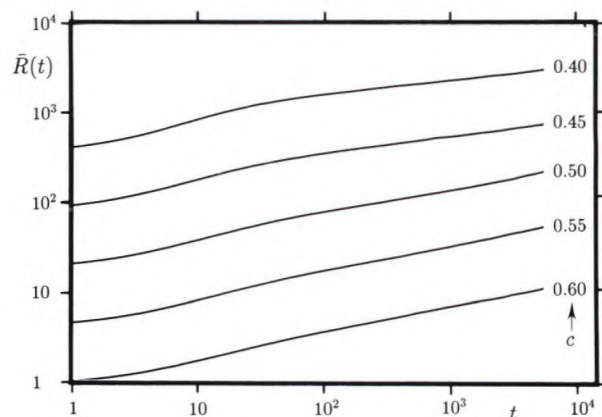
orden), dvs. $p=2$, bekræfter de klassiske, fænomenologiske teorier. Domænevækstprocesserne adlyder dynamisk scaling, og vækstlovene (5) og (6) gælder for ikke-bevaret og bevaret ordensparameter. Tidsudviklingen af domænerne i sådanne systemer er illustreret i Fig. 2. Hvis vi nu vender os mod en højere degeneration, $p=4$, får domænenetværket en anden topologi med knudepunkter som vist i Fig. 5 for et tilfælde med ikke-bevaret ordensparameter. Analyse af vækstdynamikken viser imidlertid, at denne ændring i topologi ikke er relevant for vækstloven. Der er stadig algebraisk vækst, som vist i Fig. 6, og væksteksponenten er den samme som for $p=2$. Det viser sig, at dette resultat holder for alle værdier af p . Dette er en bemærkelsesværdig universalitet.



Figur 6. Dobbellogaritmisk afbildning af tidsudviklingen for forskellige mål for den lineære længdeskala i et domænevækstproblem med $p=4$ forskellige domænetyper (sml. Fig. 4c og 5). Resultaterne, som hidrører fra en computersimulering af en simpel gittergasmodel, viser, at der er en enkelt længdeskala, som udvikler sig algebraisk i tiden, $\Delta E(t)^{-1} \sim \bar{R}(t) \sim L(t) \sim t^{1/2}$. $\Delta E(t)$ er overskudsenergien, $\bar{R}(t)$ er den lineære middeldomænestørrelse, og $L(t)$ er kvadratroden af intensiteten af strukturfaktoren ved Braggbølgevektoren.

Der findes ingen nøjagtige simuleringer af modeller med $p>2$ og bevaret ordensparameter. Derimod har vi for nylig studeret fase-separationsdynamikken i en gittergasmodel, som har koeksistens mellem faser med forskellig tæthed, specielt fase-separation mellem ordnede faser af typerne (c) og (d) i Fig. 4 og fase-separation mellem en gasfase og en fase med strukturen (d). Nogle resultater heraf er gengivet i Fig. 7, som viser, at uafhængigt af hvilke to faser, der separerer, og uafhængigt af sammensætningsforholdet af de to faser i separationsområdet, adlyder separationsprocessen en algebraisk vækstlov med en væksteksponent på $n=\frac{1}{3}$, altså som

(6). Systemets dynamik er styret af langtrækkende diffusion, som er nødvendig for at de to faser kan separere. Den klassiske, fænomenologiske teori ser altså ud til at holde også for $p>2$ i tilfælde af, at langtrækkende diffusion styrer dynamikken.



Figur 7. Dobbellogaritmisk afbildning af tidsudviklingen af den lineære middeldomænestørrelse, $\bar{R}(t)$, for en modelberegning for fase-separation mellem faser med forskellig tæthed. c er en global koncentrationsvariabel. For $c<0.50$ er der fase-separation mellem ordnede faser af typerne (c) og (d) i Fig. 4, og for $c>0.50$ er der fase-separation mellem en gasfase og en fase med strukturen (d) i Fig. 4.

De meget få eksperimentelle studier, man indtil nu har gjort af ordningsprocessers dynamik i adsorberede lag på overflader, er konsistente med det billede, som er tegnet ovenfor. Det gælder både for domænevækstdynamik og dynamikken af fase-separation, som det for nyligt blev vist af den amerikanske fysiker Mike Tringides fra Ames Laboratories [Phys. Rev. Lett. **65**, 1372 (1990)] ved hjælp af tidsopløst lavenergielektron-diffraktion. Den nyeste udvikling inden for tidsopløst scanning-tunneling-mikroskop-teknikken vil muligvis give et helt nyt eksperimentelt perspektiv på disse problemstillinger. Muligvis vil denne teknik snart gøre det muligt at undersøge hypotesen om dynamisk scaling ved direkte at følge tidsudviklingen af domænestørrelsesfordelingen for en ordningsproces på en metaloverflade.

Ordningsprocesser i højtemperatursuperledere

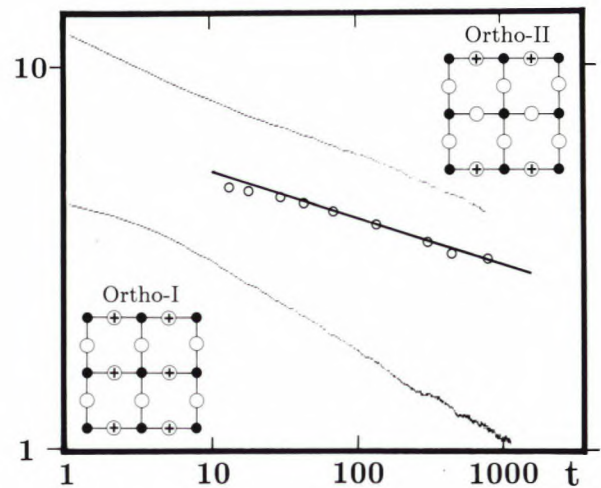
Et aktuelt eksempel på en interessant anvendelse af de generelle principper i ordningsprocessers dynamik på et lav-dimensionalt problem er for nylig behandlet af en dansk PhD-studerende, Henning Friis Poulsen fra Fysikafdelingen på Risø [Phys. Rev. Lett. **66**, 465 (1991)]. Vi skal her kort beskrive ideen i denne anvendelse og vise et par resultater, som knytter dynamisk scaling af en ordningsproces i en keramisk højtemperatursuperleder til den tidlige variation af superledningsovergangstemperaturen.

For de keramiske superledere af typen $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_x$ viser eksperimentelle undersøgelser, at der er en sammenhæng mellem materialets superledende egenskaber og indholdet (x) af ilt. Speciel interesse knytter sig til de iltatomer, som er placeret i den såkaldte CuO basalplan. Alt afhængig af

iltindholdet, ordner iltatomerne i basalplanen sig ved lave temperaturer i ordnede strukturer som vist i Fig. 8. Da ilt diffusionen vinkelret på CuO planen er meget langsom, kan iltordningsprocessen i basalplanen betragtes effektivt som en to-dimensional proces. For høje og lave iltindhold svarer iltordningen til henholdsvis en fordobling og en firedobling af enhedscellen. De to tilhørende termodynamiske faser er orthorhombiske og benævnes Ortho-I og Ortho-II, som er to gange ($p=2$) og fire gange ($p=4$) udartede. Disse iltordnede strukturer er vist i Fig. 8.

Simulering af iltordningsdynamikken ved hjælp af en simpel, to-dimensional gittergasmodel viser som illustreret i Fig. 8, at dynamikken i Ortho-I fasen er algebraisk med væksteksponenten $n \approx \frac{1}{2}$. Derimod er dynamikken langsommere i Ortho-II fasen og beskrevet ved en vækstlov med en eksponent $m \approx 0.25-0.35$. Disse resultater gælder uafhængigt af, hvad værdien af x er inden for de to faser. Den lavere eksponent i Ortho-II fasen er, hvad man forventer for en proces, der har bevaret ordensparameter eller er begrænset af langtrækkende diffusion. For ordningsprocesserne i både Ortho-I og Ortho-II faserne gælder, at ordensparameteren er ikke-bevaret, og vi burde derfor forvente $n=\frac{1}{2}$ i begge tilfælde ifølge den klassiske Lifshitz-teori. Grunden til, at ordensparameteren ikke er bevaret i dette system, er, at den mikroskopiske dynamik består af hop af enkelte iltatomer fra en gitterposition til en ledig gitterplads. Ved denne proces blandes de forskellige undergittere, hvoraf iltordningen er bygget op. Det viser sig nu imidlertid, at den fire-gange udartede Ortho-II fase under domænevækstprocessen danner vægge, som er karakteriseret ved lokale ilttætheder, der er enten større eller mindre end middeltætheden (såkaldt 'tunge' eller 'lette' domænevægge). For at et sådant netværk kan udglødes, kræves langtrækkende diffusionsprocesser, som jo leder til en vækstlov (6) med eksponenten $n=\frac{1}{3}$ i overensstemmelse med simuleringerne. I Ortho-I fasen har alle domænevæggene samme tæthed som domænerne selv.

Hvis vi nu vender os til eksperimentelle studier af tidsudviklingen af egenskaber ved $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_x$, som er termisk bratkølet ind i de iltordnede faser under bevarelse af det totale iltindhold, viser det sig, at ingen endnu direkte har målt iltordningsdynamikken. Derimod findes der et par eksperimenter, som for nyligt har fastlagt, hvorledes superledningsovergangstemperaturen, $T_c(t)$, vokser op mod ligevægtsværdien, T_c , efter en bratkøling ind i Ortho-II fasen. Ved analyse af de eksperimentelle data finder vi, at $\Delta T_c(t) = T_c(t) - T_c$ har en algebraisk opførsel og scaler som $t^{-m'}$ med $m' \approx 2m$. Dette er vist i Fig. 8 sammen med simuleringensdata for $[\Delta E(t)]^2 \sim r(t)^2 \sim A(t)$, hvor $A(t)$ er middelarealet af de kohærent iltordnede Ortho-II domæner. Heraf kan vi konkludere, at superledningsovergangstemperaturen scaler som *arealet* af den kohærente iltorden i CuO basalplanen. Hermed er der skabt en 'dyb' forbindelse mellem en superledende egenskab og en strukturel parameter for de keramiske superledere. Forbindelsen er 'dyb,' fordi den bygger på et fundamentalt og universelt dynamisk scalingprincip. Resultatet vil derfor være særdeles nyttigt i bestræbelserne på at lave en teori for den mekanisme, som



Figur 8. Dobbellogaritmisk afbildning af tidsudviklingen af det inverse kvadrat på overskudsenergien, $[\Delta E(t)]^{-2}$, bestemt ved en modelberegning for iltordningsprocessen i CuO basalplanen af keramiske højtemperatursuperledere af typen $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_x$ for $x=7$ (Ortho-I) og $x=6.41$ (Ortho-II). Til sammenligning er vist ændringen i superledningsovergangstemperaturen, ΔT_c (○), bestemt eksperimentelt fra en magnetisk susceptibilitetsmåling [Jorgensen et al., Physica C **167**, 571 (1990)]. Alle datasæt svarer til en termisk bratkøling af superlederen ned i de iltordnede Ortho-I og Ortho-II faser. De tilsvarende iltordningsstrukturer er vist i skematiske illustrationer, hvori besatte iltpositioner er angivet med ⊕ og Cu atomer er angivet med ●. Ortho-I og Ortho-II strukturerne er henholdsvis $p=2$ og $p=4$ gange udartede.

forårsager højtemperatursuperledning i disse materialer.

