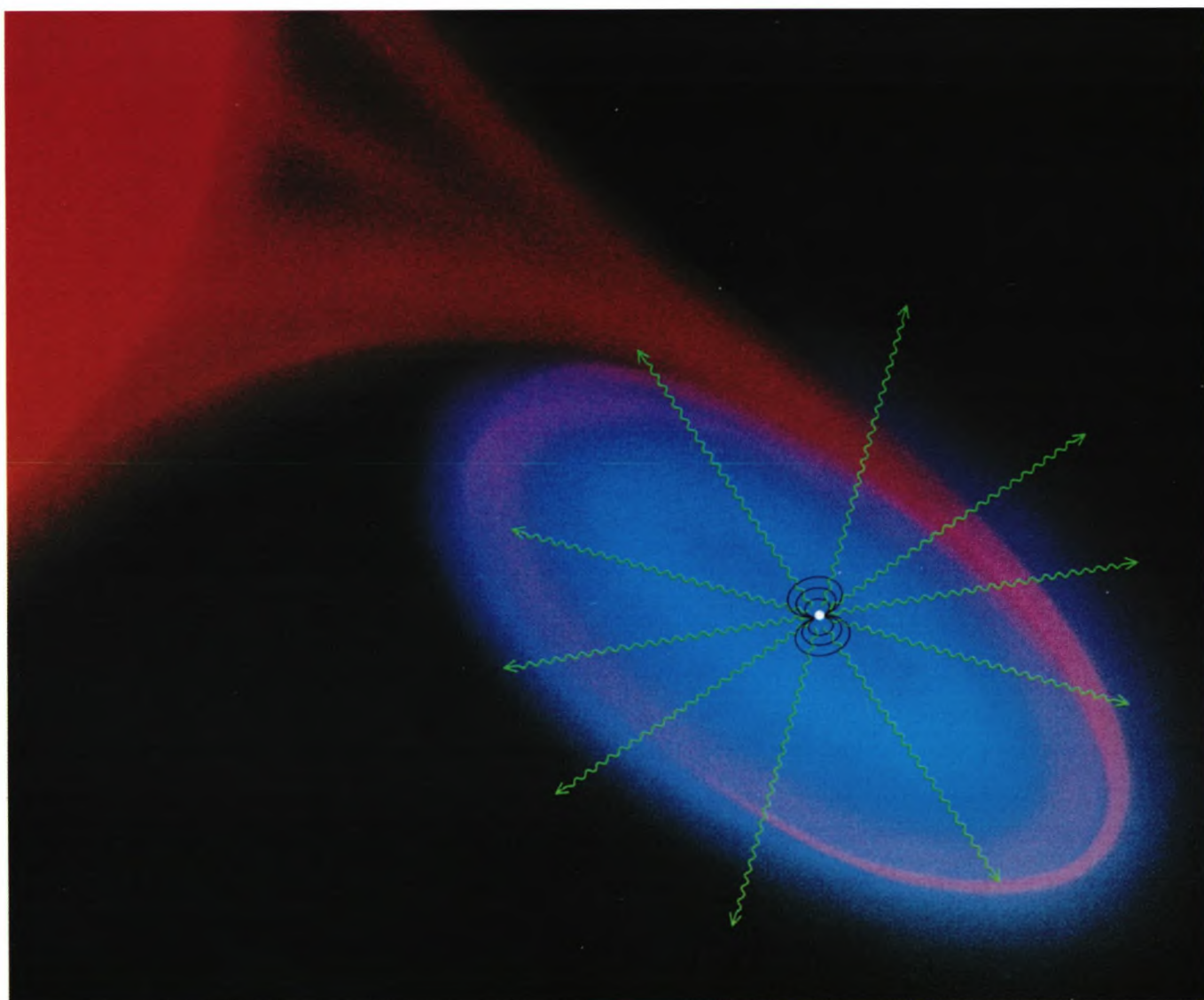


KVANT

november 2
1992

Fysisk Tidsskrift

3. årgang



ROTEREDE KRYSTALLER • SORTE HULLER • FYSIKEVALUERING • FYSIKUNDERVISNING
OMKRING ÅR 1800 • DFS ÅRSMØDE • PhD SPALTEN • TID OG RUM • TALLET π

LØSSALGSPRIS: 35 KR

KVANT

Fysisk Tidsskrift

c/o Institut for fysik og astronomi
Ny Munkegade
Århus Universitet
DK-8000 Århus C

Telefax : 86 12 07 40
E-mail : kvant@dfi.aau.dk
Giro : 5 84 31 46

Udgives af

Dansk
Fysisk
Selskab

Selskabet for
Naturlærens
Udbredelse



Redaktion

Jørgen Friis Bak (ansv.)
Det naturvidenskabelige fakultet
Århus Universitet
Jørn Christiansen
Torsten Freltoft (annoncer)
NKT Research Centre
Mogens Esrom Larsen
Matematisk Institut
Københavns Universitet
Finn Berg Rasmussen
Fysisk Laboratorium
Københavns Universitet
Ove Østergaard
Silkeborg Amtsgymnasium

KVANT udkommer 4 gange årligt og er
medlemsblad for de udgivende selskaber.
Abonnementspris: 135 kr/år (i Danmark).

Annoncepriser

1/1 side	3000 kr
1/2 side	1600 kr
1/4 side	1000 kr
Farvetillæg	1800 kr

Priserne er excl. moms og gælder for repro-
klart materiale. Henvendelser om annoncer til
Torsten Freltoft, NKT Research Centre,
telefon 43 48 35 69, telefax 43 63 00 99.

Oplag: 2000

Tryk: AKA-print

ISSN 0905-8893

Indhold:

Roterede Krystaller

Jakob Bohr og François Grey 1
Med moderne metoder er det muligt at bygge krystaller op lag for lag.
Hvis man fortsætter bygningen med andre atomer end det underliggende
substrat, kan man danne krystaller, hvor krystalretningerne roteres.

Sorte huller

Igor D. Novikov 4
Hvis en tilstrækkelig stor masse samles inden for et lille område, vil
tyngdekraften blive så kraftig at selv ikke lys kan undslippe - det er
blevet til et sort hul. Vi er blevet overbevist om at de eksisterer i univer-
set. Selvom de ikke direkte kan iagttages, giver de anledning til fæno-
mener, der kan studeres, og som derfor afslører de sorte huller.

Fysikevaluering - og hvad så?

Bertel Haarder 10
Undervisnings- og forskningsministeren kommenterer fysikevalueringen.
Resultatet af evalueringen er umiddelbart opløftende - men forbedringer
er nødvendige. Det er institutionernes ansvar.

Fysikundervisningen i den højere skole omkring år 1800

Børge Riis Larsen 11
Faget fysik fører og har ført en omtumlet tilværelse i skolen. I nogle
perioder har det været et specialfag, for de, der interesserede sig for det.
Til andre tider har det hørt til blandt de almindelige. I dag kan man
(heldigvis) ikke gå i gymnasiet uden at få et vist kendskab til fysik, og
det er også kommet med i pensum for HF. Faget fysik blev indført i
gymnasiet i 1700-tallet, men allerede dengang havde det en omtumlet
tilværelse.

Dansk Fysisk Selskab - Årsmøde 14

Dansk Fysisk Selskab - regnskab 1991 16

Ph.D. spalten 18

Nogle problemer i tid og rum

Kay Akselbo 20
Einstein's almene relativitetsteori er grundlaget for forståelsen af univer-
sets dynamik. Universet blev skabt for ca. 15 milliarder år siden i "The
big Bang". Hvad var der forud? Det har ikke nogen mening at tale om
rummet udenfor universet, og det har faktisk heller ikke nogen mening
at tale om tiden *forud* for universets skabelse.

Bog anmeldelse 24

Tallet π

Mogens Esrom Larsen 25
Forholdet mellem en cirkels omkreds og dens diameter - π - har en
tendens til at dukke op i det mest uventede sammenhænge. Det er en
almindelig gæst i det, der kaldes for uendelige rækker.

Forsiden:

Billedet viser et tæt bundet dobbeltstjernesystem indeholdende et sort hul
og en normal kæmpestjerne. Gassen fra yderlaget af stjernen indfanges og
danner en skive omkring det sorte hul. Det opvarmes ved gnidning til så
høje temperaturer, at det kan udsende røntgenstråling. Den første artikel i
bladet beskæftiger sig med disse fantastiske objekter.

Roterede krystaller

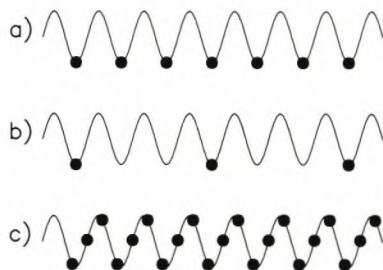
Jakob Bohr og François Grey, Faststoffysikafdelingen, Forskningscenter Risø.

Roterede krystaller forekommer når to- eller tre-dimensionale krystalgitter mødes. I stedet for at krystallerne ligger parallelt, drejer deres højsymmetriretninger nogle få grader væk fra hinanden. Eksempler på dette er enkeltlag af atomer på substrater, såsom argon på grafit^{1,2}, rekonstruerede krystaloverflader, som for eksempel den tætpakkede hexagonale struktur af det øverste guldlag på (100) overfladen³ samt alkali-metaller på ruthenium^{4,5}. Moderne krystalgronings-teknikker som f. eks. molecular beam epitaxi, sputtering og laser ablation kan også føre til groning som involverer sådanne rotationer. Fænomenet kaldes epitaxal rotation⁶. Det forekommer i systemer, hvor to forskellige gitter-periodiciteter mødes, og skyldes at én specifik rotation er mere energetisk favorabel end andre.

Et vigtigt bidrag til vor forståelse af epitaxale rotationer er kommet fra Novaco og McTague^{7,8}. De betragtede to uendelige repeterende trekantgitter, det ene et stift substrat og det andet et adsorbat, hvori atomerne er indbyrdes forbundet med fjedre. I dette tilfælde giver en betragtning af adsorbatets respons til substratet mulighed for at bestemme den epitaxale rotationsvinkel Θ mellem deres højsymmetriretninger. Novaco og McTague fandt følgende approksimative formel:

$$\cos \theta = \frac{1+r_{sa}^2(1+2\eta)}{r_{sa}[2+\eta(1+r_{sa}^2)]}$$

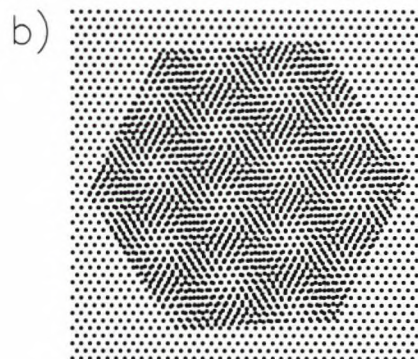
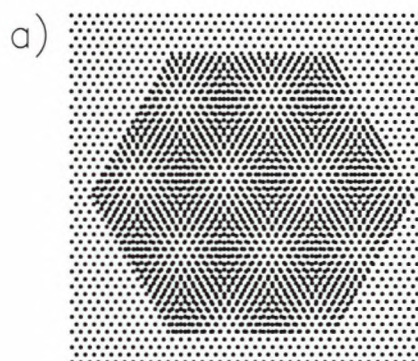
hvor $r_{sa}=d_s/d_a$ er forholdet mellem substratets og adsorbatets gitterafstande (d_s , d_a), og η er en konstant, som afhænger af den longitudinale og den transversale lydhastighed. Vinklen Θ måles relativt til den parallelle konfiguration. Dette elegante resultat var af stor betydning, for her var en enkel relation mellem rotationsvinklen og gitterforholdet. Gitter-



Figur 1. Figur 1a) og 1b) viser to endimensionale fundamentale kkommensurable strukturer, 1a) med et atom i hvert potentialminimum, mens 1b) (kun) har et atom i hvert tredje potentialminimum. Figur 1c) viser derimod en struktur hvor der 3 adsorbat-atomer i hver substrat-periode, denne struktur har translationsfrihed.

forholdet kan varieres eksperimentelt, for eksempel ved at ændre gstrykket over et monoatomart lag af en ædelgas på grafit. Shiba⁹ udviklede respons-teorien i den ikke-lineære grænse og fandt, at epitaxale rotationer kan være undertrykt, når gitterne er næsten ens, dvs. $r_{sa} \rightarrow 1$.

I denne artikel vil vi diskutere en anden forklaring på epitaxale rotationer, nemlig størrelses effekter. Effekten vi har undersøgt er, hvordan randene af en krystallinsk ø kan påvirke øens rotation. En sådan alternativ forklaring på epitaxal rotation understreger også, at det er muligt, at den



Figur 2. Figur 2a) viser to atomgitter, der ligger helt parallelt. I det område, hvor det ene gitter ligger oven på det andet, dannes der et mønster med lysere og mørkere områder. Dette mønster kaldes et moiré-mønster. I figur 2b) er de samme atomgitter nu drejet 3,2 grader i forhold til hinanden. Det har en voldsom effekt på moiré-mønstret, der er blevet drejet hele 30 grader.

epitaxiale rotation bliver bestemt på et tidligt tidspunkt under krystalkimdannelse, endelig-størrelse-effekter er jo så meget desto vigtigere jo mindre systemet er.

Fundamentale Kommensurable Strukturer

En struktur siges at være kommensurabel, når der er et rationelt forhold (heltalsbrøk) mellem adsorbatets og substratets gitterafstande. Særlige simple kommensurable strukturer vil vi kalde *fundamentale kommensurable strukturer*. Kriteriet herfor er, at de, uden elastiske relaxationer, kan vinde energi ved at låse deres translation til et sinusformet potentiale. Således som for eksempel (i en-dimension) en struktur, hvor der er et adsorbat-atom per substrat-periode. Der befinder sig netop et adsorbat-atom i bunden af hver substrat-potential-minimum, se Figur 1a). Tilsvarende for en struktur, hvor der (kun) befinder sig et adsorbat-atom i hver tredje potential-minimum, se Figur 1b). Hvorimod en struktur med 3 adsorbat-atomer per substrat-periode, har translationsfrihed i et sinusformet potentiale, og derfor ikke er en fundamental kommensurabel struktur, se Figur 1c). For et uendeligt udbredt stift adsorbatgitter er det således de fundamentale kommensurable strukturer, der kan vinde energi ved at antage en bestemt translation og rotation ved grænsefladen. Dette er baggrunden for, at det i teorier, som betragter uendelige udbredte gitre, er nødvendigt at betragte adsorbatets elastiske respons til substratet for at afdække fysisk interessante effekter. På den anden side har endelige systemer ikke translationsfrihed. For eksempel vil et system med kun et atom reflektere den fulde variation i substrat-potentialet. Nye fænomener kan således fremkomme alene på grund af endelig-størrelse-effekter.