Universalitet i dynamikken af ordningsprocesser

Vi vil nu forsøge at besvare de fundamentale spørgsmål, som blev stillet til komplekse ordningsprocesser og mønsterdannelser i begyndelsen af denne artikel. Vi begynder med at notere, at disse processer faktisk kan beskrives i tid og rum, og de centrale begreber hertil er dynamisk skalainvarians og algebraiske vækstlove. Det ser ud til, at kompleksiteten opstår som en konsekvens af systemernes kooperativitet, som igen er en konsekvens af systemernes mange-partikelnatur. Der er muligt at frembringe en tilsvarende kompleksitet ved hjælp af simple vekselvirkningsmodeller (for eksempel Ising modeller), som er standardredskaber i den statistiske fysik. Endelig bemærker vi, at der er en meget bemærkelsesværdig universalitet i spil. Således er vækstlovenes eksponenter uafhængige af variable som rumlig dimension, ordningssymmetri, degeneration af ordningen, temperatur samt alle detaljer af vekselvirkningspotential. Det eneste, der er af betydning for væksteksponenten, er de bevarelseslove, som dynamikken adlyder.

Der tegner sig således et billede af en universel klassifikation af ordningsprocessers dynamik bestående af to klasser. Begge klasser har algebraiske vækstlove, og væksteksponenten er $n=\frac{1}{2}$, hvis ordensparameteren ikke er bevaret, og $n=\frac{1}{3}$, hvis ordensparameteren er bevaret eller ordningsprocessen er begrænset af langtrækkende diffusion. Eksponentværdierne er de samme, som er forudsagt af de klassiske, fænomenologiske teorier for simple to-komponent

systemer. Universaliteten er dermed meget mere generel end den, man kender for kritiske fænomener.

Referencer:

- 1) O. G. Mouritsen, Pattern Formation in Condensed Matter, Int. J. Mod. Phys. B 4, 1925-1954 (1990).
- 2) J. D. Gunton, M. San Miguel, and P. S. Sahni, in *Phase Transitions and Critical Phenomena*, Vol. 8, edited by C. Domb and J. L. Lebowitz, Academic Press, New York, 1983, p.267-466.

- 3) *Dynamics of Ordering Processes in Condensed Matter*, edited by S. Komura and H. Furukawa, Plenum Publ. Co, New York, 1988.
- 4) O. G. Mouritsen, Kinetics of Ordering and Growth in 2-D Systems. In: *Kinetics of Ordering and Growth at Surfaces* (M. G. Lagally, ed.) Plenum Publ. Co., New York (1990), pp. 1-30.



Ole G. Mouritsen dr.scient. professor i fysisk kemi ved Danmarks Tekniske Højskole, Lyngby. Arbejder med statistisk fysik og computersimulering anvendt på områderne biologiske membraner, faseovergange i faste stoffer og på overflader, ordningsprocesser og systemer fjernt fra ligevægt.

VAKUUMPUMPE FOR AGGRESSIVE DAMPE/GASSER

Sugeevne : 2,4 m³/h
Slutvakuum : 10 mbar
Vægt : 12,5 Kg.



**Specielt udviklet til at pumpe på aggressive gasser/dampe.
Alle gas-/damp berørte dele er udført i PTFE/PVDF.**

**Ring os for fremsendelse af brochure over denne
billige og robuste membranvakuumpumpe.**



Roskildevej 342A • 2630 Tåstrup • Tlf. 42 99 64 44 • Fax 42 99 65 44

Indvielse af synkrotronstrålingsanlæg

Jørgen Friis Bak, redaktør af KVANT, Aarhus Universitet

En meget intens røntgenstråling har mange nyttige anvendelser. Det kan være en hjælp i virksomheders udviklingsarbejde og kan muligvis endog komme til at spille en vigtig rolle i produktionen af for eksempel mikroelektronik. Det er en fremragende mulighed for at lave nye og bedre undersøgelser af overfladefænomener på faste stoffer, og det giver biologer og læger mulighed for at studere levende organismer med en bedre opløsningsevne end det er muligt med almindeligt lys.

Der er derfor stor interesse verden over for det, der kaldes for synkrotronstråling, som netop typisk resulterer i udsendelse af en kraftig røntgenstråling. I Danmark har det nu resulteret i at der befinder sig et synkrotronstrålingscenter i Århus.

Det danske center for synkrotronstråling blev indviet den 24. april 1991 af generaldirektør Carlo Rubbia fra det fælleseuropæiske laboratorium for partikelfysik, CERN i Geneve, generaldirektør Ruprecht Haensel fra det europæiske synkrotronstrålingsanlæg, ESRF i Grenoble og forskningschef Jens Rostrup-Nielsen fra Haldor Topsøe A/S. Centret hedder Institut for Synkrotronstråling ved Aarhus Universitet, forkortet til ISA.

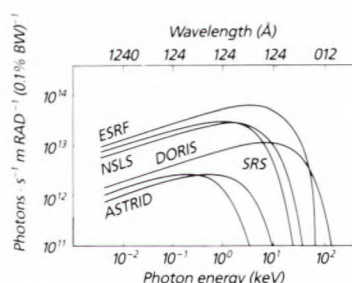
Synkrotronstrålingen opstår ved at 600 MeV elektroner afbøjes i hjørnerne af den firkantede lagerring, ASTRID, der blev indviet sidste forår¹. Selve lagerringen består af fire lige strækninger på 8 m forbundet med 90° afbøjningsmagneter. Elektronerne befinder sig i et vakuumrør, hvor trykket er mindre end 10^{-10} torr.

Et enestående træk ved denne lagerring er at den kan lagre såvel elektroner som tunge ioner. Den sidste mulighed har været udnyttet siden foråret 1990. De fire lige sektioner udnyttes til forskellige aktiviteter: partiklerne skydes ind i ringen i en af sektionerne. På den modsatte side af ringen befinder accelerationsenhederne sig. Det er en radiofrekvenskavititet, hvor partiklerne accelereres ved at de så at sige surfer på forkantet af en radiobølge. En af sektionerne er reserveret til et elektronkølingsanlæg, der kan give en meget monoenergetisk stråle af ioner, og den sidste sektion er til eksperimentelle formål. I løbet af det første år er der blevet lavet undersøgelser af vekselvirkningen mellem de lagrede ioner og laserlys².

Elektronerne bliver fyldt ind i ringen fra en såkaldt Racetrack Microtron, hvor de er løbet rundt 19 gange og har opnået en energi på 100 MeV. Elektronerne skydes ind i lagerringen i bundter med en varighed på 1 mikrosekund. Mikrotronen kan levere 10-20 bundter pr. sekund. I lagerringen samles bundterne op, og elektronerne bliver accelereret fra 100 MeV til 600 MeV. Det er herefter muligt at holde elektronerne cirkulerende i ringen i adskillige timer.

Når elektrisk ladede partikler afbøjes vil de udsende elektromagnetisk stråling. Der vil derfor komme en vifte af stråling ud fra de magnet, der afbøjer elektronerne. I det

aktuelle tilfælde udsendes strålingen fortrinsvis som røntgenstråling, men der bliver også produceret lys, som det fremgår af forsidebilledet på dette blad. Den største intensitet forekommer ved en energi på omkring 1 keV, som vist på spektret herunder.



Figur 1. Strålingsspektret fra ISA sammenlignet med spektra fra nogle høj-energetiske synkrotronstrålingsanlæg.

Og der blev lys...

Som indledning til indvielsen holdt de tre æresgæster, der indviede anlægget, en tale.

Generaldirektør Carlo Rubbia startede med at fremhæve at det var uvist om det næste gennembrud indenfor den fysiske forskning ville ske ved en stor eller en lille maskine, men koncentreret sig derefter om emner, der udsforskes ved CERN's store accelerators. Han talte om de partikelfysiske visioner og fremtidsdrømme i lyset af den hidtidige udvikling. I det 19. århundrede var der stor interesse for elektriske og magnetiske fænomener, og det blev rundet af med Maxwells formulering af den elektromagnetiske teori. På samme måde har det 20. århundrede været præget af studier af atomer, atomkerner og elementarpartikler, og forståelsen af disse partikler er sammenfattet i den såkaldte Standard Model, der dermed kan opfattes som resultatet af det 20. århundrede.

Men Standard Modellen kan ikke være den ultimative teori - den rummer 27 frie parametre, og det forekommer at være rigeligt. Denne konstatering og andre gådefulde fænomener spiller en central rolle i diskussionen om bygningen af CERN's nye accelerator, LHC³.

Jens Rostrup-Nielsen talte over emnet "Forskning som et mål - forskning som et middel". Den industrielle forskning er altid knyttet til virksomhedens produktion, hvorimod forskningen på en forskningsinstitution er berettiget i sig selv. De to aspekter er vigtige og supplerer hinanden. På grund af virksomheders konkurrencesituation, er lukkede døre en nødvendighed. Det fører til at den såkaldte anvendte forskning i offentlig regi bliver ikke-anvendbar, da der ikke er nogen produktionsmæssig gevinst i den.

Endelig talte generaldirektør Haensel om det europæiske synkrotronstrålingsprojekt, og gav en oversigt over ESRF's

placering i det internationale miljø, og hvorledes den kronologiske udvikling af projektet har været.

Selve indvielsen skete ved at de tre herrer trak i håndtaget på en velvoksen kontakt, der tidligere havde gjort tjeneste i elforsyningen. På opstillede TV-skærme kunne man derefter iagttage at der kom lys ud fra hjørnet af en af magneterne, som vist på forsidebilledet af dette blad.

Herefter var der lejlighed til at se lagerringen. Røntgenmikroskopet, der beskrives i den følgende artikel, var allerede stillet op, mens placeringen af forskellige monokromatorer, var antydnet ved mærker på gulvet. Monokromatorerne er nødvendige til for eksempel overfladefysiske undersøgelser, hvor det er vigtigt for forståelsen af resultaterne at den indfaldende stråling har en bestemt energi.

Medarbejdere med tilknytning til ISA har allerede opnået erfaring med en af de monokromatorer, der vil blive installeret i Århus, idet den allerede er anskaffet og er opstillet ved det tyske anlæg BESSY i Berlin.

Fremtiden.

Dette anlæg er oprettet som et instrumentcenter. Det betyder at det skal stilles til rådighed for brugere, såvel forskere fra universiteter og andre lærestalter, som kunder fra virksomheder.

Det forventes også at faciliteten vil kunne blive brugt til udvikling af nye partikeldetektorer, og der er overvejelser i gang om at anvende mikrotroten til produktion af kortlivede radioaktive isotoper, der kan anvendes til medicinske undersøgelser på de nærliggende hospitaler.

For tiden er det kun muligt at udnytte synkrotronstrålingen fra en af de fire magneter, men hvis behovet viser sig, vil det være muligt at lave en tilbygning så det også bliver muligt at udnytte strålingen fra en anden magnet.

Referencer:

- ¹ J.F.Bak: Lagerringen i Århus. KVANT 1990 nr.1.
- ² M.Kristensen og O.Poulsen: Laserfysik ved lagerringen i Århus: laserkøling og ionstreng?. KVANT 1990 nr.2
- ³ J.R. Hansen: LHC, Fremtidens elementarpartikelfysiklaboratorium. KVANT 1991 nr.1



Jørgen Friis Bak er kandidat fra Aarhus Universitet. Ph.D.grad på grundlag af channelingeksperimenter ved CERN i Geneve. Er nu ansat ved det naturvidenskabelige fakultetssekretariat på Aarhus Universitet, og er desuden redaktør for KVANT.

Con amore job

Ugebladet Ingeniøren, der udgives af Ingeniør-Sammenslutningen og Dansk Ingeniørforening, søger en skribent, der fra tid til anden kan forsyne os med små historier, fortrinsvis til den faste spalte "teknikkens grænseland". Det drejer sig typisk om citater fra originale fagtidsskrifter og f.eks. CERN-bladet.

Du skal især vide noget om partikelfysik. For at bestride jobbet må du have en let pen og i jævne ord kunne forklare, hvad nyt, der sker. Jobbet vil skønsmæssigt tage 4-6 timer pr. måned på hjemmebasis.

Du kan få mere at vide hos redaktør Sinja Sveinsdottir, tlf. 31 21 68 01, lokal 2388. Kort ansøgning med omtale af eventuel tidligere skribentvirksomhed sendes til Ugebladet Ingeniøren, Skelbækgade 4, 1780 København V.

Røntgenmikroskopi i Århus

Robin Medenwaldt, ISA, Aarhus Universitet

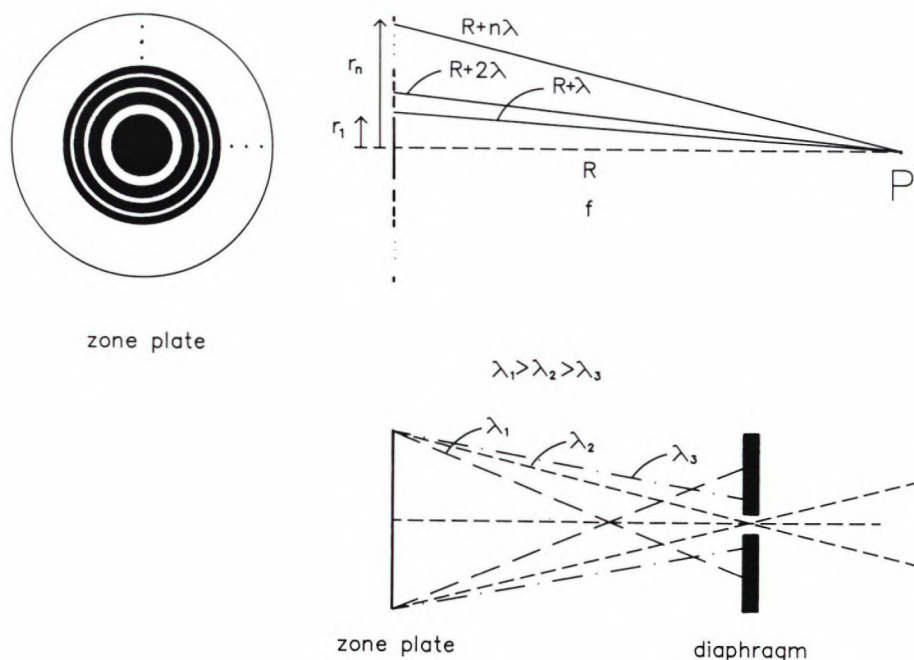
Et af forskningsprojekterne ved Institut for Synkrotronstråling i Århus, ISA, er opbygning af et røntgenmikroskop. Røntgenmikroskopi er et ret nyt felt, for selvom der allerede i 40'erne blev lavet forsøg på dette område, er det først siden 70'erne, at der er sket større fremskridt i takt med at stærke røntgenkilder som lagerringe blev tilgængelige og udviklingen indenfor røntgenoptik accelererede.

Et mikroskops opløsningsevne er begrænset til omtrent den halve bølgelængde af den anvendte stråling. I et almindeligt optisk mikroskop er grænsen omkring 250 nm, mens et røntgenmikroskop kan afbilde meget finere strukturer, da bølgelængden i det tilfælde er 1 - 5 nm. Det vil ikke kunne konkurrere med elektronmikroskopet med hensyn til rumlig opløsning, men har dog andre fordele, især ved undersøgelse af biologiske materialer, idet en for objektet eventuel skadelig præparation kan undlades. Således har det været muligt, at tage billeder af våde - endda levende - celler med en opløsning på omtrent 60 nm.

Lagerringen i Århus åbner muligheden for at benytte et røntgenmikroskop, idet synkrotronstrålingen udsendt af de højenergetiske elektroner under afbøjningen i hjørnemagnetterne har den ønskede energi og intensitet. Den nødvendige optik udvikles gennem et samarbejde med Dr. Schmahel og hans medarbejdere ved instituttet for røntgenfysik i Göttingen. Instituttet har eksisteret siden midten af 70'erne og arbejdet har overvejende været koncentreret omkring røntgenmikroskopi og den deraf udsprungne følgeforskning. For at undgå afhængigheden af en lagerring har gruppen

således bygget et scanning røntgenmikroskop med en plasma lyskilde. Tillige byggede de det første billeddannende røntgenmikroskop, som i en forbedret version fungerer rutinemæssigt ved synkrotronstrålingsanlægget BESSY i Berlin. Et nyt mikroskop erstatter det gamle ved BESSY i løbet af foråret.

Den afgørende faktor i udviklingen af røntgenmikroskopi er optikken. Brydningsindekset for røntgenstråling i materiale er nær en, altså ikke meget forskelligt fra indekset i vakuum, hvorfor brydningslinser ikke anvendes til fokusering af strålingen. Omend fokusering af røntgenstråling er muligt med multilag spejle, har man indenfor det felt endnu ikke opnået en opløsning, der er tilstrækkelig til mikroskopi. Foruden brydning og refleksion kan man udnytte bøjning af røntgenlyset. Dette gøres med specielle gitter som Fresnel-zoneplader (efter fysikeren Augustin Jean Fresnel, 1788 - 1827). Den såkaldte zoneplade er et diffraktionsgitter bestående af koncentrisk placerede ringe hvis bredde aftager med afstand fra centrum. Princippet er vist i figur 1. Ringene er skiftevis transparent og absorberende. Strålingen i punktet P interfererer konstruktivt, hvis afstandene fra de åbne ringe til P afviger med et helt antal bølgelængder som vist på figuren. Belyses en zoneplade med monokromatisk lys, vil der således et sted i afstand f på den optiske akse være en fokusering af strålingen. Afstanden fra centrum for den n 'te ring er givet ved $r_n^2 = n\Lambda f$, hvor Λ er bølgelængden. Bredden dr_n af de enkelte zoner er givet ved $dr_n = r_n/2n$.



Figur 1. Principtegning af zoneplader og røntgenmikroskop.

Da fokuseringen skyldes diffraktion, vil der ikke kun være én fokus men flere afhængig af afbøjningens orden m med tilhørende fokallængde $f_m = f/m$. I første orden fokuseres kun ca. 10% af den stråling, der rammer zonepladen. Summeres intensiteten fra alle ordener fås $\frac{1}{2}$, nemlig den del, der går igennem de ikke absorberende zoner. Udnyttes fasedrejningsegenskaberne af det absorberende materiale og gøres zonerne samtidig ikke fuldstændigt absorberende, er det muligt at bøje større andele af lyset ind i de forskellige ordener. Ved zoneplader af germanium med en tykkelse af 400 nm fås en effektivitet, hvilket vil sige bøjning i første orden, på 20% ved en bølgelængde på 2.36 nm.

Opløsningen af strukturer under afbildning med zoneplader er ikke bedre end bredden af den yderste, tyndeste zone og nøjagtigheden af zonernes placering. Da det med de gængse metoder i fremstilling af zoneplader ikke er muligt at lave vilkårligt tynde zoner, er zonepladerne den afgørende faktor for hvor god en opløsning et mikroskop kan have.

Fremstilling af zoneplader er i dag hovedsagelig litografisk eller holografisk. Små zoneplader med en diameter, d , på mindre end omkring 1 mm kan fremstilles litografisk i et scanning elektron mikroskop ved at skrive strukturerne i en fotoresist, hvorefter disse overføres ved electroplating eller plasmaetsning i et underliggende materiale. Store zoneplader, diameter 1-10 mm, som i det billeddannende røntgenmikroskop bruges til fokusering af synkrotronstrålingen, kan ikke fremstilles på denne måde, da det store antal ringe (ca. 40.000 mod 250 ved mikrozonepladerne) vil tage så lang tid at skrive, at tilstrækkelig indbyrdes stabilitet mellem elektronstrålen og resistpositionen ikke er mulig. Disse store zoneplader, kondensorzoneplader, fremstilles ved at belyse en fotoresist med et zonepladelignende diffraktionsmønster fremkommet ved overlejring af to kohærente lysbølger, ligesom det er tilfældet i holografi; deraf betegnelsen holografisk fremstillede zoneplader. Resistmønstret overføres ligesom ved mikrozonepladerne med Reactive Ion Etching, RIE, i et underliggende materiale. Foreløbig har germanium vist sig at være optimal.

Samarbejdet mellem Göttingen og Århus i forbindelse med fremstilling af zoneplader har som sit mål at fremstille såvel kondensorzoneplader som mikrozoneplader af Ge på et Si bærefolie. Hidtil benyttedes polyimid, men dette materiale er ikke modstandsdygtigt overfor strålingen og levetiden derved begrænset. Derfor forsøges med andre materialer, og Si er meget lovende p.g.a. sin høje stabilitet selv ved meget små tykkelser og den lille absorption af strålingen. Fremstilling af tynde Si folier med en tykkelse under 100 nm er velkendt i Århus og sidste efterår lykkedes det at fremstille kondensorzoneplader på et 300 nm tykt Si bærefolie. Målet er Si tykkelser på 100 nm, men produktionen vanskeliggøres af de ødelæggende spændinger, som det pådampede Ge inducerer på foliet.

En zoneplades fokallængde afhænger omvendt proportionalt af bølgelængden, derfor vil en zoneplade i forbindelse med en blende anbragt på den optiske akse i en vis afstand virke som en monokromator, som det er skitseret på figur 1. Disse monokromatoregenskaber udnyttes i mikroskopet.

Århus mikroskopet.

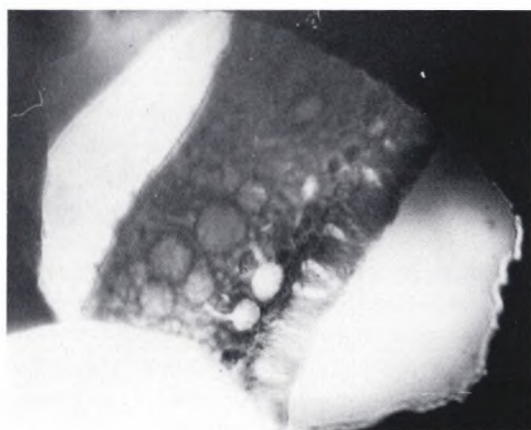
Det nye mikroskop i Århus, der er skitseret på figur 2, vil være et billeddannende. Med kondensorzonepladen, ZP, fokuseres strålingen gennem monokromatorhullet på prøven, O. Som et kompromis mellem rimelig høj monokromasi og alligevel tilstrækkelig intensitet benyttes et hul med en diameter på 0.02 mm hvilket sammen med kondensorzonepladen giver en monokromasi $\Delta/\lambda=250$, ved bølgelængden $\lambda=2.4$ nm. $d\lambda$ er spredningen omkring λ .