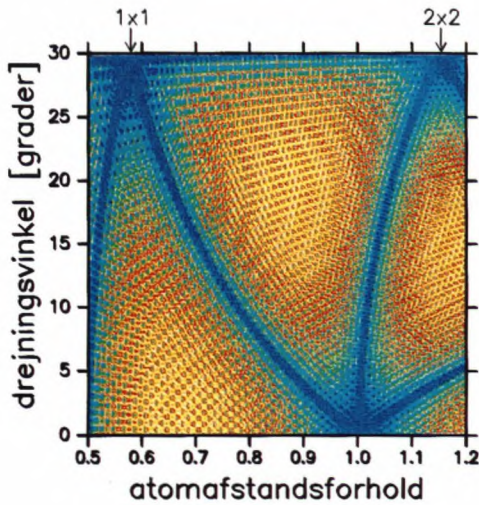


Figure 3. Den beregnede energi for par af (r_{as}, Θ) er vist ved en farveskala, mørkeblå viser energi-minimaerne. De buede linier som forbinder de fundamentale kommensurable strukturer (1×1 , $\sqrt{3} \times \sqrt{3}$, og 2×2) beskriver de stabile roterede strukturer, deres moiré-mønster er roteret 30 eller 90 grader. Hvis overlaget har {11} facetter istedet for {10} ville de stabile løsninger være dem, hvis moiré-mønstre er drejet 60 grader.

En Computer Simulation

På grund af manglen på translationsfrihed i endelige udstrakte adsorbater er det nødvendigt at optimisere translationen for enhver rotationsvinkel, som betragtes. Denne beregning gennemføres for et hexagonalt adsorbat med 10 facetter (kanter), se Figur 2. Den optimale translation bestemmes ved at teste et tilstrækkeligt antal placeringer af adsorbatet i forhold til substratet. I beregningen er substratet beskrevet ved summen af tre sinus-funktioner som tilsammen danner et trekantgitter¹⁰. Resultatet vises i Figur 3, hvor abscissen (x-aksen) giver forholdet mellem de to gitterkonstanter, og ordinaten (y-aksen) giver rotationsvinklen. Energi-minimaerne former grene, som forbinder de fundamentale kommensurable strukturer. For et givet forhold (r_{as}) mellem gitterkonstanterne, giver disse grene rotationsvinkler, der på grund af endelig-størrelse-effekter er særlig stabile. Disse grene svarer faktisk til løsninger, hvor moiré-mønsteret dannet af de to gitre er roteret således, at det er vinkelret eller parallelt med facetterne (kanterne) af adsorbat-øen. Sådanne løsninger, som beskriver et generelt symmetriprincip for epitaxiale rotationer, kan beregnes fra rene geometriske betragtninger som¹¹

$$\cos \theta = r_{sa} \sin^2 \psi_a + \cos \psi_a \sqrt{1 - r_{sa}^2 \sin^2 \psi_a}$$

hvor ψ_a er rotationsvinklen af moiré-mønsteret relativt til adsorbatgitteret. Af Figur 4 fremgår de løsninger, hvor

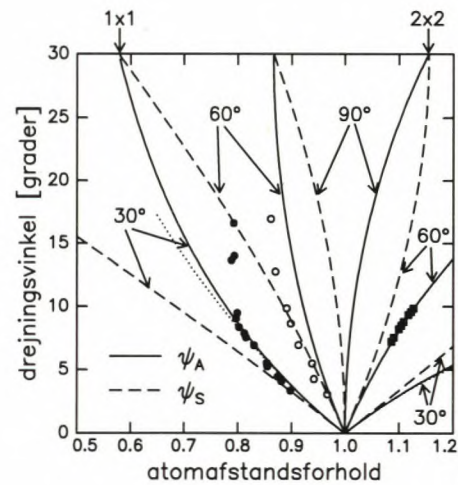


Figure 4. Symmetri-løsningerne vist som buede linier som udstrækker fra den fundamentale kommensurable struktur $\sqrt{3} \times \sqrt{3}$ $R 30^\circ$ som her definerer $r_{as}=1$, $\Theta=0^\circ$. Fuldt optrukne linier viser ψ_a løsninger hvor moiré-mønsteret er roteret relativt til adsorbatet. Stiplede linier viser ψ_s løsninger, hvor moiré-mønsteret er roteret relativt til substratet. Også vist, som en prikket linie, er Novaco og McTagues approximative løsning for et harmonisk gitter. Fysiske data fra referencerne 4, 5 og 12 er tillige vist, Na/Ru(100) (sorte cirkler), Li/Ru(100) (åbne cirkler) og γ fasen af D_2 på grafit (kvadrater). Positionerne af de 1×1 og 2×2 fundamentale kommensurable strukturer er vist.

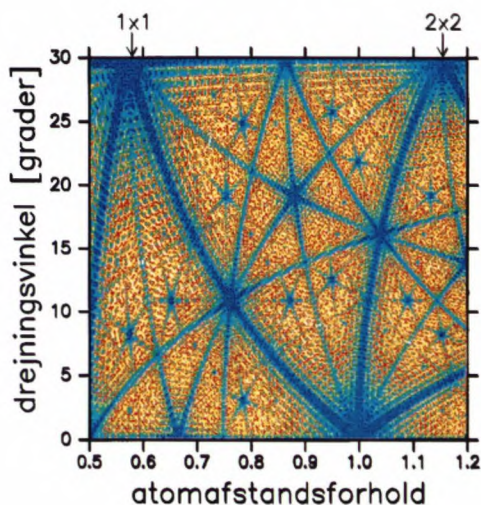


Figure 5. Den beregnede energi for par af (r_{as}, Θ) er vist ved en farveskala, mørkeblå viser energi-minimaerne. Det er tilladt adsorbat-atomerne at relaxere deres positioner en lille smule. Højere-orden-kommensurable strukturer fremtræder nu som lokale energi-minima. For eksempel svarer minimum ved $r_{as}=0.76$ og $\Theta=10.89^\circ$ til den kommensurable $\sqrt{7} \times \sqrt{7} R$ 19,1° struktur med 4 adsorbat-atomer per enhedscelle.

moiré-mønsteret er roteret $\psi_a=30^\circ$ og 60° svarende til adsorbatfacetter af (10) og (11) natur. Desuden er vist ψ_s løsninger, hvor moiré-vektoren er roteret til at orientere sig efter substratets højsymmetriretninger. Dette er for eksempel tilfældet, når substrat-step spiller en afgørende rolle. Tre sæt eksperimentelle data er vist fra referencerne 4, 5 og 12. Som det kan ses af figuren, falder datapunkterne i stor udstrækning, som beskrevet af symmetriløsningerne. (Vi har brugt enheder, hvor $\Theta=0^\circ$, $r_{as} = 1$ svarer til, at adsorbatet har en $\sqrt{3} \times \sqrt{3} R$ 30° kommensurabel struktur, da dette svarer til de eksperimentelle systemer). Den punkterede line i Figur 4 er Novaco og McTagues løsning fra ligning (1), den er næsten identisk med $\psi_a=30^\circ$ løsningen. Konklusionen er, at moiré-mønstrets symmetri spiller en dominerende rolle lige meget hvad den detaljerede mekanisme er, der frembringer den epitaxale rotation.

Derfor foreslår vi, at en højsymmetrisk drejning af moiré-mønsteret er den egentlige grund til at epitaxale rotationer sker. Set fra den synsvinkel er adsorbatets drejningsvinkel ikke så mystisk, fordi moiré-mønsteret samtidig er drejet en højsymmetrivinkel, f. eks. 30° eller 60° .

Dette "symmetriprincip" forklarer, hvorfor både elastiske relaxationer i uendelige systemer og endelig-størrelse-effekter i stive systemer fører til meget ens effekter. Hvad sker der, hvis vi kombinerer elastiske og størrelse-effekter? Figur 5 viser resultatet af en sådan beregning, idet det er tilladt adsorbat-atom-positionerne at relaxere et lille stykke δ i den retning, som de trækkes af substratet (substrat-potential), hvor δ er proportional med differential-koefficienten. Mønsteret, der kommer ud af dette, er en fraktal, og det er den to-dimensionale analogi af djævlens-trappe¹³. Højere-orden-kommensurable strukturer bliver stabile (de mister deres translationsfrihed), og løsninger svarende til roterede moiré-mønstre fremkommer omkring dem.

Referencer

- 1) C.G. Shaw, S.C. Fain, Jr., and M.D. Chinn, Phys. Rev. Lett. **41**, 955 (1978).
- 2) K.L. D'Amico, J. Bohr, D.E. Moncton and D. Gibbs, Phys. Rev. **B41**, 4368 (1990).
- 3) D. Gibbs, B.M. Ocko, D.M. Zehner, and S.G.J. Mochrie, Phys. Rev. **B42**, 7330 (1990).
- 4) D.L. Doering and S. Semancik, Phys. Rev. Lett. **53**, 66 (1984).
- 5) D.L. Doering and S. Semancik, Surf. Sci. Lett. **175**, L730 (1986).
- 6) M.C. Wu, J.S. Corneille and D.W. Goodman, Sur. Sci. Lett. **255**, L536 (1991).
- 7) A.D. Novaco and J.P. McTague, Phys. Rev. Lett. **38**, 1286 (1977).
- 8) J.P. McTague and A.D. Novaco, Phys. Rev. **B19**, 5299 (1979).
- 9) H. Shiba, Journ. Phys. Soc. Japan **48**, 211 (1980).
- 10) F. Grey and J. Bohr, *A Symmetry Principle for Epitaxial Rotation*, Under publicering i Europhysics Letters.
- 11) F. Grey and J. Bohr, in : *Phase Transitions in Surface Films*, NATO ASI Series, Ed. H. Taub, Plenum, New York (1990).
- 12) J. Cui and S.C. Fain, Phys. Rev. **B39**, 8628 (1989).
- 13) P. Bak, rep. Prog. Phys. **45**, 587 (1982).

Sorte huller

I.D. Novikov, Københavns Universitets Astronomiske Observatorium

Et sort hul er det mest fantastiske objekt i universet. Det er af en karakter og beskaffenhed, som langt overgår, hvad fantasien rækker til, og hvad der er skabt af mennesker.

Den opfattelse vi har nu er, at sorte huller er huller i rum og i tid. De gemmer i deres indre forbløffende fysiske processer. De grundlæggende fysiske principper for et sort hul er imidlertid ganske simple.

Lad os gøre følgende tankeeksperiment. Vi komprimerer en vis masse, f.eks. en stjerne. Tyngdekraften på stjernens overflade vil da vokse. Der skal derfor større og større hastigheder til, for at et legeme netop kan undslippe stjernens tyngdekraft og fortsætte til evig tid i rummet - dette er den såkaldte undvigelseshastighed. På et tidspunkt under sammentrækningen vil undvigelseshastigheden blive lig med lyshastigheden. Ved en yderligere lille sammenpresning vil undvigelseshastigheden blive større end lyshastigheden. Nu kan selv lys ikke undslippe fra den sammenpressede stjerne, hvilket heller ikke andet kan, idet intet kan bevæge sig med større hastighed end lyset.

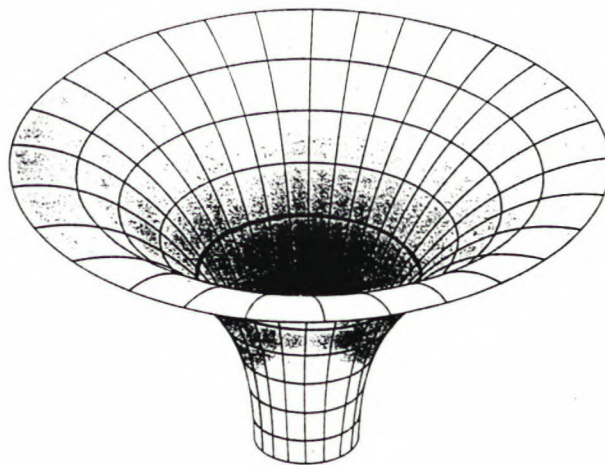
Nu har vi en stjerne, som omverdenen ikke kan se. Den er sort. Sådanne objekter kaldes for sorte huller. For at danne en usynlig stjerne er det nødvendigt at komprimere f.eks. solen ned til en radius på blot tre km. Denne kritiske størrelse kaldes for den gravitationelle radius, og dens værdi er proportional med stjernens masse.

Den berømte franske matematiker og astronom Pierre Laplace og den engelske præst og geolog John Michell benyttede denne idé, i henholdsvis 1795 og 1783, til at gøre opmærksom på den mulighed, at der kunne eksistere sorte huller i universet. Pierre Laplace påpegede, at istedet for en komprimering af en stjerne kunne man tilføre ny masse uden at ændre massetætheden. Resultatet ville blive det samme - forøget tyngdekraft og dannelse af en usynlig stjerne. Hans konklusion var utvetydig: "Det er derfor muligt, at de største legemer i universet er usynlige."

Dette var en imponerende forudsigelse og det var faktisk sandheden men dog ikke hele sandheden. Men hvorfor var det så ikke det? Årsagen var, at dengang vidste man endnu ikke, at Newtons teori om tyngdekraften ikke gjaldt for meget store tyngdekræfter.

Einsteins Univers

I begyndelsen af vort århundrede udviklede Albert Einstein en ny teori for tyngdekraften, gældende for de meget stærke gravitationelle felter, der er i omegnen af et sort hul. Ifølge Einsteins teori vil der ske det, at når man bevæger sig mod et tungt kompakt objekt, bliver rumgeometrien forskellig fra den velkendte Euklidiske geometri; man kan sige at rummet bliver mere og mere krumt. Det er naturligvis svært at forestille sig et krumt rum, men den to-dimensionale analogi på figur 1 kan være til hjælp. Figuren viser, hvordan rummet forvrides af tyngdekraften fra et sort hul. Fjernt fra hullet er



Figur 1. To-dimensionel analogi til det krumme rum i nærheden af et stærkt tyngdefelt fra et sort hul.

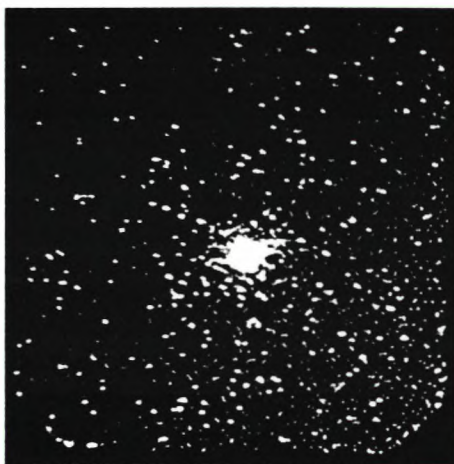
tyngdekraften svag og rummet er derfor "fladt" (dvs. det opfylder den Euklidiske geometri). Tæt på det sorte hul er tyngdekraften stærk, og rummet er meget krumt.

Man kan faktisk se, at det ligner et rigtigt hul i rummet. På den anden side påvirker tyngdekraften tiden. Fjernt fra et sort hul går ure deres normale gang, men pga. tyngdekraftens tidspåvirkning vil ure gå langsommere tæt på et sort hul og de går helt i stå på kanten af et sort hul. Tiden stopper fuldstændigt her. Så derfor ser et sort hul ud som et hul i både rum og tid.