Det af objektet diffrakterede lys forstørres af mikrozonepladen, MZP, på en fotografisk plade eller et microchannelplate, MCP. Fokuseringen på objektet, for eksempel en celle, foregår i flere trin for at minimere strålingsbelastningen. I et optisk mikroskop findes cellens placering på prøveholderen som i et koordinatsystem. Herefter flyttes denne specielle holder over i røntgenmikroskopet, hvor positionen findes ud fra koordinaterne. Afstanden fra mikrozonepladen til objektet skal indstilles med mikrometers nøjagtighed grundet den lille fokaldybde. Fokuseringen foretages ved hjælp af microchannelplate, hvorefter det egentlige billede tages på en fotofilm, der har en høj opløsning og gode kontrastevner. Ofte tages flere billeder af objektet i forskellige afstande fra fokus, da fokaldybden er mindre end objektets tykkelse, når det drejer sig om celler, som har en typisk tykkelse på 5 μ m. Den lange afstand fra mikrozonepladen til MCP giver den bedste udnyttelse af MCP's lysforstærkning. Kameraet er derimod anbragt det sted, hvor aberrationer fra mikrozonepladen er mindst.

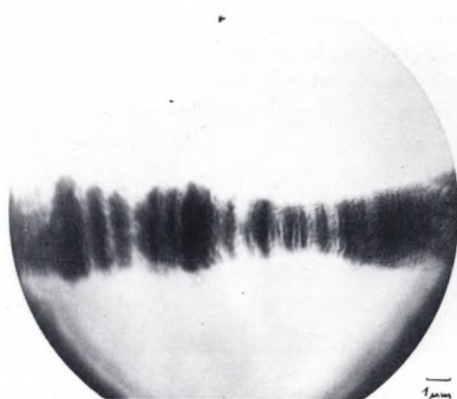
Undersøgelse af biologisk materiale foretages primært ved bølgelængder mellem 2.4 og 4.5 nm. I dette område, vandvinduet, er absorptionen i vand betydelig mindre end i proteiner, hvilket giver en naturlig kontrast mellem det biologiske materiale og det indeholdte og omkringliggende vand. Monokromatoregenskaberne ved mikroskopet kan endvidere bruges til i en vis forstand at kortlægge indholdet af grundstoffer i et objekt. Mekanismen er her den selektive absorption af bestemte bølgelængder fra røntgenspektret for de forskellige grundstoffer. Tages eksempelvis et billede på hver side af kvælstofs K-absorptionskant, vil intensitetsdifferensen af de to billeder netop vise områder med kvælstof.

Århus gruppen har allerede i nogle år i samarbejde med Göttingen gruppen taget billeder af celler ved mikroskopet i Berlin. Et af de første fra samarbejdet vises på figur 3.a. Motivet er et tværsnit af en epithelcelle fra en proximal tubulus i en rotte. Indlejringsmaterialet fra standardpræparationen (fiksering, dehydrering, indlejring i kunststof) er fjernet, idet det indeholder kulstof, som ville forringe kontrasten. Kontrasten udgøres derved hovedsagelig af proteinskelettet.

Derudover ses et af de seneste billeder taget ved BESSY af Peter Guttman og Gerd Schneider. Objektet er et kæpekromosom fra spytkirtlen af myggelarven Chironimus thummi. Billedet er taget i vandvinduet ved 2.4 nm bølgelængde. Kromosomet er indeholdt i en vandig saltopløsning mellem to 300 nm tykke kunststoffolier. Størrelsesforholdene er indikeret på billedet. Opløsningen i dette tilfælde er omtrent 50 nm. Fibrene mellem de højkondenserede



Figur 2. Snit af rottenyre observeret med røntgenmikroskop.



Figur 3. Røntgenmikroskopbillede af kromosom.

områder har en bredde på 60-120 nm.

Røntgenfotografering af levende celler er i almindelighed vanskeliggjort af cellernes bevægelser og diffusionsprocesser under eksponeringen, der varer mellem 10 sek og et minut. Det er dog lykkedes at tage billeder af levende celler, men denne del er endnu kun i sin begyndelsesfase.

Udviklingen i den nærmeste fremtid.

Zonepladerne er en af de faktorer hvor betydelige forbedringer er mulige. Da opløsningen af strukturer som nævnt afhænger af bredden af de yderste zoner i zonepladen, som i bedste fald har været 18 nm for mikrozonepladen, er der indtil videre opnået en opløsning på lidt under 50 nm. Der forsøges nu at skrive strukturer med en bredde på 10 nm, hvilket vil give en forbedring i opløsningen med en faktor 2. Også andre zoneplade materialer har været på tale i forbindelse med optimering. Si ville i givet fald have en

højere effektivitet end Ge, men indtil videre er nogle praktiske problemer i fremstillingsprocessen ikke løst.

Røntgenmikroskopet i Århus forventes færdiginstalleret i løbet af foråret, og objektkammeret til biologiske vådprøver bliver udviklet til sommeren. Således vil mikroskopet være i sin færdige form til efteråret 91. Designet af mikroskopet er lavet med henblik på muligheden for at udskifte enkelte elementer relativt nemt, når nye ideer til forbedring skal realiseres. Denne dynamik, som modulopbygningen indebærer, tillader, at Århus mikroskopet kan holdes up to date i en del år frem. Indenfor biologi og medicin bliver røntgenmikroskopi formentlig et værdifuldt supplement til lys og elektronmikroskopet i kraft af de nye informationer som undersøgelse af biologisk - især levende - materiale kan frembringe.

Billedet af kæmpekromosomet er beskrevet i 'X-Ray Microscopy Investigations on Polytene Chromosomes Isolated from Salivary Glands of Chironimus thummi Larvae', af Peter Guttman et al. og bliver publiceret i 'X-Ray Microscopy III', eds. A.G.Michette, G.R.Morrison, C.J.Buckley ; Springer Verlag (1991) in press.

En relativ ny artikel er udkommet i Scientific American i febr.'91, 'X-Ray Microscopes' af Malcolm R. Howells, Janos Kirz and David Sayre.

Desuden kan anbefales til yderligere læsning: X-Ray Microscopy, eds. G.Schmahl and D.Rudolph, Springer Verlag 1984.

og

X-Ray Microscopy II, eds. D.Sayre, M.Howells, J.Kirz, H.Rorbeack, Springer Verlag 1988.



Robin Medenwaldt blev cand.-scient. på Århus Universitet i 1989 med speciale i højenergi channeling og er nu udstationeret for en længere periode i Göttingen med arbejdsområde røntgenmikroskopi.

Nordisk Institut for Teoretisk Fysik, NORDITA

Henrik Jeldtoft Jensen, NORDITA

I det allerførste nummer af det ny tidsskrift KVANT udnævnte redaktionen NORDITA til at være en del af Københavns Universitet. Dette er ikke tilfældet; men hvad NORDITA egentlig er, er åbenbart ikke alment kendt. Her følger en kort beskrivelse af instituttets formål, oprindelse, opbygning og virke.

NORDITA blev oprettet af Nordisk Råd i 1957. Ønsket var at styrke den teoretiske fysik i Norden ved i fællesskab at drive et institut af højeste internationale standard. Institutet skulle virke som et videnskabeligt kraftcenter med gode kontakter til fysiksamfundet ude i verden. Her skulle nordiske fysikere kunne komme for at møde hinanden, samt ikke mindst møde fremtrædende forskere fra hele verden. På den måde skulle NORDITA være med til at sikre at nye strømninger i teoretisk fysik også nåede frem til Norden. Ved samlet kraft ville man danne et institut, som ingen af enkelt landene alene ville have mulighed for at drive. Institutet drives af Danmark, Finland, Island, Norge og Sverige, den øverste ledelse udøves af en styrelse bestående af fysikere fra de forskellige medlemslande.

Det var ved NORDITA's oprettelse naturligt at anbringe instituttet i nær kontakt med Niels Bohr og hans institut. Derfor blev NORDITA placeret i København i bygningerne på Blegdamsvej.

Den videnskabelige stab på NORDITA består af seks fast ansatte professorer, fire professorer på tre- til seksårige kontrakter, samt cirka femten stipendiater, som opholder sig ved NORDITA for et par år. Den videnskabelige stab er bredt internationalt sammensat, på denne måde opnår NORDITA gode videnskabelige kontakter til ikke-nordiske forskningsmiljøer. NORDITA stipendierne er forbeholdt nordiske fysikere. Stipendiaterne kommer til NORDITA på varierende tidspunkt i deres karrierer. Nogle under afslutningen af deres Ph. D. studium andre, som deres første eller anden kontrakt efter erhvervelsen af Ph. D. graden.

Ved oprettelsen i midten af halvtresserne bestod NORDITA's forskning hovedsageligt af teoretisk kerne- og partikelfysik. Derfor navnet: Nordisk Institut for Teoretisk *Atom*-fysik. Med tiden har forskningsindsatsen bredt sig ud over nye felter. Idag er der aktiviteter indenfor astrofysik, faststoffysik/statistisk fysik, komplekse systemers fysik, kernefysik og partikelfysik, derfor besluttede man sig til i 1990 at stryge ordet *atom* fra navnet.

Selv om man ikke kan tage en videnskabelig grad ved instituttet, foregår der vejledning af videregående studerende, ligesom der udbydes kurser og studiekredse. Endvidere arrangerer NORDITA selv eller i fællesskab med andre nordiske institutter skoler for videregående studerende. Ligeledes afholder og sponsorerer NORDITA selv, eller i samarbejde med andre, konferencer og kortere eller længere varende workshops. Endvidere har NORDITA et meget aktivt gæsteprogram, som bringer forskere fra hele verden til Norden. Gæsterne kan enten opholde sig på NORDITA i København eller ved institutter rundt omkring i Norden. Nordiske fysikere kan også komme på gæsteophold ved NORDITA i perioder, hvor de måtte have speciel interesse i at deltage i instituttets aktiviteter.

NORDITA orienterer om aktuelle gæster og aktiviteter gennem et nyhedsbrev *NORDITA NEWS*, som kommer seks gange om året og som rundsendes til alle nordiske institutter samt andre interesserede. I nyhedsbrevet listes også de seneste preprints fra NORDITA. Fra den liste kan man danne sig et indtryk af forskningsaktiviteten på instituttet.

NORDITA's nuværende direktør hedder Chris Pethick. Instituttets adresse er Blegdamsvej 17, 2100 København Ø., Telefon 31 42 16 16



Henrik Jeldtoft Jensen er licentiat i teoretisk fysik fra Århus Universitet, 1986. Her arbejdede han primært med magnetiske systemer. I forbindelse med et toårigt ophold ved McMaster University i Canada studerede han computersimulering af flux linie dynamik i type II superledere. Denne interesse har han bibeholdt i sin nuværende ansættelse som stipendiat ved NORDITA.

Seismik - en opgave i 3.g

Maiken Kildegård, Svendborg Gymnasium

Som 3.g'er blev jeg i år, som alle andre 3.g'ere, stillet overfor spørgsmålet om hvilket fag, jeg ønskede at skrive 3.årsopgave i. Det skulle være i dansk, historie eller i et af mine valgfag på højt niveau, for mit vedkommende matematik, kemi eller fysik. Valget faldt på fysik, blandt andet fordi det fag altid har haft min interesse. Dansk og historie havde jeg skrevet om tidligere, og et projekt i matematik eller kemi fangede ikke min interesse.

Emnevalget var ikke det store problem, idet jeg fra begyndelsen var indstillet på geofysik. Mit første rigtige møde med geofysikken havde jeg på kurset SORØDAGE 90. Efter dette kursus begyndte jeg at læse en del bøger om geofysiske emner, og ud fra denne viden besluttede jeg mig for, at mit emne skulle være **seismisk bølgeudbredelse**.

Jeg kontaktede herefter Klaus Mosegaard på Geofysisk Institut i København, som jeg kendte fra SORØDAGE 90, og forespurgte om han kunne hjælpe mig med litteratur og eksperimenter. Denne henvendelse førte til et 2-dages studie-ophold i København, hvor vi gennemførte en seismisk refraktionsmåling, og talte om teorien bag den.

Under vejledning fra min fysiklærer, Otto Fabricius, gennemførte jeg nogle målinger på bølgeudbredeshastigheder - longitudinale, som transversale - i forskellige materialer. I henhold til min opgaveformulering skulle jeg kun gennemgå den teori, som gik specifikt på de eksperimentelle dele af opgaven. Teorien begrænsede sig dermed til udledningen af den éndimensionale bølgeligning, samt teorien bag refraktionsøvelsen. Dette fyldte sammen med en gennemgang af mine udførte eksperimenter godt 20 sider excl. bilag. Hovedtemaerne er gengivet i det følgende.

Mekanisk bølgeteori

Seismiske bølger er en form for mekaniske bølger ('lydbølger'), idet de kun kan udbrede sig gennem et medium - så som fast stof, væske eller gas - i dette tilfælde gennem jorden.

Bølger kan karakteriseres som en svingende forstyrrelse der udbreder sig i et medium. Bølgetypen afhænger af hvorvidt mediets massedele svinger parallelt med eller vinkelret på udbredelsesretningen. Svinger de vinkelret på udbredelsesretningen, kaldes bølgen for transversal, og hvis den svinger parallelt med udbredelsesretningen, kaldes den longitudinal.

De longitudinale bølger kan udbrede sig i alle medier, fordi de altid vil 'skubbe' sig vej gennem mediet.

Transversale bølger kan kun udbrede sig gennem faste stoffer, idet molekyler i væsker og gasser vil 'glide a' mod hinanden, så bølgen ikke kommer videre.

Den hastighed, som bølgerne udbreder sig med, afhænger af materialets elastiske egenskaber og af massefylden. Sammenhængen bliver udledt i næste afsnit.

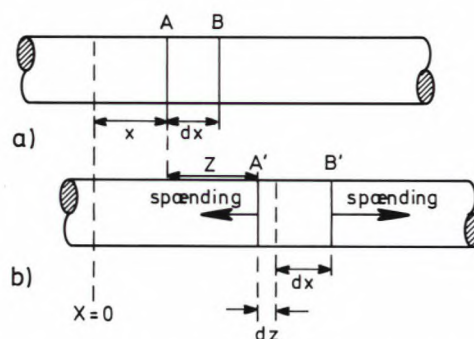
Bølgeligningen

Når en bølge passerer et medium, så vil der eksistere et spændingsfelt og et deformationsfelt. Disse er begge funktioner af tid og sted.

Der findes en sammenhæng mellem spænding (kraft pr. areal) og acceleration givet ved Newtons 2.lov, og sammenhængen mellem spænding og deformation er givet ved elasticitetslovene. En kombination af disse giver således sammenhængen mellem deformation og acceleration. Og ud af dette kan bølgeligningen udledes. Dens løsning angiver deformationen som funktion af tid og sted, hvilket er lig med oplysning om bølgenes fremadskriden.

Jeg vil udlede bølgeligningen for en længdedeformation, det vil sige for en longitudinal bølge (figur 1).

Vi har en stang af et elastisk, deformerbart materiale (homogent og isotropisk), hvor x-aksen ligger parallelt med stangen, og hvor nulpunktet er vilkårligt valgt.



Figur 1. En stang af elastisk, deformerbart materiale.

Når stangen længdedeformer, så vil punktet A forskydes til A'. Forskydningen Z betegner forskydningen fra ligevægtsstillingen. Denne forskydning afhænger både af tiden t og af placeringen i stangen, det vil sige af x -koordinaten. Det er denne afhængighed $Z=Z(x,t)$, som bølgeligningen handler om.

Man må nu gøre sig klart, at spændingen S i snitfladen gennem A' ikke afhænger direkte af forskydningen Z , men derimod af deformationen lokalt omkring A' . Hvis et lille stykke dx ved A forlænges med dZ , så er den relative forlængelse dZ/dx , og ifølge elasticitetslovene har man $S=E dZ/dx$, hvor E kaldes elasticitetsmodulen eller Young's modul.

Vi undersøger bevægelsen af det lille stykke af stangen mellem A og B , hvis oprindelige (ligevægts-)afstand kaldes dx . Hvis spændingerne i A' og B' er ens, så er den resulterende kraft nul og $A'B'$ er i hvile. Hvis der derimod for eksempel er en trækspænding i B' , som er større end i A' , så bliver $A'B'$ påvirket af en resulterende kraft mod højre (figur 1). Kraften pr. areal bliver generelt:

$$S_B - S_A = E \left(\left(\frac{dZ}{dx} \right)_B - \left(\frac{dZ}{dx} \right)_A \right) = E \frac{d^2 Z}{dx^2} dx.$$

Det lille stykke af stangen, som befinder sig mellem A' og B' har en masse, som pr areal er ρdx , hvor ρ er massetætheden. Ifølge Newtons 2.lov er denne masse gange dens acceleration $d^2 Z/dt^2$ lig med ovenstående kraft. Herved fås bølgeligningen:

$$\frac{d^2 Z}{dt^2} = \frac{E}{\rho} \frac{d^2 Z}{dx^2}.$$

Løsningen til denne ligning er en bølgeformet deformation¹, som udbreder sig med fasehastigheden $v = \sqrt{E/\rho}$.

For at bestemme bølgers udbredelse gennem flere forskellige medier må man benytte den såkaldte refraktions-teori. Herved får man bestemt jordlagenes dybdemæssige placering.

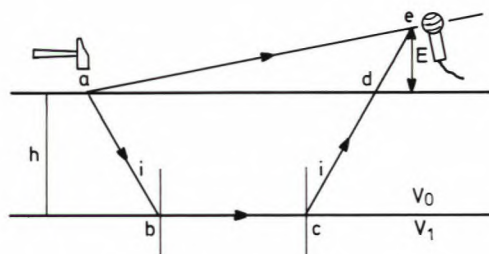
Refraktionsteorien bygger på principperne om bølgers refleksion og refraction.

Ved hjælp af refraktionsteorien kan bølgenes placering under udbredelsen også beregnes, men det har jeg valgt ikke at beskæftige mig med.

Refraktionsteori

Når en bølge løber gennem et medium og møder et andet medium med anderledes fysiske forhold, så vil bølgen generelt deles i fire nye bølger; to som reflekteres og to som refrakteres (brydes). Hvert par består af en longitudinal- og en transversalbølge.

Refleksions/refraktionsforholdene vil afhænge af, om den indkommende bølge er en longitudinal- eller en transversalbølge.



Figur 2. Elastiske bølgers udbredelse.

De elastiske bølgers udbredelse følger nogle fundamentale principper og regler, blandt andet Huygens princip, Fermats princip og Snells lov.

En bølge, frembragt i et punkt a (se figur 2), vil forsøge at nå et givet punkt b , så hurtigt som muligt, også selvom den skal passere igennem et andet medium (Fermats princip). Ved en passage gennem et andet medium, vil bølgen ved den første kontakt blive delvist reflekteret og delvist refrakteret i henhold til Snells lov.

Vi er specielt interesseret i den del af bølgen, hvis refraktionsvinkel er 90° , fordi denne bølge må tolkes som en lokal forstyrrelse, som løber langs med skellet mellem de to medier med det nedre mediums hastighed. Denne forstyrrelse vil så, ifølge Huygens princip, starte små bølger ved den nedre grænse af det øvre medium.

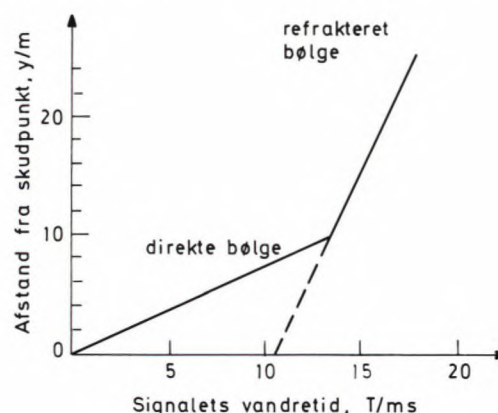
På grund af hastighedsrelationerne mellem de to medier, vil de to små bølger i den dannede bølgefront udbrede sig ved vinklen for totalrefleksion. Derfor må bølgen komme fra et punkt til et andet punkt på hurtigst mulig måde.

Det er derfor muligt, efter ovenstående, at bruge geometriske konfigurationer som basis for udledning af de korteste tid-længde kurver for diverse elastiske medier.

Ved en refraktionsmåling frembringer man en trykbølge enten ved hjælp af en eksplosion eller ved etammerslag, og så måler man ved hjælp af geofoner (en slags mikrofoner), hvor lang tid det tager en given bølge at løbe en given distance.

Teorien bag denne refraktionsmåling afhænger af om de jordlag, man måler på, er horisontale eller ej. Men grundlaget for alle beregningerne ligger i teorien for horisontale lag, denne kan derefter udvides til at gælde for ikke-horisontale lag.

Hvis man har to horisontale lag, så er der to mulige strålegange for den først ankomne energi. Den ene er den direkte stråle langs jordoverfladen, den anden bevæger sig fra skudpunktet ned gennem det øverste lag med en indfaldsvinkel i , således at den refrakteres med Snell's lov, og dermed fortsætter i vandret udbredelsesretning i toppen af det underliggende lag, hvis udbredeshastighed antages at være større end udbredeshastigheden i overjorden.