Hvis et sort hul var dannet ud fra et roterende legeme ville, ifølge Einsteins teori, alt i nærheden af et sort hul blive trukket med af det hvirvlende tyngdefelt. Vi kan sige det således, at selve rummet er trukket med af hullets rotation.

Endelig må det tilføjes, at tyngdekraften på kanten af et sort hul går mod uendelig. Det betyder, at hvis en stjerne er komprimeret til en meget lille størrelse og danner et sort hul, vil ingen kræfter i universet kunne forhindre det totale kollaps af stjernen til et enkelt punkt i centret af det sorte hul. Alt kan falde ind i det sorte hul, men intet kan undslippe det. Selv nu, før diskussionen om de mulige meget interessante processer i omegnen af et sort hul, tror jeg, man vil være enig med mig i, at sorte huller er enestående fænomener.

På randen af et sort hul er der intet stof, kun tomt rum. Fysikere kalder dette tomme sted for "begivenhedshorizonten". Når det sorte hul en gang er dannet ved komprimering



Figur 2. Dette fotografi viser himlen som den ser ud i røntgen-frekvensområdet. Den klare kilde er Cygnus X-1, et potentielt sort hul. Billedet er taget af The High Energy Astrophysical Observatory 2, der er i omløb om jorden.

af masse til meget lille størrelse, består det af krumt rum og tid, tæt sammenslynget i hinandens struktur, hvilket man ikke kunne forestille sig før Einsteins teori. Forskning i sorte huller fører til en dybere forståelse af rum og tid - gældende for alle processer i universet.

Det har taget mere end et hundrede og halvtres år for astronomer at acceptere sorte huller som en seriøs forudsigelse af teorien. Indtil midt i tresserne anså mange astronomer universet for at være et pænt og velordnet sted, hvori de fleste fænomener var kendte og velforståede - sådan et sted var der ikke plads til noget så bizart som et sort hul. Denne holdning blev dog gjort til skamme midt i tresserne med opdagelsen af aktive galaksekerner og af kvasarer, som udsender stråling svarende til tusind milliarder stjerner fra et område på størrelse med solsystemet. I 1967 blev neutronstjerner opdaget. Disse usædvanlige stjerner er slutstadiet i udviklingen af en normal stjerne med moderat masse - ikke større end nogle få solmasser. Neutronstjerner er så sammenpressede af tyngdekraften, at de har en radius på kun ca. 10 km (solen har en radius på 700.000 km).

Teorien for stjerneudvikling viser sig at føre til den uundgåelige konklusion: Tunge stjerner med slut-masser større end tre gange solens masse må, når de afslutter deres liv, blive til sorte huller. En døende tung stjerne må føre til en stjerneverest, der er for tung til at kunne bære sin egen tyngde og derfor er dømt til sammenfald, til at trække sig sammen og danne et sort hul.

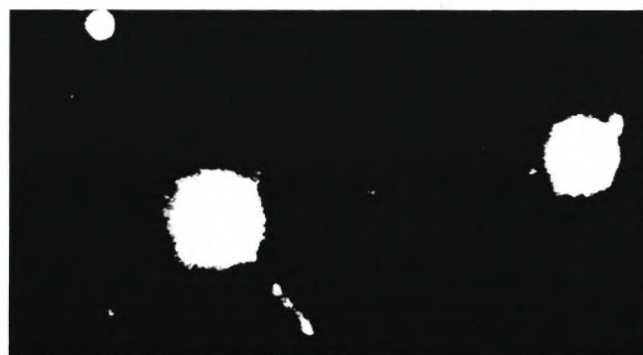
Symmetrien bag de sorte huller

Efter opdagelsen af neutronstjerner var det de sorte hullers tur til at blive opdaget. Men hvordan? For at kunne besvare dette spørgsmål, er det nødvendigt at kende egenskaberne af sorte huller. Tilfældigvis havde jeg min andel i det næste kapitel i historien om udforskningen af sorte huller.

Efter at have afsluttet mine videregående studier, kom jeg med i Professor Jakov Zel'dovichs gruppe på Institutet for Anvendt Matematik i Moskva. På det tidspunkt havde jeg allerede i flere år været optaget af problemet angående dannelsen af sorte huller i tilfælde af en sammentrækning af et ikke-symmetrisk legeme. Hvilken form ville et sort hul have i dette tilfælde? Hovedsagen er, at på det tidspunkt gav teorien kun en beskrivelse af dannelsen af et sort hul i tilfældet for sammentrækningen af en sfærisk symmetrisk stjerne. Einsteins teori er alt for kompliceret til en direkte beregning af processen for dannelsen af et sort hul i det generelle tilfælde med sammentrækningen af et asymmetrisk legeme.

Dette er et væsentligt problem idet naturen aldrig indeholder et fuldstændig sfærisk legeme. Hvad nu, hvis det sammenfaldende legeme er asymmetrisk? Vil der da opstå et sort hul som følge af sammentrækningen? Og hvis svaret er "ja", hvilken form vil dette sorte hul da få? Vi - Professor Zel'dovich, min ven og jævnaldrende Dr. Doroshkevich og jeg - startede på at løse dette problem. Som jeg har nævnt, var direkte beregninger umulige. Sådanne beregninger kræver supercomputere, der endnu ikke var konstruerede i begyndelsen af 1960'erne.

Heldigvis var jeg uddannet på det Matematiske Fakultet ved Moskvas Universitet, hvor et meget stærkt team af professorer underviste os i matematiske tricks, som kunne bruges til at løse meget komplicerede problemer. I dette specielle tilfælde benyttede jeg metoden "reductio ad absurdum". I stedet for at regne på sammentrækningsprocesserne og tidsvariationerne af tyngdefeltet, betragtede vi mulige slutstadier og demonstrerede, at de alle, med undtagelse af én, førte til absurditeter. Vi viste faktisk, at hvis formen af et sort hul var asymmetrisk, ville dets størrelse blive uendelig stor. Men dette er jo det rene sludder!



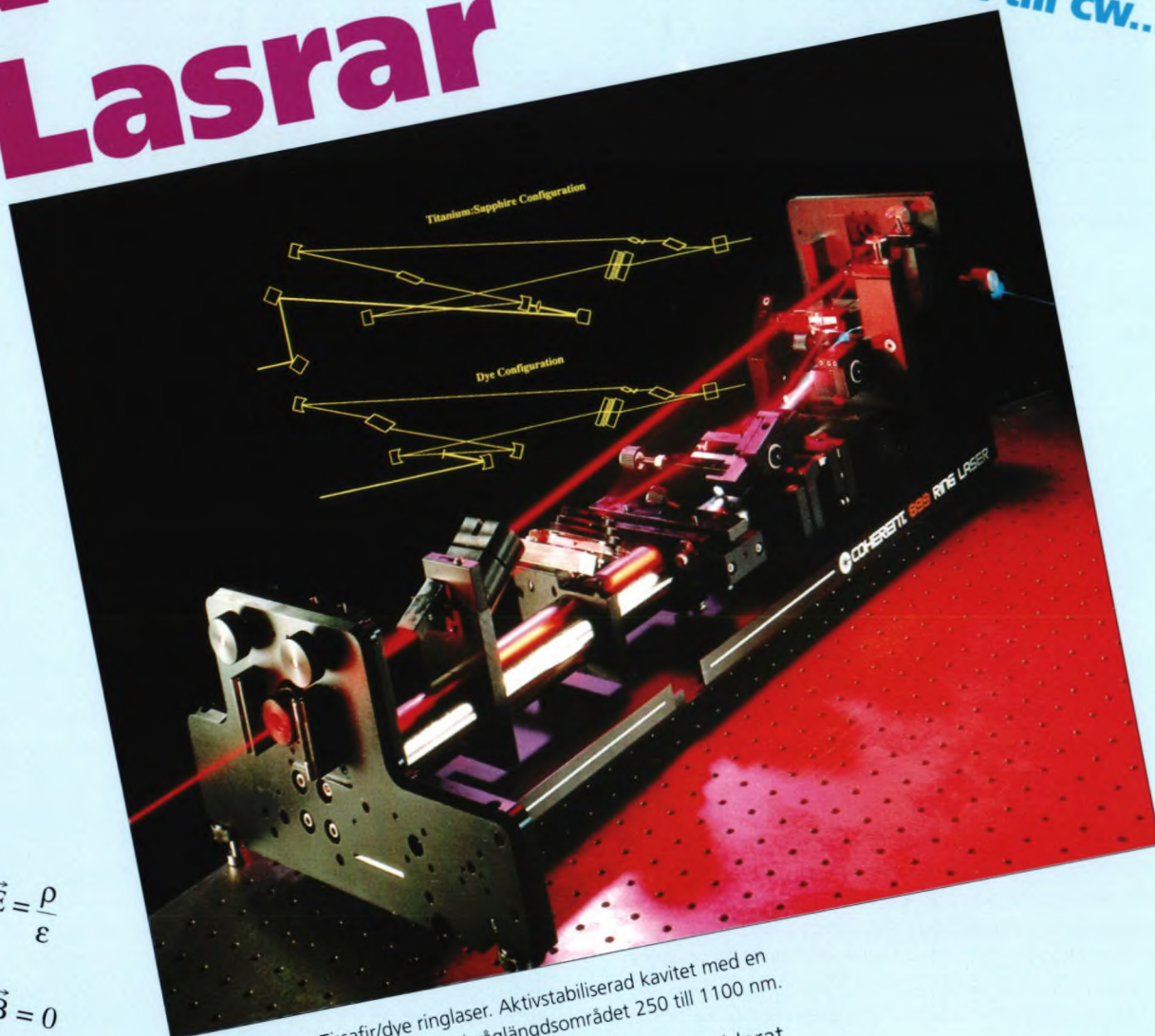
Figur 3. Kvasaren 3C 273, hvis afstand fra jorden er ca. to milliarder lysår. Bemærk den lysstærke jet, der udsendes fra kvasarens kerne.

Dette betyder at alle sorte huller må være symmetriske, altid sfæriske, eller hvis de roterer, rotationssymmetriske.

Vores arbejde var et interessant eksempel på, hvordan man kan drage rigtige konklusioner angående konsekvensen af et fænomen, som er alt for kompliceret til at kunne beregnes.

Vetenskapliga Lasrar

Från UV till IR,
från μW till TW,
från fsec till CW...



Coherents nya Ti:safir/dye ringlaser. Aktivstabiliserad kavitet med en linjebredd på mindre än 500 kHz i våglängdsområdet 250 till 1100 nm.

Under många år har vi på **SAVEN AB** haft ett etablerat samarbete med världens ledande tillverkare av optronik-produkter. Vår kompetens inom området har därför fått en bredd och ett djup som gett oss en unik position på den nordiska optronikmarknaden.

Vårt produktsortiment är uppdelat i tre grupper:
Lasrar från **Coherent, Lambda Physik** (ej Danmark),
Quantel, Schwartz Electro-Optics, Oxford Lasers m.fl.
Optiska mätinstrument från **Photo Research, Optronic-Laboratories, Acton Research, Coherent Components** m.fl.
Optiska komponenter från **Oriel, Photonetics, Canstar, ILC, Scientec, Newport** m.fl.



Saven AB
Box 504
183 25 Täby
Sverige
Telefon:
+46 8 630 93 00
Telefax:
+46 8 732 44 50

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Efter vores arbejde blev forskningen udviklet af andre specialister - Werner Israel, Brandon Carter, Stephen Hawking - og nu mener vi, at alle sorte huller er identiske. De afviger kun ved deres masser, og som et resultat af det, ved deres størrelser. Hvis et sort hul roterer, er der yderligere en parameter - vinkelhastigheden - men ingen andre detaljer.

Disse manglende ansigtstræk ved de sorte huller fik den amerikanske fysiker John Wheeler til at fremkomme med følgende aforisme: "Sorte huller har ikke hår". ("Black holes have no hair"). Så sorte huller er i en vis forstand meget enkle objekter. Ingen signaler kommer fra deres indre. De kan karakteriseres ved blot to parametre - masse og rotationshastighed. Alle andre legemer i universet er mere komplicerede. En stjerne f.eks. eller det menneskelige legeme består af mange milliarder partikler og kan ikke beskrives ved blot to størrelser, som et sort hul kan.

Denne bemærkelsesværdige enkelhed ved sorte huller fik engang den amerikanske fysiker Kip Thorne til at udtale følgende bemærkning: "Det ville svare til at kunne slutte sig til samtlige egenskaber ved en kvinde blot man kendte to parametre: Hendes vægt og hendes hårfarve".

Observationer af et sort hul

Lad os nu vende os mod de astronomiske observationer. Hvordan kan sorte huller påvises, når de hverken udsender eller reflekterer lys? Bemærk, at sorte huller er ekstremt små på en astronomisk skala - kun et par kilometer i de tilfælde, hvor sorte huller er dannet fra stjerner.

De første forsøg på at finde sorte huller, der blev foretaget af astronomer i 1960'erne, var ikke succesrige, og dette er ikke særlig overraskende. De mindede i høj grad om diskussionen mellem Kongen og Alice i Lewis Carrolls eventyr: Kongen spørger Alice om hun kan se nogen på vejen.

"Nej, jeg ser ingen på vejen", sagde Alice.

"Ak, hvor ville jeg ønske, at jeg havde sådan nogle øjne!", sagde Kongen irriteret. "Tænk, at kunne se *ingen*! Og så oven i købet på så lang afstand!".

Mon der findes betingelser i universet, under hvilke et usynligt sort hul bliver synligt? Ja, sådanne betingelser er mulige. De opstår f.eks. hvis det sorte hul er i et tæt dobbeltstjernesystem, i hvilket den anden komponent er en normal kæmpestjerne. I dette tilfælde vil der være en kraftig strøm af gas fra yderlaget af den normale stjerne over på det sorte huls tyngdefelt. Gassen i sådan et dobbeltstjernesystem kan ikke blot falde lige ned på det sorte hul. Rotationsbevægelsen får det til at danne en tilvækstskive omkring det sorte hul. Friktion mellem gaslagene opvarmer gassen til 10^7 Kelvin (selv før den synker ned i det sorte hul). En gas der er opvarmet til denne temperatur udsender røntgenstråling.

Vi konkluderer, at sorte huller skal søges blandt tætte dobbeltstjerner ligesom neutronstjerner. Denne forudsigelse blev foretaget af Hayakawa, Matsouka, Prof. Zel'dovich og mig selv midt i 1960'erne, kort efter at de første røntgen-

kilder var opdaget, og den blev yderligere udviklet af Shklovsky, Cameron, Mok og andre.

For at lede efter røntgenkilder på himlen, er det nødvendigt med røntgenteleskoper uden for atmosfæren. Sådan et teleskop installeret på UHURU satellitten opdagede et antal røntgenkilder i dobbeltstjernesystemer i 1972.