Figur 3. Tid-længde diagram

Ifølge ovenstående, så vil det over en vis distance være således, at det er de stråler, som har været igennem de underliggende lag, der giver anledning til førsteindsatserne på tid-længde diagrammet. Dermed har de i det underliggende lag indvundet den tid, det tog dem at løbe skråt gennem det øvre medium. Vandretiden mellem punktet a og punkt d kan således opskrives. Men da lagene ikke er horisontale, så skal vandretiden for længdestykket de også lægges til. Og ved substitution med trigonometriske udtryk, som udledes af figuren, fås vandretiden til

$$T = \frac{2h}{v_0 \cos i} + \frac{y}{v_1} + \frac{E}{v_0 \cos i}$$

Hvis hældningen derimod ligger nedad i et det andet lag med vinklen θ , så vil y måles langs jordoverfladen, og den parallelle distance på det hældende lag vil være $y \cos \theta$. Desuden er h målt vinkelret på det hældende lag, og dermed bliver den distance, som svarer til forskellen i hældningen lig med $y \sin \theta$. Med disse substitutioner bliver vandretiden

$$T = \frac{2h + y \sin \theta}{v_0 \cos i} + \frac{y \cos \theta}{v_1}$$

Hastighederne i de enkelte lag bestemmes ud fra tid-længde diagrammerne (figur 3). Hastigheden er lig med den reciproke værdi af hældningskoefficienten. Incidenstiden θ aflæses som den refrakterede bølges skæringspunkt på tidsaksen.

Ved videre beregninger kan hældningen på lagene og indfaldsvinklen bestemmes, og man finder frem til at dybden af det underliggende lag kan bestemmes ud fra følgende formel:

$$d = \frac{\tau v_0 \cos i}{2 \cos \theta}$$

Efter denne gennemgang af teorien bag refraktionsmålingen følger en kort gennemgang af eksperimenterne.

Refraktionsøvelsen

Til denne øvelse brugte vi geofoner til at detektere bølgernes udbredelse. For at få nogle gode resultater, er det vigtigt at have geofonerne placeret ækvivalent fra hinanden i en samlet længde, som er cirka dobbelt så lang som den formodede dybde på forsøgslokaliteten.

Ved hjælp af en trigger-geofon placeret lige ved det sted hvor bølgen startes ved hjælp af et hammerslag, startes målingen. Derefter kan resultatet aflæses på skudprofilen, et tid-længde diagram over bølgens udbredelse (figur 3).

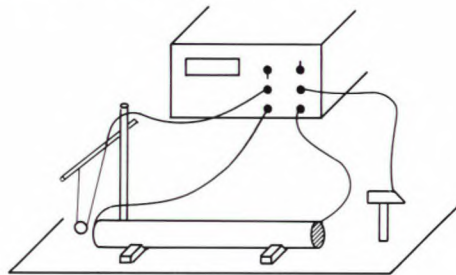
Ved at tage to skudprofiler, én fra hver ende af rækken af geofoner, kan hældningen af lagene på det givne sted bestemmes. Ud fra tid-længde diagrammerne udføres beregningerne, som er gennemgået tidligere, og derved fandt vi ud af, at kalklaget under Amager Fælled ligger mellem 2 og 3 meter nede på det sted, hvor målingerne fandt sted.

Bølgeudbredeshastigheder

Jeg skulle i henhold til min opgaveformulering måle bølgeudbredeshastighederne i nogle materialer. Ved hjælp af en timer, som reagerede på elektriske impulser var det muligt for mig at måle den tid, det tager for bølgen at løbe gennem en stang af det pågældende materiale.

Til start af timeren brugte jeg en hammer, der sluttede en ellers åben kontakt, når den ramte det sølvpapir, der var klistret på endefladerne af mediet. For at slukke timeren, anvendte jeg en bifilart ophængt metalkugle, som slog væk

fra mediet, når bølgen var løbet igennem dette, og derved afbrød en ellers lukket kontakt.



Figur 4. Opstilling til måling af bølgehastigheder.

Ud fra kendskab til Young's modul for materialerne, Poisson forhold og densitet kunne jeg efterprøve værdierne ud fra kendskab til fasehastighederne for longitudinale og transversale bølgers udbredelse.

Vurdering

Det var meget fascinerende at kunne arbejde uafbrudt i en uge med et emne, som virkelig interesserer én selv. Det er fint, at der er mulighed for at lave eksperimenter udenfor skolen, selvom der måske ikke er så mange, som benytter sig af den. For mig var det en lærerig oplevelse at komme ind på Geofysisk Institut i København.

Det eneste man måske kunne kritisere ved en sådan opgave, er at det er fastsat, at selve opgaven ikke må fylde mere end 15 sider excl. bilag. Det er ikke ret meget, når man arbejder med stoffet i en uge, og bestemt ikke hvis man skriver i et fag, hvor det er muligt at lave eksperimenter til emnet. 15 sider svarer jo sådant til 1-1½ rapport i fysik eller kemi. Man bliver nødt til at vælge og vrage meget bestemt og udelade mange ting, som kunne have været interessante at beskæftige sig med. På grund af dette kan man føle det som om ens opgave bliver ufuldstændig.

Men alt i alt er det, efter min mening, en god ting, at der er indført denne 3.årsopgave, fordi det giver mulighed for at arbejde med et emne, som interesserer én, og som man måske ikke har mulighed for at arbejde med til daglig.

Referencer:

- 1) Willy Dansgaard: *Kompendier til Fysik G*. Geofysisk Institut, Københavns Universitet, 197.
- 2) L.L. Nettleton: *Geophysical Prospecting for Oil* McGraw-Hill, 1940.



Maiken Kildegård gymnasieelev på Svendborg Gymnasium.

 Spectra-Physics

**Spectra
Diode Labs**

 **LASERTRONIC**

 **uniphase**

 **ANDO**

 **PHOTON
inc.**

 **JOBIN
YVON**

 **OPHIR**

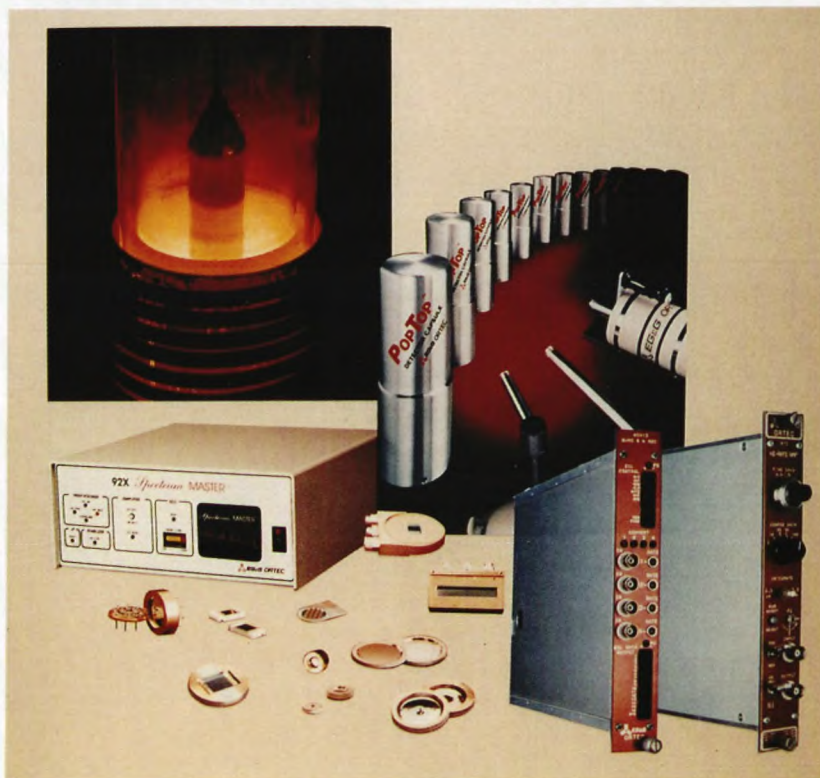
 **Exciton**

burleigh

 **LASER
PHOTONICS**

 **UNITED
DETECTOR
TECHNOLOGY**

 **bbt.**
instrumenter



**TOOLS
of the
TRADE**

- Radiation
- Detection
- Measurement
- Analysis

**EG&G
ORTEC**

**Den danske leverandør
af radioaktivitetsmåle-
udstyr samt laser -
og opto - elektronik
fra de førende
fabrikanter**

 **laser science, inc.**

QUESTEK

 **Quanta-Ray**

 **micro-
control**

 **EG&G
GAMMA SCIENTIFIC**

 **EG&G PRINCETON
APPLIED RESEARCH**

 **EG&G ORTEC**

 **EG&G
FIBER OPTICS**

 **PHOTON
CONTROL**

**BBT Instrumenter ApS
Dr. Olgasvej 6
DK-2000 Frederiksberg**

**Telefon 31 19 82 08
Telefax 31 19 87 47
Telex 35 326 bbt dk**

**ELEKTRONIK
ELEKTROMEDICIN
ELEKTROKEMI
FORSKNING
UNDERVISNING**

Liden forskel gør et stort rod

Mogens Esrom Larsen, Matematisk Institut, Københavns Universitet

Überall ist das Chaos der gefährlichste Feind.
Houston Stewart Chamberlain (1855-1927)

En lineær differensligning lader sig let løse. Ligningen

$$f(n+1) = a \cdot f(n) \quad (1)$$

omskrives til

$$\frac{f(n+1)}{f(n)} = a \quad (2)$$

Ganger vi (2) for $n = 0, 1, 2, \dots$ med hinanden, står der jo

$$\frac{f(n)}{f(0)} = \frac{f(n)}{f(n-1)} \cdot \frac{f(n-1)}{f(n-2)} \cdots \frac{f(2)}{f(1)} \cdot \frac{f(1)}{f(0)} = a^n \quad (3) \quad a = 1$$

Der er fem mulige opførsler,

- 1) $a > 1$, $f(n) \rightarrow +\infty$ for $n \rightarrow \infty$
- 2) $a = 1$, $f(n) = 1$ for alle n
- 3) $-1 < a < 1$, $f(n) \rightarrow 0$ for $n \rightarrow \infty$
- 4) $a = -1$, $f(n)$ divergerer mellem 1 og -1
- 5) $a < -1$, $f(n)$ divergerer mellem $-\infty$ og ∞

Selv om differensligningen ikke er homogen, går det let:

$$g(n+1) - a g(n) = c \quad (4)$$

har jo løsninger

$$g(n) = \frac{c}{1-a} + \lambda \cdot a^n \quad \text{for } a \neq 1 \quad (5)$$

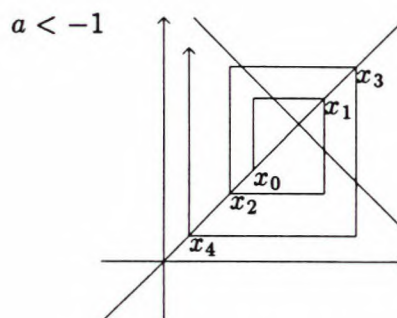
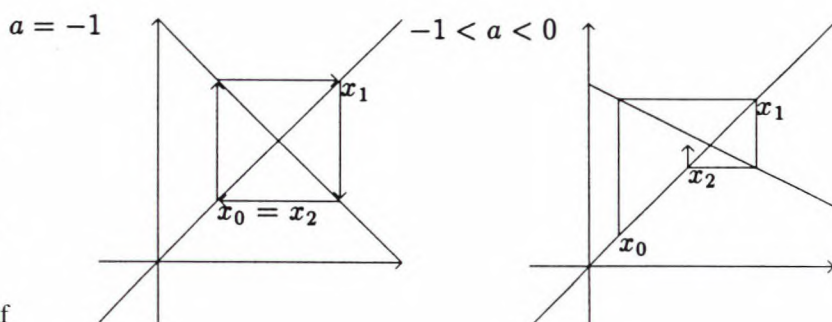
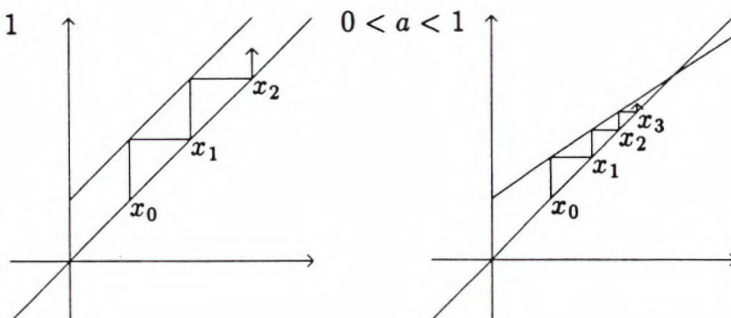
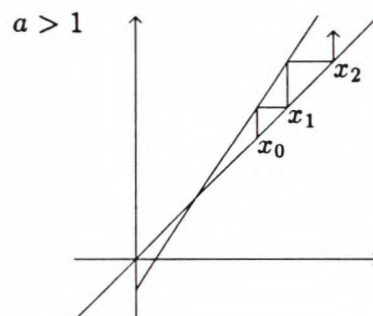
$$g(n) = n \cdot c + \lambda \quad \text{for } a = 1 \quad (6)$$

Det eneste nye er, at for $a = 1$ vil $g(n) \rightarrow \pm\infty$, afhængig af fortegnet af c .