Hermed begyndte en ny æra for røntgenastronomien. Kun et stærkt tyngdefelt fra et meget kompakt objekt kan bevæge en gas med anselig hastighed og opvarme den til 10^7 Kelvin. Et kompakt objekt kunne være enten en neutronstjerne eller et sort hul. Men man må huske på, at massen af en neutronstjerne ikke kan være større end tre gange solens masse. En analyse fastslog, at mindst en af de identificerede dobbeltstjerner røntgenkomponent havde en masse, der var væsentligt over denne kritiske masse. Denne kilde ligger i stjernebilledet Cygnus og er nu kendt som Cygnus X-1.

Den normale synlige stjerne i dette dobbeltstjernesystem er en tung stjerne på omkring 30 gange solens masse. Den er kendt som HD 226868. Massen af dens ledsager, hvis omegn udsender røntgenstråling, er omkring 10 gange solens masse. Det er betydeligt mere end den kritiske masse. Tilvækstskiven omkring det sorte hul har en diameter på ca. $4 \cdot 10^6$ km. I de inderste 200 km over det sorte hul er der ekstremt varmt, og det er herfra der udsendes røntgenstråling. Teorien om tilvækstskiven blev udviklet af Shalura og Sunyaev, og videreudviklet i flere detaljer af Thorne og jeg selv, Lynden-Bell, Rees, Abramowicz, og mange, mange andre. Man kan derfor sige med en vis sikkerhed, at opdagelsen af det allerførste sorte hul i universet er sket, og at dette sorte hul befinder sig i det system, der indeholder Cygnus X-1 kilden.



Figur 4. Galaksen Messier 87, der har en aktiv kerne. Fotometri af det centrale område sammen med målinger af stjernernes hastighedsdispersion tyder på, at der er en central masse på flere tusind millioner gange solens masse.

To til tre kilder magen til Cygnus X-1 er blevet opdaget i de seneste år; de er alle kandidater til familien af sorte huller.

Kvasarer indeholder kæpemæssige sorte huller

Indtil videre har vi diskuteret dannelsen af sorte huller fra objekter, der oprindeligt var stjerner. Astronomer har god grund til at tro, at andre sorte huller, med en helt anderledes dannelseshistorie, også eksisterer.

Som jeg har nævnt tidligere, blev de meget usædvanlige stjernelignende objekter - kvasarer - opdaget i begyndelsen af 1960'erne. De er fantastisk kraftige energikilder. Deres lysstyrker overstiger sommetider hundrede store galakser. Det blev hurtigt fastslået, at deres centrale drivkraft måtte være et meget kompakt objekt ikke meget større end vores solsystem.

På trods af den forholdsvis lille lineære udstrækning af kvasarerne, viste deres masser sig at være uhyre store - af størrelsesorden millioner gange solens masse. Store masser og små størrelser fører til tilstedeværelsen af et meget intenst tyngdefelt, og mistanken faldt på sorte huller.

Så tidligt som i 1964 foreslog Jakov Zel'dovich, jeg selv og den amerikanske astronom E. Salpeter, at centret i kvasarer kunne bestå af et supertungt sort hul, som kunne forklare alle de ekstraordinære egenskaber ved disse objekter.

I dag tror de fleste specialister, at drivkraften i en kvasar består af et kæpemæssigt sort hul med en masse svarende til millioner gange solens masse. Diameteren af et sådant sort hul er en milliard kilometer. Det er blevet klart over de sidste ti år, at kvasarer er enormt aktive, strålende kerner af store galakser. Ganske ofte afsløres en intensiv gasstrøm i og fra dem.

Det blev også opdaget, at kernen i mange galakser minder om "baby kvasarer", som nogle gange udviser voldsom aktivitet (udsendelse af gas, variation i lysstyrken, etc.), som dog er mindre kraftig end rigtige kvasarers. Vi kalder dem aktive galaksekerner. Der er noget, der tyder på en vis lighed mellem de processer, der foregår i kvasarer og dem der foregår i ganske almindelige galakser som vores egen.

Indfaldet af gas mod et supertungt sort hul må være ledsaget af lignende fænomener som for indfald af gas mod et sort hul, der er opstået ved sammenfald af en stjerne. Imidlertid må disse processer dog, alt andet lige, være langt kraftigere. Desuden må centrum af kvasarerne være områder, hvor elektrisk ladede partikler bliver accelereret af oscillerende magnetiske felter båret mod det sorte hul af den indfaldende gas.

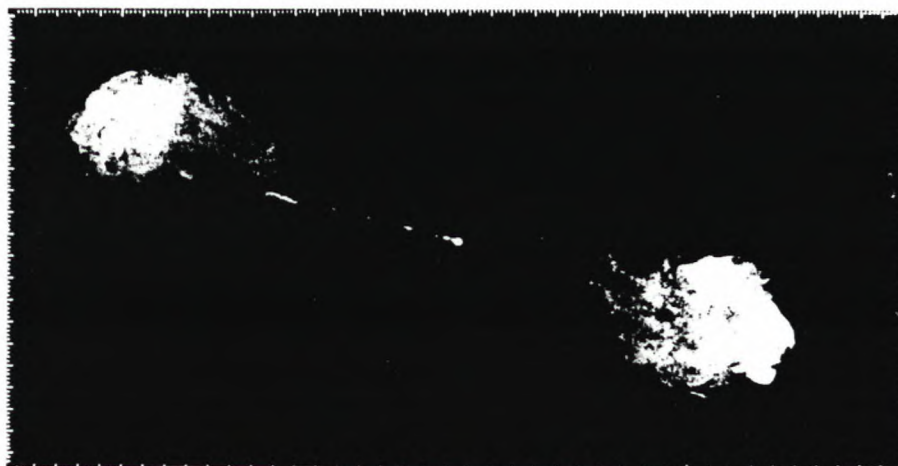
Under disse betingelser kan et roterende sort hul fungere som en kæmpe stor dynamo. De amerikanske fysikere Blandford og Znajek viste i 1970'erne, at hvis et roterende sort hul befinder sig i et ydre magnetfelt, vil et kraftigt elektrisk felt blive genereret i området. Hvordan er dette muligt? Som læseren sikkert husker, er det magnetiske felt her båret af den interstellare gas, som falder mod det sorte hul. Dynamoen vil producere strøm lige så snart et ydre elektrisk kredsløb er opstået. Således kan ladede partikler genereret omkring et sort hul, som følge af vekselvirkningen mellem strålingen og de tilstedeværende partikler, resultere i et sådant ydre kredsløb.

Alt i alt vil disse processer resultere i dannelsen af en kvasar og i aktiviteten i en galaksekjerne.

Ovenstående eksempel med et roterende sort hul, der virker som en kæmpe stor dynamo, er meget typisk.

Planlagte observationer

For en fjern iagttagelse vil et sort hul se ud, som om det har en overflade med en vis elektrisk ledningsevne og visse mekaniske egenskaber. Men selvfølgelig eksisterer sådan en overflade ikke! En iagttagelse kunne overbevise sig om dette ved at starte en rejse ind i hullet. Ikke desto mindre er forestillingen om en tilsyneladende overflade meget praktisk i nogle tilfælde, ligesom det kan være praktisk i astronomien at forestille sig, at himlens objekter bevæger sig på inder siden af en himmelkugle. Der findes ikke sådan en himmelkugle, men forestillingen om den gør både planlægning af



Figur 5. Et billede, i radiofrekvensområdet, af kæmperadiogalaksen - Cygnus A. Denne kraftige radiokilde har store jets, som svarer til udsendelse af gas langs symmetriaksen af et supertungt roterende sort hul omgivet af en tyk tilvækstskive.

observationer og beregningen af koordinater for himmelobjekterne nemmere.

Denne forestilling om en imaginær overflade af et sort hul - dens "membran" - blev introduceret første gang i astrofysikken af Kip Thorne og hans medarbejdere. De viste at inden for rammerne af membranteorien blev kompliceret matematik ofte enklere.

Men lad os vende tilbage til de astrofysiske aspekter. Det er højst sandsynligt at supertunge sorte huller eksisterer. Den franske forfatter Jules Renard sagde engang: "En forsker er en person, som er næsten sikker på noget." Men som astronomien er, vil jeg undgå sådan en konklusion og opsummere diskussionen med én sætning: Kun yderligere observationer kan afklare situationen.

Københavns Universitets Astronomiske Observatorium planlægger at udføre denne slags observationer. Stjerner, der passerer tæt forbi et sort hul, vil blive splittet ad på grund af de kraftige tidevandseffekter i tyngdefeltet, og resultere i pludselige og kortvarige udbrud. Dette er vigtigt mht. en observationel afsløring af et sort hul, idet det vil give nogle karakteristiske observerbare signaler. Det danske 1,5 meter teleskop på La Silla i Chile og det nordiske 2,5 meter teleskop på den canariske ø La Palma vil blive benyttet til dette.

Dansk oversættelse og bearbejdning af Anja Andersen

Referencer

- 1) I.D. Novikov: *Black holes and the universe*, Cambridge University Press 1990.
- 2) J. Barrow og J. Silk: *The left hand of creation: the origin and evolution of the expanding universe*, Basic Books, Heinemann, London, 1983.
- 3) S.W. Hawking: *Hawkings Univers - De nyeste teorier om tiden og rummet*, Gyldendalske Boghandel 1988.
- 4) J. Silk: *The Big Bang*, W.H. Freeman, San Francisco, 1980.
- 5) L. Carroll: *Alice i Eventyr Land og Bag Spejlet*, Gyldendalske Boghandel, Nordisk Forlag A/S 1977.



Igor Novikov er professor ved Københavns Universitets Astronomiske Observatorium. Han har ydet betydelige bidrag til vor viden om sorte huller og deres observationelle manifestation, samt til vor forståelse af det tidlige varme univers. Han arbejder nu med problemstillinger omkring tidevandskræfter i stjerner under gravitationel vekselvirkning med et sort hul, samt med oprindelsen af storskala strukturerne i universet.

Denne artikel er baseret på hans tiltrædelsesforelæsning "Black holes in the Universe".

Edwards High Vacuum Turbomolekularpumper

★ 4 basistyper	★ Ny EXT E økonomiversion
★ High Power DC-motor	★ 17 modeller
★ 40 flangevarianter	★ Lavt støj- og vibrationsniveau



EDWARDS

Edwards High Vacuum er en af verdens førende producenter af vakuumpumper og -udstyr. Den nye EXT E version gør det nu muligt at anskaffe en Turbomolekular Vakuumpumpe til en fornuftig pris. Kan køles enten med luft eller vand, og kan styres af den normale EXC350 og EXC500 Turbo-kontroller. Edwards High Vacuum er også Dry Pumps, Diff. Pumps, Vakuum måleinstrumenter, Frysetørningsanlæg og På-dampningsanlæg.

Ring for yderligere oplysninger!

Marielundvej 36
2730 Herlev
42 91 75 11

Buch & Holm A/S

Fysikevaluering - og hvad så?

Bertel Haarder, Undervisnings- og forskningsminister

Et brugbart mål for kvaliteten i de videregående uddannelser og forskningen er, om vi kan sammenligne os med udlandet? Kan vi nu også leve op til internationale standarder?

I ministeriet lægger vi stor vægt på det internationale aspekt og på internationaliseringen som en integreret kvalitetsmåling af de videregående uddannelser.

Derfor glæder det mig meget at erfare, at et internationalt evalueringspanel har vurderet, at niveauet i den danske fysikforskning som helhed er af international kvalitet og dermed konkurrencedygtigt!

Når spørgsmålet er om ressourcer, er der for mig ikke nogen nødvendig sammenhæng mellem bevillinger og kvalitet. Vi får hverken øget kandidat- eller Ph.D.-produktion ved blot at give flere ressourcer, f.eks. til fysik ved Københavns Universitet.

Det er kun ved at ændre medarbejdernes holdning til anvendelsen af de tildelte ressourcer, at der findes en vej frem. Institutionerne må sikre og højne kvaliteten af uddannelserne via fleksible normer for undervisning, forskning og administration.

En systematisk uddannelsesevaluering er en forudsætning for at sikre kvalitet og højt fagligt niveau. Ministeriet har derfor taget initiativ til at oprette et selvstændigt evalueringscenter, der blandt andet skal styrke den kvalitative udvikling af de videregående uddannelser og opsamle national og international erfaring med uddannelsesevaluering.

Hidtil har Forskningsafdelingen og Uddannelsesrådenes Formandskab forestået evalueringer af udvalgte uddannelser, eksempelvis evalueringer af udvalgte uddannelser, eksempelvis evalueringen af de danske kemiuddannelser. Fremover overlades den systematiske uddannelsesevaluering til evalueringscentret.

Fysikudredningen har vurderet, at den danske struktur - med hovedparten af fysikforskningen på universiteterne og mindre på de rene forskningsinstitutioner - er særdeles velegnet for et lille land. Det er godt. Udredningens internationale evalueringspaneler finder, at niveauet i fysikforskningen som helhed er af international kvalitet. Det er også godt.

Problematisk er det derimod at $\frac{2}{3}$ af de fastansatte fysikere ved universiteterne er fyldt 50 år, at Danmark i de sidste 10 år kun har uddannet omkring halvt så mange kandidater i fysik som andre vestlige lande, og at de strukturelle rammer er uhensigtsmæssige for flere af institutionerne.

Fysikudredningen har været til høring. De hørte betegner den generelt som god, grundig og meget nyttig. Ingen imødegår de hovedproblemer, jeg har nævnt. Så, hvad nu? Redaktøren af KVANT har i dette års første nummer så malende beskrevet, at der måske slet ikke sker noget som helst, når pressekonferencen er overstået, og ministeriet har

fået arkiveret sagen. Men han har samtidig meget rigtigt understreget at problemet ikke løses ved et diktat ovenfra.

Mange må tage et medansvar for at få rettet op på de uheldige sider, uden at vi samtidig sætter de gode over styr. Det kræver engagement, og at mange lægger forslag frem og diskuterer problemerne.

Hvordan kan der konkret tages fat på at få løst de tre nævnte hovedproblemer? Jeg mener at de politiske aftaler - der netop er indgået om henholdsvis styringen af de højere uddannelsesinstitutioner, flerårsaftalen om de videregående uddannelser og forskeruddannelsesreformen - giver institutionerne gode muligheder for at tage hul på problemerne.

Efter flerårsaftalen får institutionerne uændrede bevillinger som en samlet blokbevilling og prioriterer selv internt både på hovedområder og formål. Den skæve aldersprofil kan institutionerne derfor bedre gøre noget ved nu. Muligvis skal vi også arbejde på at få indført særlige aftrædelsesordninger for at give luft i systemet.

Universiteterne har forlængst søgt at løse problemet med den lave kandidatproduktion ved at etablere mere intensiv undervisning for at øge gennemførelsen. Jeg har forstået på høringssvarene, at universiteterne anser det for muligt at nå det mål, som styregruppen for fysikudredningen har sat, nemlig en fordobling af kandidatproduktionen. Flerårsaftalens beslutning om at indføre 1. årsprøver i uddannelser, hvor de ikke allerede findes, kan måske også hjælpe på gennemførelsesprocenten.

Fysikudredningen har især påvist uhensigtsmæssige strukturelle og styrelsesmæssige rammer for Københavns Universitet og Danmarks Tekniske Højskole - og foreslået at sammenlægge institutter på de respektive uddannelsessteder. Begge er positivt indstillet over for dette og i fuld gang med at føre sammenlægninger ud i livet, herunder samle fysik og astronomi ved Københavns Universitet til et nyt, stort Niels Bohr Institut. Og den politiske aftale om styrelsen af de højere uddannelsesinstitutioner åbner mulighed for mere tidssvarende forskningsledelse.

Jeg håber at alle gode kræfter vil blive lagt i sagen.

København, juli 1992

Med venlig hilsen



Bertel Haarder

Fysikundervisningen i den højere skole omkring år 1800

Børge Riis Larsen

De nye reformer i gymnasiet og i HF har styrket de naturvidenskabelige fag. Efter at *naturfag* blev indført på den sproglige linie, kan ingen elev nu forlade gymnasiet uden at have fået en elementær undervisning i fysik og kemi. I HF har vi netop fået et *fysik/kemi-fællesfag*, som dog paradoksalt nok er et *tilvalgsfag*. Men dette betyder, at mange med HF-uddannelsen for fremtiden også vil forlade skolesystemet med nogle kundskaber i fysik og kemi.

Fysik- og kemiundervisningens historie i den højere skole er et interessant stykke pædagogikshistorie, som kun få har beskæftiget sig med¹. I det følgende skal jeg fortælle lidt herom i årene omkring år 1800.

Før 1739 var det yderst begrænset, hvor meget der blev undervist i naturvidenskaberne i *den lærde skole* eller *latinskolen* - forløberen for vor tids gymnasieskole. Vi har enkelte efterretninger om, at eleverne nogle steder blev undervist lidt i at beregne datoerne for de kirkelige højtider. Vi ved, at nogle skolers biblioteker havde enkelte astronomi- og fysikbøger stående; enkelte skoler ejede sågar et astronomisk instrument, og nogle skolelærere skrev lærebøger i fysik og kemi. Men når skolerne kaldtes *latinske*, var det ikke uden grund. Det altdominerende hovedfag var *latin*.

Men fra 1739 blev fysik ét af de fag, eleverne skulle eksamineres i til studentereksamen - *examen artium*. Det foregik helt op til midten af 1800-tallet på den måde, at eleverne blev *forberedt* på skolerne. Når de besad en vis modenhed og havde opnået visse kundskaber, blev de af skolens rektor udstyret med en anbefaling - et *testimonium* - som de rejste til Universitetet med. Her blev de så eksamineret af Universitetets lærere. Når fysik fra 1739 blev ét af eksamensfagene, kan man næppe forestille sig andet, end at der også er blevet undervist heri i skolerne. Det har vi også mange vidnesbyrd om, at der blev. Ofte - mildt sagt - uden den store lyst hos latinskolelærerne.

I 1775 ophørte fysik imidlertid med at være eksamensfag ved examen artium, og det betød naturligvis, at det forsvandt som undervisningsfag i skolen. Roskilde Katedralskoles rektor - H. K. Saxtorph - fortsatte dog med at undervise lidt heri i årene herefter, men det foregik udenfor den almindelige skoletid, og undervisningen var ikke obligatorisk for eleverne. Fysik blev nu et fag, eleverne stiftede bekendskab med senere i uddannelsen, idet de undervistes heri *efter* examen artium. Ved den efterfølgende eksamen - *anden examen* eller *examen philosophicum*, som blev taget mindre end 1 år efter examen artium (der jo var den *første* universitetseksamen), var fysik blandt prøvefagene. Dengang var det almindeligt, at eleverne fortsatte med universitetsstudierne efter latinskolen, så det, at fysik forsvandt fra latinskolen, betød blot, at faget optrådte lidt senere i uddannelsesforløbet.

Efter 1775 var der blandt mange en stor utilfredshed med, at fysik forsvandt fra den elementære skoleundervisning. Det er på sin vis også mærkeligt al den stund, at omkring dette år var det, at *Oplysningstiden*, med dens interesse for "Almenvel, Agerdyrkning, Industri og som Følge deraf for Naturvidenskaberne" for alvor vandt fodfæste herhjemme. Der er da også flere tegn på, at det var den almindelige opfattelse, at den efterfølgende reform ville genindføre faget i skolen. Flere ting tyder herpå: Der blev i slutningen af århundredet iværksat forsøg ved 3 skoler - katedralskolerne i Kristiania og Odense samt Frue Skole i København² - og inspireret heraf ved flere andre skoler. En del af forsøget bestod i, at fysik igen kom på fagplanen. Og da *Det pædagogiske Seminarium* i København startede sin virksomhed ved århundredeskiftet, var der heri en klasse for kommende undervisere i matematik og fysik; og det var netop meningen, at dimittender fra dette seminarium skulle undervise i den lærde skole.

Men lad os se på, hvad det var for skoler, der nu fik fysikundervisning. Hvad læste man? Hvem underviste? Hvilken stilling havde eksperimentet? etc.

I København hed fysikunderviseren H. C. Linderup (1761-1809), og hans fysikundervisning fandt sted i årene 1797-1807, hvor han blev afskediget, idet han som skolens forretningsfører havde begået underslæb. Denne begavede person, som også forfattede og oversatte lærebøger i matematik og fysik, var i årene 1801-03 tillige lærer ved Det pædagogiske Seminarium. Af uddannelse var han cand. philol., dvs. han havde erhvervet *store philologikum* - den store filologiske eksamen. Ved hans fratræden blev fysikundervisningen overtaget af hans elev fra seminariet Jens Jacob Krum (1780-1847). Han havde en overgang vikarieret for H. C. Ørsted på Københavns Universitet og blev senere udnævnt til professor i fysik og kemi ved det nyoprettede universitet i Kristiania (i Norge). Her antog han moderens efternavn *Keyser*.

På katedralskolen i Odense var der en overgang ansat hele 2 fysikundervisere. Carl Ferdinand Degen (1766-1825) havde studeret jura og teologi og var kyndig ikke blot i (naturligvis) latin, græsk og hebraisk, men også i "de mere kendte germanske og romerske sprog" samt polsk og russisk. Han var overlærer i Odense i årene 1802-06 og blev siden rektor i Viborg og professor i matematik ved Københavns Universitet. Hans Outzen Biørn (1777-1843), der ligesom Krum havde studeret i den matematisk-fysiske klasse på Det pædagogiske Seminarium, blev adjunkt i Odense i 1802 og efterfulgte Degen som overlærer i 1806. Som sådan fungerede han, indtil han i 1817 blev udnævnt til rektor i Nyborg.

Fysiktimerne ved Kristiania Katedralskole blev i første omgang varetaget af Søren Rasmussen (1768-1850); og da han i 1813 blev udnævnt til professor i matematik ved byens nyoprettede universitet, blev denne undervisning overtaget af Martin Richard Flor (1772-1820). Flor, som var dimitteret fra Odense Katedralskole, havde studeret naturvidenskab ved Københavns Universitet og blev ansat i Kristiania i 1800. Han synes at have haft sin hovedinteresse inden for faget naturhistorie. I hvert fald Søren Rasmussen synes at have været en meget dygtig og inspirerende lærer i fysik. Hans elev Christopher Hansteen har fortalt, at han efter 2 års undervisning ved skolen (1800-02) havde lært så meget af naturvidenskaberne, som han senere skulle bruge "til den filosofiske Examen i København". Professorerne Wolf og Ørsted i København skulle til en kandidat fra Norge have udtalt: "Ja, naar De er fra Christiania Skole, kan De vist allerede mere end her læres til Anden-Examen"³.

Men også ved et par andre skoler kom der gang i fysikundervisningen inspireret af forsøgsundervisningen ved de 3 skoler. På Herlufsholm



Figur 1. Carl Ferdinand Degen dimitteredes fra Helsingør i 1783. Modtog Universitetets guldmedalje i såvel teologi som matematik i 1792. Han var født i Braunschweig og kom til København i 1771, da hans far ansattes som violoncellist i Det kgl. Kapel. Degen var særdeles sprogkyndig og nærmest en polyhistor. I 1798 blev han dr. phil. på en filosofisk afhandling. Han har været matematiklærer for prins Christian (VIII); blev senere overlærer i Odense, rektor i Viborg og professor i matematik i København.

fungerede *Hans Bøchman Melchior* (1773-1831) som underviser bl. a. i dette fag. Han ansattes ved skolen i 1797, og 2 år senere underviste han så i fysik. Denne undervisning fortsatte han til sin død, hvorefter den blev overtaget af andre. Som fysiker synes han at have været autodidakt. Ved sin ansættelse på skolen havde han efter 7 års universitetsstudier ingen eksamen, men forsvarede i 1801 en (på latin affattet) disputats omhandlende et pædagogisk emne.

I 1806 blev *Jørgen Frederik Lund* (1782-1854) ansat ved Nykøbing Katedralskole. Han havde ligesom Krum og Biørn studeret ved Det pædagogiske Seminarium og underviste ved skolen bl. a. i fysik. Denne undervisning havde dog kort levetid, idet den allerede forsvandt med udgangen af skoleåret 1808/09.

Der er bevaret en række indberetninger fra lærerne, som gør det muligt for os at følge undervisningen i fysik i perioder. Der undervistes i mekanisk fysik, elektricitets- og magnetismelære, lyd, lys, gasser, hydrostatik og også lidt i kemi. D. 9/10 1808 skrev *Krum* således, at han i 2. klasse i "afvigte Skoleaar" havde "forklaret": "Læren om Luften og Gasarterne, om Lyden, Electriciteten, Galvanismen og Magnetismen". I 3. klasse: "Læren om Varmestoffen, Mechanik, Hydrostatik, om den atmosfæriske Luft, samt Electriciteten". Skoleforløbet var 8-årigt, og eleverne gik 2 år i hver klasse. De havde åbenbart her kun fysik i 2 af klasserne - dvs. i 4 år.

I Odense underviste *Degen* stort set i de samme emner, som der blev undervist i i København. Lad os se på, hvad han skrev om sin kemiundervisning i 3. klasse i perioden august til oktober 1803. Her havde han "forklaret den atmosfæriske Luft, den inflammable, den dephlogisticere-



Figur 2. Jørgen Frederik Lund blev i 1795 elev i Frue Skole og tog 6 år senere examen artium (som få år omkring dette tidspunkt toges på skolen!). Efter at have bestået examen philosophicum studerede han på Det pædagogiske Seminarium i den matematisk-fysiske klasse. Efter kort tid som embedsmand blev han i 1806 ansat ved Nykøbing Katedralskole, hvor han også tog sig af fysiktimerne i de år, der undervistes i faget på skolen. I årene 1819-46 var han overlærer ved Metropolitanskolen, hvor hans undervisningsfag var matematik, regning og kalligrafi. Tegningen er udført af *Anton Dorph* i 1845, da kunstneren var elev i 3. (næstøverste) klasse.

de, den Flusspathsure, den hepatiske og den alkalinske Lufts fornemste Egenskaber og Virkninger, og øvet Disciplene i at oversætte den ældre Chemies Therminologie i den nyere og v. v.". Oversat til nu-kemisk betyder det, at han foruden den atmosfæriske luft havde behandlet hydrogen, oxygen, hydrogenfluorid, dihydrogensulfid og ammoniak. Og vi bemærker, at Lavoisiers lære i 1803 var trængt så meget igennem i latinskoleundervisningen, at eleverne blev undervist i at oversætte den phlogistiske læres terminologi til den nyere og omvendt.

En af Melchiors elever på Herlufsholm - F. C. Krebs - blev dimitteret fra skolen i 1834 og havde haft Melchior som lærer i 5 år. Han har skrevet en lille artikel om ham, hvori han fortæller, at fysikundervisningen ikke blot omfattede "Statik og Mekanik", men også lys- og lydlære, elektricitetslære og lidt kemi. Som lærebog anvendte man Jacob Saxtorphs bog fra 1799 *Forsøg til en Lærebog i Naturlæren ved den første systematiske Underviisning i Skolerne*, og Krebs skriver, at eleverne næppe vidste, hvad der stod deri, idet Mechior nemlig havde ladet elevernes bøger gennemtrække med hvide sider, på hvilke eleverne noterede lærerens kommentarer til de forsøg, der udgjorde undervisningens centrale del. Odense Universitetsbibliotek opbevarer et eksemplar af en sådan bog, og det er ved

studiet heraf muligt at få et levende indtryk af Melchiors undervisning ved 1800-tallets begyndelse.

Hvordan undervisningen reelt fandt sted omkring 1800, kan vi kun gisne om. *Eleveksexperimenter*, som vi kender dem fra vort eget århundrede, var i hvert fald et ukendt fænomen. Derimod har eleverne nok undertiden set *demonstrationsforsøg*. Flere skoler havde faktisk samlinger af instrumenter og apparater, som vi ved er blevet brugt i undervisningen. Den mest fremtrædende underviser på dette felt var netop omtalte Hans Bøchman Melchior. Vi har flere af hans elevers vidnesbyrd om, at de næppe vidste, hvad der stod i lærebogen, men at hans eksperimentelle læremetode var så grundig, at eleverne ikke behøvede at forberede sig til H. C. Ørstedes eksamination i fysik til anden examen på Universitetet flere år senere.

Vi ved også, at flere skoler havde samlinger af kemikalier; og eleverne har nok fået disse *forevist*. Derimod har de næppe set dem *reagere*. Der synes ikke at eksistere beretninger om et egentligt kemikalieforbrug på skolerne på denne tid.

Jeg har nævnt, at fysikundervisningen ved Nykøbing Katedralskole forsvandt ved udgangen af skoleåret 1808/09. Dette var ingen tilfældighed. I 1809 kom den længe ventede reform for latinskolerne; og det blev heri bl. a. slået fast, at det var op til den enkelte skole at bestemme, om der skulle undervises i naturvidenskaberne. Københavns Katedralskole indstillede denne undervisning ved udgangen af skoleåret 1810/11; men såvel Odense Katedralskole som Herlufsholm lærde Skole fortsatte dog med at give eleverne nogen undervisning i fysik. I Odense fortsatte Biørn med at undervise heri indtil sin rektorudnævnelse; og efter at én af skolens andre lærere - August Kreidal - havde været på gæstespil i faget i et enkelt skoleår, blev denne undervisning overtaget af Jacob Saxtorph, som i 1818 var blevet skolens rektor. Han fortsatte med faget helt op i 1830'erne. På Herlufsholm lærde Skole overtog F. C. Kabel fysiktimerne efter Melchiors død i 1831. Han var én af de først uddannede kandidater fra den i 1829 oprettede *Polytekniske Lærestanstalt*. Han fungerede kun ved skolen i en kortere periode, og efter ham blev fysiktimerne overtaget af andre. Bortset fra et par år i slutningen af 1840'erne har der været undervist i fysik på denne skole fra Melchiors tid indtil vore dage⁴.