Disse opførsler lader sig let illustrere grafisk, idet vi kan opfatte (4) som iteration af funktionen

$$y = ax + c \quad (7)$$

Vi anbringer punkterne som (x, x) og (y, y) på linien $y=x$. Iterationen af (7) eller følgen (4) ser da således ud:



Figur 1. Iteration af lineær funktion.

Vi iagttager, at konstanten c er uden betydning, mens a styrer forløbet. Hvis vi ændrer på a , sker der en afgørende forandring af opførslen, når a passerer 1 og -1. Sådanne forandringer kaldes "katastrofer". Men ingen af de viste adfærd er kaotisk.

En ikke-lineær differensligning lader sig ikke så tit løse eksplicit à la (2) eller (5-6). Ganske vist kan ligningen for $\lambda \neq 0$

$$f(n+1) = \lambda f(n)^2 \quad (8)$$

løses af

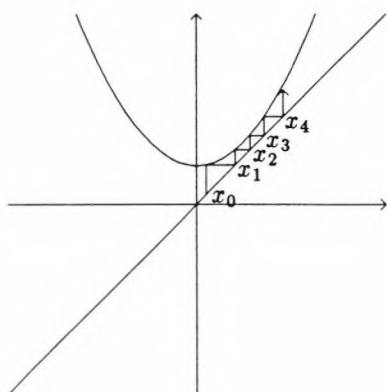
$$f(n) = \frac{1}{\lambda} a^{2^n}, \quad a = \lambda f(0) \quad (9)$$

Men fordi ligningen ikke er lineær, giver denne løsning os ikke umiddelbart en løsning til

$$f(n+1) = f(n)^2 + c \quad (10)$$

Derimod kan løsningerne illustreres på samme måde som i det lineære tilfælde ved iteration af funktionen

$$y = x^2 + c \quad (11)$$



Figur 2. Iteration af $x^2 + c$, $c > 1/4$.

I almindelighed har vi altså en funktion

$$y = F_c(x) \quad (12)$$

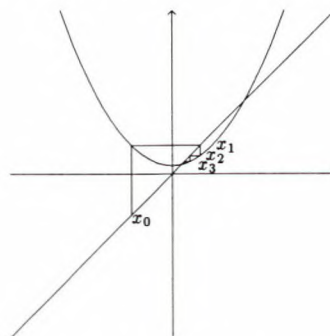
hvor c er en parameter og x en variabel. Vi danner så talfølgen

$$x_0 = a, \quad x_{n+1} = F_c(x_n) \quad n=0,1,2,\dots \quad (13)$$

og spørger, om talfølgen konvergerer, divergerer, går monotont eller svinger eller hvad. Denne opførsel afhænger af c , og spørgsmålet er, hvordan? I eksemplet er c forskydningen i y -aksens retning:

$$F_c(x) = x^2 + c \quad (14)$$

Hvis $c > 1/4$ har parablen ingen skæring med linien $y = x$, så talfølgen divergerer.



Figur 3. Iteration af $x^2 + c$, $c \leq 1/4$.

Hvis $-3/4 < c \leq 1/4$ har parablen to skæringer med $y = x$. Vi skal løse ligningen

$$x^2 + c = x \quad (15)$$

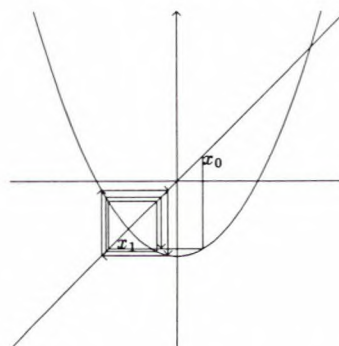
der løses af

$$\alpha = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - c} \quad (16)$$

I disse punkter er parablens tangenthældning 2α jo

$$2\alpha = 1 \pm \sqrt{1 - 4c} > -1 \quad (17)$$

netop så længe $c > -3/4$. Det betyder, at hvis startpunktet a er i nærheden af α vil følgen x_n konvergere mod α .



Figur 4. Iteration af $x^2 + c$, $c < -3/4$.

Når $c < -3/4$ begynder dansen. Der kan opstå en cykel f.eks. af længde 2. Det betyder, at

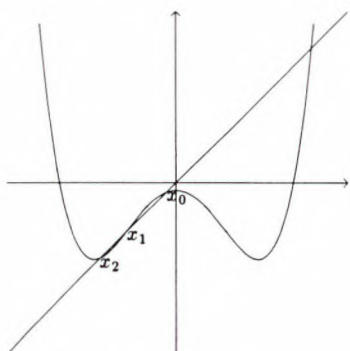
$$x_{n+1} \neq x_n \quad \wedge \quad x_{n+2} = x_n \quad (18)$$

En sådan cykel er ikke svær at finde, fordi den jo er et fixpunkt for F_c^2

$$F_c^2(x) = x \quad (19)$$

eller

$$(x^2 + c)^2 + c = x \quad (20)$$



Figur 5. Iteration af $(x^2+c)^2+c$.

Men det er lettere, end det ser ud, fordi fixpunkterne for F_c også er fixpunkter for F_c^2 . Derfor er rødderne i (15) eller

$$x^2 - x + c = 0 \quad (21)$$

også rødder i (20) eller

$$x^4 + 2cx^2 - x + c^2 + c = 0 \quad (22)$$

Vi kan simpelthen skrive (22) som

$$(x^2 - x + c)(x^2 + x + c + 1) = 0 \quad (23)$$

De nye rødder, som giver cyklerne, er altså

$$\beta = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - c - 1} = -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{-4c - 3} \quad (24)$$

som netop dukker op, så snart $c < -3/4$.

En sådan cykel er tiltrækkende, hvis fixpunktet for F_c^2 er det. Altså hvis

$$|(F_c^2)'(\beta)| < 1 \quad (25)$$

Nu er

$$F_c^2(x) = (x^2 + c)^2 + c \quad (26)$$

så

$$(F_c^2)'(x) = 4x(x^2 + c) \quad (27)$$

Da β er rod i

$$x^2 + x + c + 1 = 0 \quad (28)$$

har vi

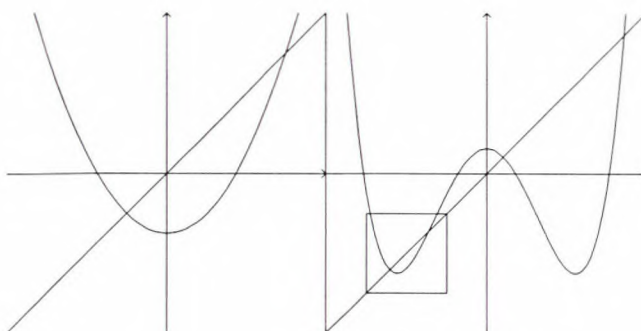
$$\beta^2 + c = -1 - \beta \quad \wedge \quad \beta^2 + \beta = -1 - c \quad (29)$$

Derfor er

$$(F_c^2)'(\beta) = 4\beta(\beta^2 + c) = 4\beta(-1 - \beta) = -4(-1 - c) = 4(1 + c) \quad (30)$$

Derfor er (25) opfyldt for

$$\underline{\underline{\frac{-3}{4}}} \quad -\frac{5}{4} < c < -\frac{3}{4}$$



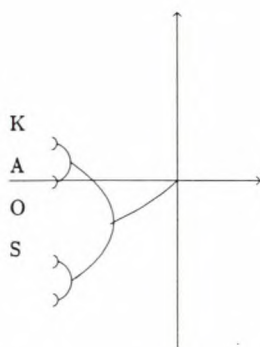
Figur 6. $x^2 - 3/4$ og $(x^2 - 5/4)^2 - 5/4$.

Hvis vi sammenligner graferne for F_c for forskellige værdier af c med graferne for F_c^2 for udvalgte andre værdier af c , ser vi, at de er temmelig ens. Den opførsel, som F_c udviser, f.eks. cykler for $c < -3/4$, kommer derfor også for F_c^2 , blot når $c < -5/4$.

For $c = -2$ er der punkter af hver tænkelig periode.

Det betyder, at for en vilkårlig startværdi a i nærheden af 0 vil følgen x_n defineret ved (13) opføre sig uforudsigeligt. Det er denne uforudsigelighed, vi betegner som "kaos". Ved start langt fra 0 går følgen mod ∞ , - "normal divergens".

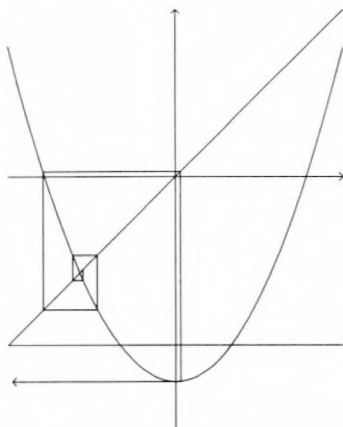
Hvis vi ser på overgangen $c \rightarrow -2$, kan vi jo afbilde fixpunkterne og perioderne som "funktioner" af c . Det giver diagrammet:



Figur 7. Attraktorer som funktion af c .

Det ses, at dynamikken ændrer struktur fra simpel konvergens til en attraktiv periode af længde 2 ved $c = -3/4$, til to perioder ved $c = -5/4$ o.s.v. En række "katastrofer" for dynamikken.

Også $c = -2$ er en katastrofe. Når $c < -2$, vil der være startpunkter i intervallet $[-2, 2]$, hvis følger x_n - defineret i (13) - divergerer mod ∞ .



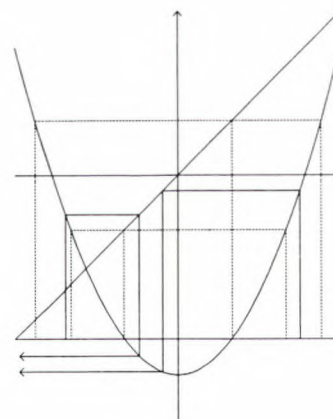
Figur 8. $x^2 - 22/9$.