Omkring 1830 blussede diskussionen om latinskolens fagplan op med fornyet kraft. Et af spørgsmålene var, om naturvidenskaberne skulle medtages herpå. I midten af 1840'erne blev der iværksat forsøg ved 3 skoler (Metropolitanskolen, Odense Katedralskole og Kolding lærde Skole). En del af forsøget var, at fysik igen skulle på fagplanen. I 1850 fik vi så Madvigs forordning. Skoleforløbet forblev 8-årigt og kom til at bestå af 6 klasser af ét års varighed efterfulgt af en 2-årig 7. klasse. Og det var i denne øverste klasse, at der blev undervist i fysik. Samtlige elever gennemgik samme kursus. Men ved forordningen af 1871 blev de 2 nederste klasser skåret væk. Skolens 4 første klasser var nu fælles, men i de 2 sidste var det muligt at vælge mellem en *sproglig-historisk* og en *matematisk-naturvidenskabelig* retning. Naturlære var fag på begge, men i for-

skelligt omfang. Den sidste retning havde i øvrigt store startvanskeligheder. Kun 4 skoler i hele landet tilbød den fra starten.

Fra 1903 blev gymnasiet 3-årigt. Eleverne kunne nu vælge mellem 3 retninger: de 2 foregående plus en *nysproglig*. Kun på den matematisk-naturvidenskabelige var naturlære fag. Af de 6 timer/uge, som faget fik, skulle de 2 anvendes til *kemi*, som derved blev et selvstændigt fag i gymnasiet. Naturvidenskaben på de sproglige linier indskrænkede sig til lidt undervisning i astronomi. Først i midten af 1930'erne kom der lidt kemi og fysik tilbage på de sproglige linier. Disse discipliner fik i alt 2 timer/uge i 1. g; og efter 2. g blev der afholdt eksamen i *Geografi med Kemi og Fysik*. I 1960'erne forsvandt kemien og fysikken fra den sproglige del af gymnasiet for først at vende tilbage med det obligatoriske *naturfag* fra august 1988.

Noter:

- 1) Se f. eks. kap. 2 i min: *Naturvidenskab og dannelse - Studier i fysik- og kemiundervisningens historie i den højere skole indtil midten af 1800-tallet* (1991). Det meste af denne artikel bygger i øvrigt på denne bog.
- 2) Den senere *Metropolitanskole* hed i årene 1801-17 *Københavns Katedralskole*. Tidligere hed den *Vor Frue Skole*.
- 3) Kristiania Katedralskoles historie er behandlet af E. Aas i *Kristiania Katedralskole i det nittende århundrede*. Oslo (1935) og af E. Høigård i *Oslo Katedralskoles Historie*. Oslo (1942). J. A. Wolf (1749-1819) var professor i matematik ved Københavns Universitet.
- 4) Jeg har i artiklen ikke omtalt *Haderslev Latinskole* og *Sorø Akademi*. Begge skoler falder lidt udenfor de skoler, der er behandlet. Haderslev Latinskole fungerede helt op til 1847 som en tysk latinskole med en anden fagsammensætning end de (øvrige) danske. Skolens rektor i årene 1809-48 C. A. Brauneiser (1777-1856) underviste blandt mange andre fag også lidt i *Naturlehre/Physik* helt op i 1840'erne. Fysikundervisningen på Sorø Akademi foregik i 1800-tallets begyndelse på den *akademiske lærestanstalt*, som var en overbygning på skolen. For de elever, der dimitteredes fra skolen, afholdtes der her årligt en examen artium af samme form som ved Københavns Universitet, og studerende herfra kunne derefter nyde de akademiske forelæsninger sammesteds. Et fuldstændigt kursus varede her 1 1/2 år og afsluttedes med en examen philosophicum, som var ækvivalent med den tilsvarende eksamen fra Universitetet.



Børge Riis Larsen er cand. scient. i kemi og fysik (KU-1972), exam. art. i pædagogik (KU-1983) og Ph. D. (DLH-1990). Medlem af bestyrelsen for *Dansk Selskab for historisk Kemi* siden oprettelsen i 1989. Har været ansat på *Slagelse Gymnasium* og *HF-kursus* siden 1973.

Dansk Fysisk Selskab



Dansk Optisk Selskab



Årsmøde

DTH

Bygning 101, mødelokale 1,2,3 + lobby

26-27 november 1991

Dansk Optisk Selskab og Dansk Fysisk Selskab arrangerer igen i år et fælles årsmøde. Denne gang står Mikroelektronik Centret og Optikgruppen ved Fysisk Laboratorium for arrangementet med Ove Poulsen og Preben Buchhave som lokale koordinører.

Programmet er sammensat således medlemmerne i DFS og DOPS kan deltage i hele arrangementet eller i dele heraf, herunder et fælles aftenarrangement. Ud over de traditionelle inviterede foredrag (de er gode i år), er der mulighed for at præsentere poster, herunder et kort mundtligt indlæg, for medlemmerne af de to selskaber. DFS medlemmer bedes sende abstract til Ove Poulsen inden udgangen af oktober.

Ledende danske og udenlandske leverandører vil deltage med det nyeste gear til frontforskningen.

DOPS/DFS annual meeting

26-27 november 1992, DTH, Lyngby

- 26/11 11.00 DOPS general assembly
 12.00 Lunch
- 26/11 DOPS meeting
 13.00 Prof. Demetri Psaltis, Caltech on *Holographic Memories and Neural Networks*
 14.00 Poster presentation I
 14.30 Poster/exhibit/coffee
 15.00 Jannik Mark, TFL on *Femtosecond spectroscopy of semiconductor devices*
 16.00 Poster presentation II
 16.30 Poster/exhibit/coffee
- 26/11 Joint meeting DOPS/DFS
 17.10 Dr. Eli Yablonovitch, Bellcore on *Photonic Band Structure*
 18.00 Dinner (Glassalen, Technical University of Denmark)
 19.30 Prof. Peter Knight, Imperial College on *Precision Measurement of Time - From the Water Clock to the Ion Trap*
 20.30 Poster/exhibits/beer and snacks
 21.00 Panel discussion on innovation in research and industry
- 27/11 DFS meeting
 09.00 Willi Dansgaard, København on *Drilling to the bottom of the Greenland ice-sheet*
 10.00 Posters/coffee
 10.30 Igor Novikov, Copenhagen on *Can we change the past?*
 11.30 Prof. Ole Hansen, Brookhaven, on *Gold+Gold Collisions, a golden opportunity for physics- or just a mess*
 12.00 Lunch
 13.00 DFS general assembly

Dansk Fysisk Selskab, Årsregnskab 1991

Regnskabet er angivet nedenfor. Det er blevet gennemgået af selskabets revisor Poul Michelsen, der har godkendt det uden kritiske bemærkninger. Som det fremgår, er årsresultatet meget tilfredsstillende, med et overskud på kr. 27.943,43.

Som følge heraf er selskabets egenkapital (kapitalkonto) blevet forbedret og udgør per. 1/1-1992 kr. 71.404,13.

Brian Bech Nielsen
Kasserer i DFS

(alle beløb i kr.)

INDTÆGTER

DFS kontingenter 466 styk *)	114.930,00
EPS kontingenter 60 styk á 220	13.205,00
Renter bankkonto	1.988,13
Renter girokonto	<u>1.461,72</u>
INDTÆGTER IALT	<u>131.584,85</u>

*) Ordinære medlemmer 320 á 325:104.000,00
Studenter/pensionister 145 á 75: 10.875,00
Reduceret kontingent 1 á 55: 55,00
IALT 114.930,00

UDGIFTER

DFS administration:

Medhjælp	2.340,00	
Porto,papir mv	4.945,72	
Repræsentation	1.000,00	
Diverse rejseudgifter	<u>9.063,50</u>	
		17.349,22

EPS:

EPS indv. medlemskab 1991	12.905,75	
EPS DFS-medlemskab	14.674,00	
EPS Europhysics News	<u>4.177,15</u>	
		31.756,90

KVANT:

Indbetalinger til Kvant		38.150,00
-------------------------	--	-----------

KERNE-PARTIKEL- OG ASTROFYSIK:

Mødeindtægter forårsmøde 17.320,00		
Mødeudgifter	<u>20.962,00</u>	
Mødeunderskud		3.642,00

FASTSTOFFYSIK:

Forårsmøde indtægter	108.378,00	
Tuborg og Otto Mønstedts fonde	25.000,00	
SNF	<u>19.034,00</u>	
	152.412,00	
Mødeudgifter	<u>155.010,40</u>	
Mødeunderskud	2.598,40	
FS andre mødeudgifter	<u>2.610,00</u>	
Udgifter ialt		5.208,40

DFS ÅRSMØDE:

Mødeudgifter	<u>7.534,90</u>	
--------------	-----------------	--

UDGIFTER IALT	<u>103.641,42</u>
---------------	-------------------

OVERSKUD 1991	<u>27.943,43</u>
---------------	------------------

131.584,85

AKTIVER:

Indestående bank	46.991,25
Indestående giro	47.152,34
Kassebeholdning (IFA)	81,56
Kassebeholdning (HCØ)	77,46
Udestående DFS-kontingenter (indb. i 92)	14.850,00
Udestående EPS-kontingenter (indb. i 92)	880,00
DOPS vedr. årsmøde	8.625,00
Risø vedr. årsmøde	<u>13.400,00</u>
AKTIVER IALT	132.057,61

PASSIVER:

Skyldige EPS kontingenter	1.650,00
Fysisk Tidsskrift mellemregning	4.922,40
Kvant	<u>54.081,08</u>
PASSIVER IALT	60.653,48

KAPITALKONTO:

Saldo per. 1 januar 1991	43.460,70
Overskud 1991	<u>27.943,43</u>
Saldo per. 1 januar 1992	<u>71.404,13</u>

SUM=AKTIVER 132.057,61

Sektionen for uddannelse og undervisning

Valg til sektionsbestyrelse

I henhold til vedtægterne skal der afholdes sektionsbestyrelsesvalg inden årets udgang. Den nuværende bestyrelse foreslår:

Karin Beyer, IMFUFA, RUC
 Erik Both, Lab. for teknisk fysik, DTH
 Ole Goldbech, Københavns Dag- og Aftenseminarium
 Susanne Stubgaard, Fysiklærerforeningen
 Poul V. Thomsen, Institut for Fysik og Astronomi, AU
 Erik Øhlenschläger, Københavns Teknikum

Eventuelle forslag til andre medlemmer bedes givet til valgbestyreren, Henry Nielsen, Institut for Fysik og Astronomi, Aarhus Universitet, inden 10.1.93.

Med venlig hilsen,
 Poul V. Thomsen (formand for sektionsbestyrelsen)

Ph.D spalten

Redigeret af Mads Hammerich,
H.C.Ørsted Institutet, Københavns Universitet

Ph.D-spalten er en ny fast rubrik i KVANT. Formålet er at orientere om den løbende Ph.D. produktion indenfor fysik i Danmark. Håbet er at produktionens størrelse gør det umuligt. Spalten har endnu ikke fundet sin form. Den plads, der kan levnes omtalen af det enkelte projekt, bliver afhængig af antallet af afsluttede og indrapporterede Ph.D. arbejder. Spalten vil kun i en indledende fase foretage opsøgende arbejde for at få korte resumeer fra forfatterne. Derfor skal nyligt og snarligt afsluttede Ph.D.-ere hermed kraftigt opfordres til at skrive et ultrakort og helst hypertilgængeligt resume af arbejdet og sende det til KVANTs redaktion mærket "Ph.D-spalten".

Per Vase er født i 1961 og blev Ph.D. i 1991 på arbejdet: **Preparation and Characterization of high- T_c superconducting thin films with high critical current densities.**



Projektet blev udført under erhvervsforskerordningen i samarbejde med NKT Research Center A/S (NRC) og Fysisk Laboratorium 1 på Danmarks Tekniske Højskole og med støtte fra Akademiet for de Tekniske Videnskaber, det Materiale teknologiske udviklingsprogram og ELSAM. Selvom redaktøren mener at titlen siger alt, uddyber Per Vase:

Det valgtes at satse på laserforstøvning som deponerings-teknik på grund af dens støkiometribevarende egenskaber. Deponeringsudstyr samt udstyr til karakterisering blev opbygget hos NRC. Der blev fremstillet film af $YBa_2Cu_3O_7$ på grund af denne superleders relativt simple støkiometri.

Under hele projektet blev der fokuseret meget på den kritiske strømtæthed, da denne parameter er yderst vigtig for teknologiske anvendelser. Det er lykkedes at fremstille tyndfilm med meget høje kritiske strømtætheder (10^7 A/cm² ved 77 K), hvilket er på højde med de højeste publicerede resultater. Ud fra teksturundersøgelser ved røntgendiffraction er det fundet, at film med høje kritiske strømtætheder er epitaxielle, mens film med lave kritiske strømtætheder indeholder flere krystalorienteringer.

Der er arbejdet med ... og sammenlignet, fire metoder til mønstertegning i de superledende film. Der er demonstreret sub-mikron mønstertegning uden degradering af de superledende egenskaber, hvilket er tilstrækkeligt til fremstilling af mange superledende komponenter.

Per Vase arbejder nu med høj- T_c superledning hos NRC.

Michael Brix Pedersen fra 1961 blev Ph.D. fra Fysisk Laboratorium ved Københavns Universitet i 1991 på afhandlingen: **Holons, Spinons, and the Normal State of the Cuprate Superconductors.**



Afhandlingen vedrører den teoretiske beskrivelse af normalt tilstanden af høj-temperatur superlederne og Michael Brix Pedersen skriver blandt andet:

Mange eksperimentelle kendsgerninger peger i retning af, at normalt tilstanden ikke er beskrevet ved Fermivæsketeori, som det er kendt fra sædvanlige metaller. Straks efter fremkomsten af høj-temperatur superlederne foreslog P.W.Anderson den såkaldte RVB (resonating-valence-bond) tilstand som den rette grundtilstand. I en sådan tilstand er de elementære excitationer ikke længere sædvanlige huller med ladning og spin. I stedet splitter excitationerne op i to typer: holoner, der kun bærer ladning og spinoner, der kun har spin. Det er endnu uafklaret hvilken type statistik holoner og spinoner adlyder, og afhandlingen bygger på den grundlæggende antagelse, at holonerne er fermioner og spinonerne er bosoner. Ud fra en middelfeltapproximation på Hubbard-modellen, med holoner med Fermistatistik og spinoner med Bosestatistik, beregnes en række eksperimentelle konsekvenser.

Det viser sig, at vigtige træk ved høj-temperatur superledernes fasediagram kan reproducere, og generelt giver teorien en god beskrivelse af det magnetiske moment, spinbølger, og temperatur- og energiafhængighed af den integrerede intensitet i neutronspreddning.

Middelfeltteorien gør det også muligt at beregne fotoemissionsspektret. I konventionel Fermivæsketeori består spektret essentielt set af en top. I spinon-holon billedet består spektret af en top, men ovenpå en bred baggrund. Dette er også hvad der observeres eksperimentelt.

En svaghed ved middelfeltapproximationen er en forudsigelse af langtrækkende magnetisk orden for doterede materialer. Eksperimentelt ses kun korttrækkende orden. Ved

at gå ud over middelfeltapproximationen kan denne svaghed fjernes.

Michael Brix Pedersen arbejder nu som vikar på Birkerød Gymnasium.

Henning Friis Poulsen blev i 1991 Ph.d. fra RISØ og Fysisk Laboratorium ved Københavns Universitet, på afhandlingen: **Oxygen ordering and superconductivity in the high T_c superconductor $YBa_2Cu_3O_{6+x}$.**

Arbejdet er både teoretisk og eksperimentelt og rapporten falder derfor i to dele. Henning Friis Poulsen skriver med få forkortelser:

For det første er der gennemført en serie strukturelle og termodynamiske målinger som funktion af temperatur og iltstøkiometri på et equilibreret pulver sample ... Der er opnået information om variationen af de strukturelle faser, størrelserne af tvillingedomæner, elastiske kræfter, det kemiske potential af ilt, samt om materialets diffusionsegenskaber. Vi finder en simpel todimensional gittergas model for ordningen, ASYNNNI modellen, der giver en udmærket beskrivelse af disse data...

Deformationen af materialet vises at vokse lineært med ilt koncentrationen i den ordnede ortho-I fase. Under langsom nedkøling indefrysers størrelsen af tvillingedomænerne, med en gennemsnitsværdi, der afhænger af hvilken ordnet fase, der er tale om. Ud fra disse oplysninger diskuteres indflydelsen af elastiske kræfter på ilt-ordningsprocessen ved lave temperaturer. Optagelsen af ilt ved højere temperaturer er derimod bestemt af bulk-diffusiviteten...

For det andet er der gennemført et systematisk studium af sammenhængen mellem de statiske og dynamiske variationer af den superledende overgangstemperatur og de tilsvarende variationer af ilt ordningsprocessen ved lave temperaturer. Statistik fra Monte Carlo simuleringer af ASYNNNI modellen er kombineret med brug af eksperimentelle data fra litteraturen...

Disse undersøgelser ledte forfatteren frem til en model for sammenhængen mellem ladningsoverførsel og T_c , der er i god overensstemmelse med de eksperimentelle data.

Henning Friis Poulsen arbejder nu hårdt som postdoc på HASYLAB i Hamborg.

MODERNE VAKUUMTEKNIK TIL FORSKNING OG INDUSTRI



Finvakuumpumper fra ALCATEL HIGH VACUUM

I 1962 udviklede ALCATEL fiberrotorskiven til finvakuumpumper i stedet for de dengang anvendte blødstøbte stålammeller. Nu kunne hastigheden øges til 1500 rpm og pumpen kobles direkte til en asynkron 220 eller 380 volt motor. Vægten reduceredes med op til 75%, og Verdens mest handy finvakuumpumpe til forskning og industri var skabt. Pumperne har i 30 år gennemgået en løbende udvikling, og nu har ALCATEL lagt alle sine erfaringer i den nye PASCAL serie, 5 - 10 - 15 og 21 m³h⁻¹ med et sluttryk ved tør N₂ bedre end 8×10⁻⁵hPa og en vægt f.eks. for 21m³h⁻¹ på 26,8 kg. PASCAL serien er særdeles servicevenlig, og mange af vore kunder vedligeholder selv deres pumper. Vi udfører hurtigt alle reparationer her i Danmark på samtlige typer fra 1962 til i dag.

ALLE FORMER FOR OLIEFRI & OLIESMURTE ROTATIONSVAKUUMPUMPER • FEDTSMURTE
TURBOMOLEKULAR- SPIRO- & HYBRIDPUMPER • DIFFUSIONS- & CRYOPUMPER •
VAKUUMMÅLEINSTRUMENTER, VENTILER, HV & UHV FITTINGS • HELIUMLEKSØGERE &
MASSESPEKTROMETRE • SPUTTER- ELEKTRONKANON- & ÆTSEANLÆG • RF & HV
STRØMFORSYNINGER • RUSTFRI SPECIALKAMRE & DELE • OMBYGNING AF VAKUUMANLÆG

WENZEL VAKUUM TEKNIK APS NYBROVEJ 283 DK-2800 LYNGBY TLF 45 87 97 35
SHOWROOM, SERVICE, LAGER NYBROVEJ 193 BIL 30 42 63 00 FAX 45 93 32 93

Nogle problemer i tid og rum

Kay Akselbo

De problemer, som denne artikel handler om, er baseret på den gravitationsteori, som man kalder Einsteins almene relativitetsteori, og der skal derfor indledningsvis skitseres nogle elementer af denne set i forhold til den almindelige Newtonske teori.

Hos Newton er tid og rum uafhængige af hinanden - de er "absolutte". Verden er et selvstændigt eksisterende tredimensionalt rum, hvori tiden går af sig selv, og hvori dens materielle indhold befinder sig. Frie legemers baner i rummet bestemmes af de gravitationskræfter, der påvirker dem. Gravitation er en kraft, hvormed legemer (masser) momentant tiltrækker hinanden på afstand efter Newtons love, og til bestemmelse af det Newtonske gravitationspotential et sted i rummet i afhængighed af massetætheden findes en enkelt differentiaalligning (Poissons ligning).

Til forskel fra dette scenario er verden i den almene relativitetsteori et firedimensionalt tid-rum, hvor tid og rum er uløseligt sammenknyttet, idet tiden formelt indgår som en fjerde dimension på lige fod med de tre rumlige. Tid-rummet er en geometrisk struktur, som bestemmes af dets indhold af masse-energi, og det eksisterer kun i kraft af dette. Gravitation er her en konsekvens af tid-rummets struktur, idet frie legemers baner i rummet bestemmes af, at deres "verdenslinier" i tid-rummet må følge dettes form (krumning) - må være "geodætiske linier" i dette. Når to masser tiltrækker hinanden, sker det ikke "på afstand", men ved, at de hver for sig skaber en bule i tid-rummet omkring sig, og at buerne breder sig, overlapper og løber sammen til én.

Svarende til det ene potential hos Newton findes der her seksten og derfor også 16 differentiaalligninger til deres bestemmelse (Einsteins feltligninger). Af disse er dog heldigvis kun 10 uafhængige, og er der tale om sfærisk symmetrisk massefordeling, kan man nøjes med 4.

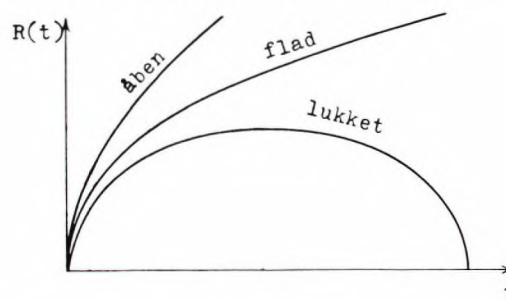
Potentialerne bestemmer fuldstændigt universets struktur og bevægelse, men der er mange frihedsgrader, og vil man fx betragte relativitetsteorien som en matematisk legeplads, kan man løse ligningerne under mere eller mindre vilkårlige forudsætninger og få besynderlige konstruktioner frem. Ønsker man imidlertid at anvende teorien som ledetråd i jagten på det aktuelle univers, må man nødvendigvis indføre elementer af den fysiske virkelighed som randbetingelser, og den første, der havde succes med dette, var *Alexander Friedmann*, som allerede i 1922 - syv år efter teoriens fremkomst - opstillede de matematiske modeller af et *eksperanderende* univers, som stadig er de teoretiske rammer for moderne kosmologi.

Friedmanns modeller

Det er som bekendt den almindelige antagelse, at universet opstod ved "det store brag" for måske 15 milliarder år siden - ud af intet eller en "punktsingularitet" - og har

udvidet sig lige siden, idet galakserne fjerner sig fra os med hastigheder proportionalt med deres afstand. Antagelsen grunder sig på *Edwin Hubbles* påvisning i 1929 af, at lyset fra galakserne er rødforskydet ved dopplereffekt. Ydermere hælder man på basis af astronomiske observationer til "det kosmologiske princip", hvorefter universet i stor (kosmologisk) målestok er ens overalt i alle retninger - det er isotropt og homogent. Anvender man nu ved sine beregninger et koordinatsystem, som ligger fast i universet og udvider sig isotropt sammen med dette, så indholdet har konstante rumkoordinater (den såkaldte R-W metrik efter *Robertson og Walker* 1935, skønt *Friedmann* opfandt den 15 år før), får man de tre Friedmannske standardløsninger til Einsteins feltligninger: den "flade", den "åbne" og den "lukkede" universmodel, i hvilke rummets ekspansion sker med henholdsvis kritisk, overkritisk og underkritisk hastighed. Ved kritisk hastighed forstås frigørelses-hastigheden i relation til universets selvgravitation, hvorved ekspansionen i løbet af uendelig lang tid går i stå, idet dens kinetiske energi kun lige netop kan overvinde gravitationens nedbremsende virkning. Ved overkritisk hastighed er der overskud, og ved underkritisk hastighed er der underskud, så den efterhånden går i stå, hvorefter universet styrter sammen (fig.1). Ekspansionen karakteriseres ved ligningen, $R = f(t)$, hvor R er "skalaparameteren", som er et udtryk for universets "størrelse", idet den er proportional med gennemsnitsafstanden mellem "fundamentalepartiklerne" (galakser eller galaksegrupper), og t er tiden.

Man benytter altså tiden som uafhængig variabel - hvad der jo ivotrigt er en forudsætning for, at man i det hele taget kan afbilde de tre løsninger, som man plejer.



Imidlertid er relativitetsteoriens hele grundlag jo rummets og tidens ikke-absoluthed, og den nævnte stiltiende antagelse af, at tiden bare går af sig selv, fører da også til forskellige inkonsistenser, af hvilke den mest spektakulære er følgende:

I den lukkede model har man et rum, der ekspanderer, standser, trækker sig sammen og igen forsvinder i et stort krasj (the big crunch). Derefter står vi tilbage med et endimensionalt univers, udelukkende bestående af tid (!)

Det nytter ikke noget at indvende at kurven jo er en cykloide og at der vel så kommer en repetition, for det siger

teoriens matematik ikke noget om. $R = 0$ er en singularitet - når man altså lige undtager tiden. Den går videre.

Den eneste redning er at indføre som randbetingelse, at tiden ikke i en universel sammenhæng kan anvendes som uafhængig variabel. Så er der kun en løsning, og det er uheldigvis ikke en af standardløsningerne, men derimod $R = t$, idet tiden da er *defineret* ved ekspansionen, som altså er jævn (egentlig: $R = ct$, hvor c er en proportionalitetskonstant, men vi vælger en målestok, så $c = 1$).

Hvad mere er: Det behøver ikke engang at overraske nogen. Da man ikke ved observation har kunnet afgøre, om ekspansionen accelererer eller decelererer, kan det ikke være helt urimeligt at antage, at den måske kunne ligge midt imellem.

Da tid og rum jo nu naturligvis lige så lidt kan begynde som slutte hver for sig, kommer man forståeligt nok til samme resultat ved at betragte forholdene omkring tid-rummets opståen. Ved det store brag sattes rummet i gang med at ekspandere. Hvad satte tiden i gang med at gå?

I et tid-rum er tid og rum uadskillelige, og rummet kan derfor ifølge sagens natur ikke være statisk, da tiden så måtte gå af sig selv og altså være absolut. Der findes ikke bevægelse uden tid og ikke tid uden bevægelse, så da ekspansionen gik i gang, gjorde tiden det også - og vice versa. De to er synonyme: $R = t$.

Det ses igen, at universet ikke kan være statisk, da alt uden undtagelse så ville stå bomstille ($t = R = \text{konstant}$), så når den elektromagnetiske stråling er i stand til at udbrede sig og fortabe sig i rummets dybder og entropien er i stand til at vokse, hænger det sammen med, at rummet ekspanderer. Som bekendt er det et problem for nogle, at tiden kun går "forlæns" til trods for at mekanikkens love er tidsreversible (man kan for eksempel ikke sige, om et pendul svinger forlæns eller baglæns), og man diskuterer, hvilket af de tre lige nævnte forløb (strålingen, entropivæksten eller ekspansionen), der bestemmer retningen (tidens pil). Men der turde altså også her blot være tale om flere aspekter af det samme fænomen.

Det forstås i øvrigt ret så umiddelbart, at ekspansions-hastigheden ($\frac{dR}{dt} = 1$) principielt ikke kan overskrides, da man ved at "indhente" ekspansionen måtte forsvinde "ud" af universet. Vi må altså identificere den med den konstante lyshastighed.

Den afgørende prøve er jo nu, om vi kan få et samtykke fra feltligningerne.

Einsteins feltligninger

Disse er alle af nøjagtigt samme form og kan derfor sammenfattes i følgende formlikning:

$$K = \kappa M$$

som udtrykker at kilden (κM) til tid-rummets krumning (K) er dets masse-energiindhold. κ er den relativistiske gravitationskonstant.

I sin bog "Relativity"¹ er Einstein overordentlig omhyggelig med at forklare, at tid-rummet i den almene relativitetsteori ikke har selvstændig eksistens uafhængigt af sit

indhold, og at hvis vi fjerner dette, har vi ikke som i den specielle relativitetsteori et tomt tid-rum tilbage, men "absolutely nothing". Han bruger faktisk hele 22 sider på at forklare denne ene ting.

Men, hvis vi sætter $M = 0$ (definitionen på vakuum), fås:

$$K = 0$$

og der er altså et tomt tid-rum tilbage, som har krumningen 0 (!).

Dette kunne være acceptabelt lokalt, hvor vi kan befinde os langt fra eksisterende masser, men jo bestemt ikke i kosmologisk sammenhæng idet det netop ville betyde, at der eksisterede en tom, flad baggrund for universet.

Der mangler åbenbart igen en randbetingelse, nemlig den, at ligningerne ikke kosmologisk må kunne give tomme løsninger, og dette kan opnås ved at antage, at tid-rummet under alle omstændigheder er fladt i kosmologisk målestok - altså også med indholdet intakt. Det er da nødvendigt at tilføje et nyt led på højre side:

$$K = \kappa M - A$$

hvor A kosmologisk er lig med κM og ændrer sig med *ekspansionen* (fortyndes) på samme måde. Det har nu ikke længere nogen relevans at sætte $M = 0$ kosmologisk, da det jo kun giver os den oplysning, at $0 = 0$.

Ligningernes Friedmannske løsning bliver nu $R = t$.

Da Einstein opstillede relativitetsteorien, troede han, at universet var statisk og så sig derfor nødsaget til - for at modvirke en sammenstyrtning på grund af selvgravitation - at indføre "det kosmologiske led" på ligningernes venstre side:

$$K + \Lambda g = \kappa M$$

hvor Λ er den såkaldte "kosmologiske konstant" og g er det pågældende gravitationspotential.