Spørgsmålet er, om der overhovedet findes punkter, a , $-2 < a < 2$, hvis talfølger x_n - defineret ved (13) - forbliver i intervallet.

Det er klart, at ligesom punkterne i det midterste interval bliver smidt udenfor med det samme, så bliver punkterne midt i hver af de andre intervaller sendt ind i det midterste og derfra udenfor.

Vi får altså dannet en proces, der successivt tredeler intervallet og fjerner det midterste og gentages på hver af de yderste.

Det, der bliver tilbage, kalder vi Λ . Denne mængde består af alle intervalendepunkterne, samt alle grænseværdier for konvergente følger af endepunkter.



Figur 9. $x^2 - 22/9$.

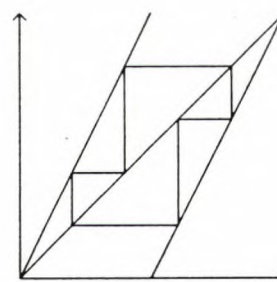
Lad nu $x \in \Lambda$. Vi definerer talfølgen til x , $s(x)$, som

$$s(x) = s_0 s_1 s_2 \dots \quad (32)$$

hvor s_j er 0 eller 1, defineret ved

$$s_j = \begin{cases} 0 & F^j(x) \in I_0 \\ 1 & F^j(x) \in I_1 \end{cases} \quad (33)$$

Talfølgen s_j beskriver følgen x_n som den springer fra I_0 til I_1 eller omvendt.



Figur 10. $2x \bmod 1$ med følgen fra $a = 1/5$.

Intervallernes endepunkter svarer til de talfølger, der har $s_j = 1$ for $j \geq N$. Derfor vil alle talfølger svare til et punkt i Λ . Nu kan talfølgerne opfattes som tal i intervallet $[0, 1]$ i binær kode.

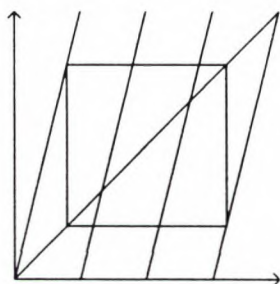
De interessante fænomener afspejles i tallene. Iterationen F svarer til et skift, altså

$$F(s_0s_1s_2\dots) = s_1s_2s_3\dots \quad (34)$$

altså funktionen fordobling og bortkast af den hele del,

$$g(x) = 2x \bmod 1 \quad (35)$$

En periode for F svarer til en periodisk bimalbrøk, altså et rationalt tal i intervallet. Disse svarer igen til perioderne for g , som vi finder af hver mulig længde:



Figur 11. $2(2x \bmod 1) \bmod 1$ med følgen fra $a=1/5$.

Denne oversættelse afhang jo ikke af den oprindelige funktions lokale udseende, hvilket forklarer, at der i er orden i kaos. To kaotiske systemer ligner hinanden, nemlig funktionen (36) itereret.

Hvis vi vælger et tilfældigt tal mellem -2 og 2 og itererer $F(x) = x^2 + c$ for et $c < -2$, så vil følgen x_n defineret i (13) med sandsynlighed 1 divergere mod ∞ , men man kan være heldig at ramme en følge, der farer rundt som en flue i en flaske. - Det er kaos!

Det er nøjagtig den samme kaotiske opførsel, vi ser på hele intervallet, når $c=-2$. Vi behøver blot at tage funktionen

$$2 \cos(x2\pi) \quad (36)$$

Når vi anvender den på (36), får vi jo

$$2 \cos(2x2\pi) = 4 \cos^2(x2\pi) = (2 \cos(x2\pi))^2 - 2 \quad (37)$$

med andre ord, $F_2(x)$. Altså samme kaos!

Referencer:

Ian Stewart: *Does God Play Dice? The Mathematics of Chaos*, Penguin Books, London (1990)



Mogens Esrom Larsen er ansat ved Københavns Universitets matematiske institut som lektor. Medlem af redaktionen af KVANT.

Vejledning for forfattere

Redaktionen af KVANT modtager meget gerne artikler fra læserne. Indholdet af artiklerne bør være forståelig for personer med interesse for fysik - således at en god gymnasieelev vil få noget ud af at læse artiklen. Det gør ikke noget at der optræder enkelte (og enkle) formler i teksten. Illustrationer til artiklerne er meget velkomne.

Det er håbet at der vil komme en række rubrikker - der er allerede en debatside, som er åben for indlæg om alt hvad der rører sig om fysik. Bladet vil også bringe meddelelser fra Dansk Fysisk Selskab og Selskabet for Naturlærens Udbredelse, ligesom omtale af arrangementer, der kan have interesse for fysikinteresserede vil blive bragt. Da der kun kommer fire numre om året (se planlagte udgivelsestidspunkter nederst på denne side) skal der gives meddelelse om et givet arrangement i god tid, hvis det skal kunne komme med i bladet.

Redaktionen vil også stræbe efter at kunne bringe korte notitser med friske nyheder og anmeldelser af bøger af interesse for fysikere.

Vejledning i udformning af artikler til KVANT

For at lette produktionen modtages artikler helst på elektronisk facon. Det kan enten være som elektronisk post til e-mail adressen

kvant@dfi.aau.dk

eller på en DOS-formatet diskette, der sendes til

KVANT

Det fysiske Institut

Ny Munkegade

8000 Århus C

eller afleveres til et redaktionsmedlem sammen med eventuelle figurer, og - *meget vigtigt* - et billede og en præsentation af forfatteren, i stil med de præsentationer, der findes i slutningen af hver artikel i dette nummer.

Debat

Debatsiderne er åbne for indlæg om emner der har med fysik at gøre. De første to indlæg har handlet om forsknings- og undervisningspolitik, men der er mange andre emner der kan tages op.

Korte bemærkninger til en forhåbentlig interessant debat er også velkomne. Debatindlæg sendes til redaktionen.

Teksten kan enten være skrevet i WordPerfect eller med T_EX eller som en ren ASCII-fil. Hvis det ikke er muligt at aflevere teksten i et af disse formater, kan en papirudgave af artiklen naturligvis anvendes.

Formler og specielle symboler kan indsættes i teksten med WordPerfect eller T_EX. De modtages dog også gerne på papir.

Illustrationer og billeder til artiklerne afleveres separat - det er (endnu) en kvalitetsmæssig fordel at indsætte disse i artiklen på sædvanlig facon. Undlad venligst at afsætte plads til dem i teksten, men placer figurforklaringen til sidst eller for sig selv.

Tabeller og opstillinger ønskes enten i WordPerfect format eller som opstillinger med tabulatorer. Brug ikke for megen energi på at lave "snedige" opstillinger med linier og lignende.

- Overskriften skrives med store bogstaver.
- Forfatternavne skrives med kursiv.
- Afsnitsoverskrifter skrives med fed skrift.
- Der er ingen tomme linier mellem afsnit, men de indledes med en indrykning (tabulering).
- Referencer anføres i teksten med et løftet ciffer, og anføres til sidst i artiklen med nummer, forfatter, artikel (eventuelt bind-nummer med fed skrift), sidetal og årstal i parentes.
- Husk et billede og en kort præsentation af forfatteren.

Tidsfrister

Korte notitser og meddelelser til nummer 3, 1991, der vil udkomme i august, skal være indsendt senest den 1. august.

Fremover er produktionsplanen at der vil udkomme et nummer i månederne februar, maj, august og november. Artikler til disse numre skal være afleveret senest den 1. januar, 1. april, 1. juli og 1. oktober.

Abonnement på KVANT

koster 135 kr for en årgang og vil blive opkrævet pr. giro. Nye abonnenter vil modtage eventuelle tidligere numre af den løbende årgang. Medlemmer af Dansk Fysisk Selskab og Selskabet for Naturlærens Udbredelse vil modtage bladet som et medlemsblad.

Abonnement tegnes ved at skrive til

KVANT, c/o Det fysiske Institut, Ny Munkegade, 8000 Århus C

MODERNE VAKUUMTEKNIK TIL FORSKNING OG INDUSTRI



ALCATEL
HOCHVAKUUM

NYHED !

ALCATEL fedtsmurte turbomolekularpumper med keramiske lejer kan monteres i alle vinkler.
80-100-150-400-900 liter/sec N₂

GROV- og FINVAKUUMPUMPER ★ ROOTSPUMPER ★
DIFFUSIONSPUMPER ★ TURBOMOLEKULARPUMPER ★
VAKUUMPUMPER for AGGRESIVE LUFTARTER ★ OLIEFRI
HØJVAKUUMPUMPESTANDE ★ VAKUUMMÅLEINSTRUMENTER
★ VAKUUMFITTINGS og VENTILER ★ HELIUM-LÆKSØGERE
★ MASSESPEKTROMETRE ★ SPUTTER- og
ÆTSANLÆG for TYNDFILM ★ SPECIALOPGAVER



ELEKTRONKANONER

WENZEL VAKUUM TEKNIK APS, NYBROVEJ 283, DK-2800 LYNGBY,
SHOWROOM, SERVICE, LAGER, NYBROVEJ 193, BIL 30 42 63 00,



SPECTRAMASS PC 2000 MASSESPEKTROMETER

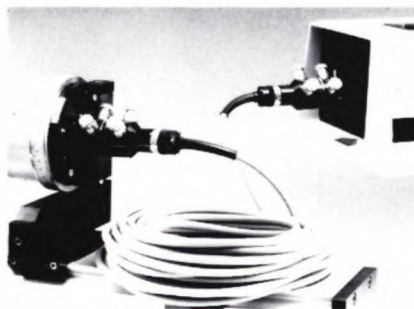
FARADAY/MULTIPLIER QUADROPOLER ★ 1-300 amu ★
COMPUTER INTEGRERET for PRÆCISIONS ANALYSE og
styring af PROCESSER ★ AUTOMATISK MASSE SCAN ★
BAR GRAPH ★ ENKELT eller FLER ION MONITERING ★
ALARM NIVEAUER ★ TREND ANALYSE ★ HELIUM LÆK-
SØGNING ★ LAGRING af SPEKTRA ★ LAVPRIS KVALITETS
INSTRUMENTER ★ HØJVAKUUM PUMPE SYSTEMER ★
SALG og SERVICE I DANMARK ★

CTI-CRYOGENICS
HELIUM TECHNOLOGY CORPORATION

CRYOPUMPER

TLF. 42 87 97 35
FAX. 45 93 32 93

OPTIKPROBLEMER



Lysleder med connectorer fra DANTEC monteret på en argonlaser.

Den danske leverandør af optik,
Opto-electronik og mekanik

Laser - Laserpowermeter - Shutter - Optisk
slebne og støbte linser - Vibrationsdæmpede
borde - Prismen - Spejle - Filtre - Cuvetter
- Xenonlamper og alle former for belysning -
Produktionslaser - Lysleder.

Beregninger udføres - Rekvirer katalog



ERNST J. WILD

LYS-LINSE & LASER TIL INDUSTRI & FORSKNING

NÆSBYHOLMVEJ 20

2700 BRØNSHØJ

TLF. 31 80 01 10

FAX. 31 80 22 40