I den forbindelse kommer leddet til at repræsentere en krumning af en i forvejen eksisterende tom baggrund (et tomt univers - udelukkende bestående af metrik), og er altså i strid med teoriens forudsætninger. Dette var Einstein godt klar over, og han var da også den første til at afskaffe det igen, men med bagklogskab kan det undre, at han lod sig nøje hermed. Som *konstant* kommer Λ til at repræsentere et nøjagtigt balancepunkt mellem tiltrækning og frastødning, hvorved universet bliver ustabil med tendens til at løbe løbsk til en af siderne. Man ville have følt det naturligt, om en generalist som Einstein havde indført noget generelt og variabelt, som kunne følge med i begge retninger og således holde universet stabilt. Når han ikke gjorde det, kan det have været fordi indførelsen af en enkel variabel som $\Lambda = \Lambda(t)$ medfører, at energi- og impulsætningen ikke kan opfyldes identisk (man udtrykker det ved, at ligningernes "divergensfrihed" går tabt).

Den ovenfor indførte led A opfylder betingelserne til en "variabel Λ ". Den holder universet stabilt og er divergensfri. Som Λ hindrede en sammenstyrtning af et statisk

univers, hindrer A en deceleration af ekspansionen, men også en slags sammenstyrtning, idet det simpelthen forhindrer en meningsløs sammenstyrtende løsning som den i begyndelsen omtalte.

Har alt dette nogen større betydning?

Det vil jo være af stor interesse at kende den nøjagtige formel for ekspansionen og i alle tilfælde vil en anerkendelse af, at den er jævn, være et så dybt indgreb i relativitetsteorien, at det vil komme til at ændre vort syn på kosmos. Her skal blot nævnes følgende fra den kosmologiske forsknings hverdag:

Universets "kritiske massetæthed" er den tæthed, der ville medføre at ekspansionshastigheden netop var kritisk. Den *kendte* aktuelle massetæthed er så nær ved den kritiske, at det ville være langt mere sandsynligt, om den netop var lig med denne men så mangler der over 90 % af den nødvendige masse og man leder derfor intenst efter "the missing mass" - eller "dark matter", som den også kaldes da den ikke synes at kunne være baryonisk eller at kunne ligne andre kendte former for stof. Men hvis tid-rummet a priori er fladt og ekspansionen altså principielt jævn, betyder det, at der ikke er nogen gravitation i kosmologisk målestok og så er begrebet kritisk massetæthed irrelevant.

Det, der dybere set sker ved indførelsen af A , er, at universets isotropi bliver principiel (et univers er isotropt).

Den isotropi, der ligger til grund for Friedmann-modellerne, er hypotetisk - en arbejdshypotese. Den er ikke indbygget i selve feltligningerne, men indføres først med R-W metrikken.

Occam's ragekniv

Plurilatis non est ponenda sine necessitate

Forudsæt ikke flere omstændigheder end nødvendigt.

William Occam, 1300-1347.

Hvis universet har en iboende *tendens* til isotrop fordeling, må det primært have en tendens til fordeling, dvs. til spredning (A). Denne må da iflg. det økonomiprincip, vi kalder "Occam's ragekniv", ophæves af en lige så stor og modsat rettet tendens til sammentrækning (vi søger kun isotropien). Derfor bliver $A = \kappa M$.

Det tilbageblevne udtryk

$$K = 0$$

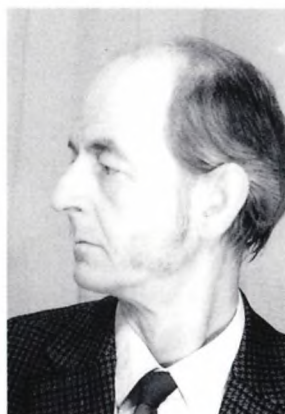
er nu i et ekspanderende univers ensbetydende med R-W metrik, og isotropien er således indbygget i feltligningerne som en slags udspilingsfænomen - omtrent som når en ballon holder sin form ved en ligevægt mellem tryk og membranspænding.

Af denne universets principielle symmetri kan dynamikkens love udledes på samme måde, som man ved hjælp af symmetriprincipper har udledt mikrofysikkens vekselvirkninger.

Men det er en anden historie.

Reference.

- 1) Albert Einstein: *Relativity*. The Special and the General Theory. Methuen, London. Fifteenth Edition, January 1954. NOTE, pag. vi. APPENDIX V, pag. 135-157.



Kay Akselbo civilingeniør

 Spectra-Physics

**Spectra
Diode Labs**

 **LASOTRONIC**

 **uniphase**

 **ANDO**

 **PHOTON
inc.**

 **JOBIN
YVON**

 **OPHIR**

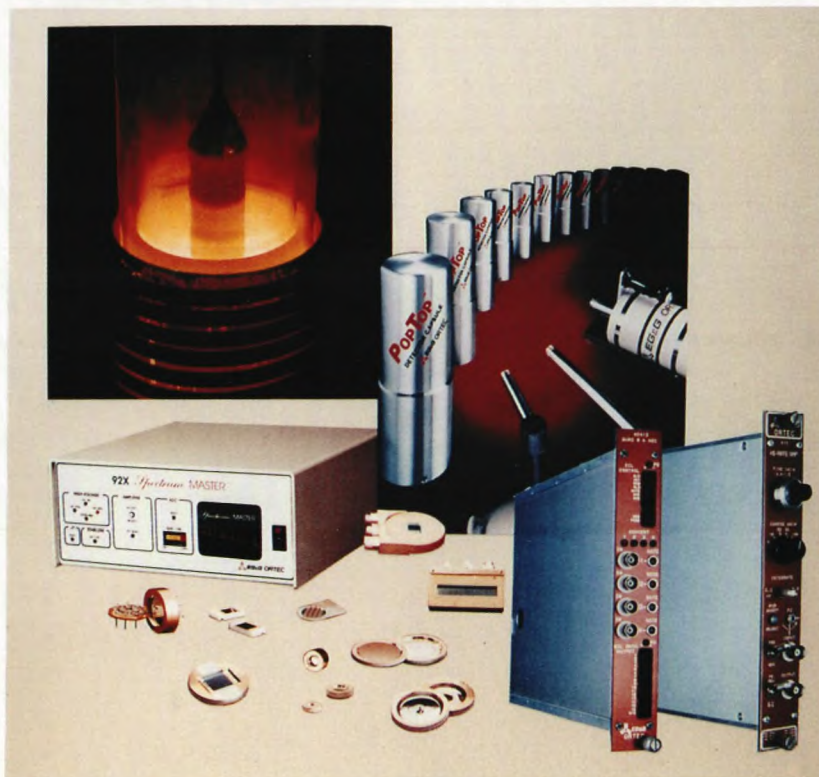
 **Exciton**

burleigh

 **LASER
PHOTONICS**

 **UNITED
DETECTOR
TECHNOLOGY**

 **bbt.
instrumenter**



**TOOLS
of the
TRADE**

- Radiation
- Detection
- Measurement
- Analysis

**EG&G
ORTEC**

**Den danske leverandør
af radioaktivitetsmåle-
udstyr samt laser -
og opto - elektronik
fra de førende
fabrikanter**



 **laser science, inc.**

 **micro-
controlle**

 **EG&G ORTEC**

QUESTEK

 **EG&G
GAMMA SCIENTIFIC**

 **EG&G
FIBER OPTICS**

 **Quanta-Ray**

 **EG&G PRINCETON
APPLIED RESEARCH**

 **PHOTON
CONTROL**

**BBT Instrumenter ApS
Dr. Olgasvej 6
DK-2000 Frederiksberg**

**Telefon 3119 82 08
Telefax 3119 87 47
Telex 35 326 bbt dk**

**ELEKTRONIK
ELEKTROMEDICIN
ELEKTROKEMI
FORSKNING
UNDERVISNING**

BOGANMELDELSE

Forenede elektroner A/S - om superledning og kvanteteori

Per Hedegård

Nysyn/Munksgaard, ISBN 87 16 10786 1

128 s., pris 158,00 kr

Denne bog angriber et af de emner fra den moderne fysik, der er vanskeligst at give en forklaring på uden brug af matematiske udtryk, nemlig superledningen. Og det lykkes faktisk. Det er nemt nok at fortælle om at den elektriske strøm bevæger sig uden modstand - men forklaringen kræver nærkontakt med kvantemekanikken, og derfor giver bogen også en fyldig dækning af dette essentielle emne i fysikken.

Bogen lægger ud med det dagsaktuelle emne om højtemperatursuperledere. For at kunne gå mere i dybden med dette emne, skal flere ting på plads. Derfor bliver der givet en omhyggelig historisk beskrivelse af den normale superledning og en gennemgang af den klassiske elektromagnetisme.

Herefter foretages der et spring over i kvantemekanikken, hvor dobbeltspalte-eksperimentet diskuteres indgående. Udgangspunktet er det klassiske eksperiment med lys og afsluttes med at elektroner vil udvise samme fænomen. Undervejs indføres kvantemekanikken, idet der gives en beskrivelse af partiklers bane igennem spalterne, som i kvantefysikken er et spørgsmål om baner. Feynmans pilesprog anvendes til at illustrere princippet om konstruktiv og destruktiv interferens. Bogen nøjes ikke med at beskrive men giver også en forklaring at kvantemekanikken giver en statistisk beskrivelse af partiklers bevægelse. Forfatteren slipper som helhed meget godt fra det, men de to figurer, der anvendes i starten af forklaringen (med beskrivelser af de forskellige vejes baner og faser) er en smule for kompakte. Figureerne er meget essentielle for forklaringen, men de indeholder ingen ord og for en uindviet kan det være ret vanskeligt at holde forklaringen i teksten sammen med deltegningerne i figuren.

Efter at læseren således er blevet kyndig i kvantemekanikken kan superledningen forklares i et afsnit der handler om kollektive fænomener. Dette afsnit indledes med omtale af vand, der bliver til is, magnetisme og superflydende væsker, og afsluttes med indføringen af Cooper-par og forklaringen på superledning i almindelige superledere.

Det er nu tid til at kaste sig over de nye keramiske superledere, der ikke kan forklares på grundlag af den just beskrevne model. Det er kun gået fem år siden deres opdagelse, og det er stadigvæk uklart hvad det egentlig er, der gør disse materialer superledende, men en mulig teori skitseres, hvor nye eksotiske fænomener stikker hoved frem.

Eksotiske fysiske fænomener kan være meget interessante for de, der direkte arbejder med dem, men for at kunne vække og vedligeholde en almen interesse, skal emnet have forbindelse til andre områder. Her er interessen for superledere umiddelbar, alene i kraft af at der ikke er nogen elektrisk modstand. Bogen beskriver endvidere andre sider af superledningen: Josephson-effekten, der kan anvendes til superhurtig elektronik og kompakte, ultrafølsomme detektorer. Disse detektorer kan f.eks. finde anvendelse indenfor lægevidenskaben. Det er bogens fortjeneste at den ikke nøjes med at lukke op for godteposen, men giver en forklaring på, hvad denne Josephson-effekt er for en størrelse.

Endelig afrundes bogen med at se på superledning i et meget videre perspektiv. Lignende fænomener kan genfindes i elementarpartiklernes verden, og i kosmologiens beskrivelse af universet.

Jørgen F. Bak

Tallet π

Mogens Esrom Larsen, Matematisk Institut, Københavns Universitet

How I want a drink,
alcoholic of course,
after the heavy
lectures involving
quantum mechanics.

Tallet π er den flittigste af Tordenskjolds konstanter; vi møder det så ofte, at vi begynder at vente det, når vi er ved at løse et nyt problem. Hvis vi f.eks. tæller bogstaverne i citatet ovenfor, får vi

3 - 1 - 4 - 1 - 5 - 9 - 2 - 6 - 5 - 3 - 5 - 8 - 9 - 7 - 9,
der vil genkendes som decimalbrøken π 's begyndelse.

Vi møder π i formlerne for cirkler og kugler, f.eks. cirkelns omkreds, der er proportional med dens diameter:

$$O = \pi \cdot 2r$$

Cirkelns areal, der er proportional med kvadratet på dens radius:

$$A = \pi \cdot r^2$$

Kuglens overflade, der er proportional med kvadratet på dens diameter:

$$K = \pi \cdot (2r)^2$$

Og kuglens rumfang, der er proportionalt med terningen på dens radius:

$$V = \pi \cdot \frac{4}{3} r^3$$

Overalt er det den samme irrationale proportionalitetsfaktor, π , der optræder.

Mere overraskende er det, at vi møder π , når vi begynder at studere uendelige rækker.

Ved en uendelig række forstås et udtryk som f.eks.

$$1 + x + x^2 + \dots + x^n + \dots = \frac{1}{1-x} \quad \text{for } |x| < 1$$

der fås af kvotientformlen

$$1 + x + x^2 + \dots + x^N = \frac{1 - x^{N+1}}{1 - x} \quad \text{for } x \neq 1$$

ved at lade N gå mod ∞ .

Den første række, der må have en endelig sum, men hvis værdi ikke er oplagt, er Leibniz' række (1674):

$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \dots + \frac{(-1)^n}{2n-1} + \dots = \frac{\pi}{4}$$

og den næste bliver Euler's række (1734):

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{n^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6}$$

Senere finder vi (Euler):

$$1 + \frac{1}{16} + \frac{1}{81} + \dots + \frac{1}{n^4} + \dots = \frac{\pi^4}{90}$$

vi får en potens af π for alle de lige eksponenter.

Man har naturligvis spurgt, hvordan det går med de ulige potenser, f.eks.

$$1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{n^3} + \dots$$

men selv om det er bevist, at summen er irrational, ved man ikke, om den står i et rationalt forhold til π eller π^3 (Summen ovenfor med 3-tallet i eksponenterne erstattet af et vilkårligt komplekst tal, z , er den funktion, der hedder Riemann's ζ -funktion. Det er den funktion, hvis nulpunkter det er så vanskeligt at lokalisere.

Men endnu mere overraskende er det, at sandsynlighedsregningens grundintegral har relation til π (Gauss; 1809):

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{2\pi}$$

Når vi når til at bestemme rækker for de elementære funktioner, f.eks. (Newton; 1669):

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$$

og

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} + \dots + \frac{(-x^2)^n}{(2n)!} + \dots$$

er det besynderligt at tænke på, at det mindste positive nulpunkt for den sidste række er $\pi/2$.

Endelig optræder π ved indførelsen af de komplekse tal. Tallet " i " med egenskaben $i^2 = -1$ ser så uskyldigt ud, men sætter vi det ind i rækken for e^x , får vi

$$\begin{aligned}
e^{ix} &= 1 + ix - \frac{x^2}{2} - i\frac{x^3}{6} + \dots + \frac{i^n x^n}{n!} + \dots \\
&= 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \dots + \frac{(-x^2)^n}{(2n)!} + \dots \\
&\quad + i\left(x - \frac{x^3}{6} + \dots + \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots\right) \\
&= \cos x + i \sin x
\end{aligned}$$

og derfor Eulers berømte formel (1748):

$$e^{i\pi} = -1$$

Og det er altid det samme π .

Det er derfor ikke mærkeligt, at man længe har ønsket at kende tallet π med stor nøjagtighed. Pudsigt nok har det aldrig været let. Archimedes fandt ca. 200 f.v.t., at

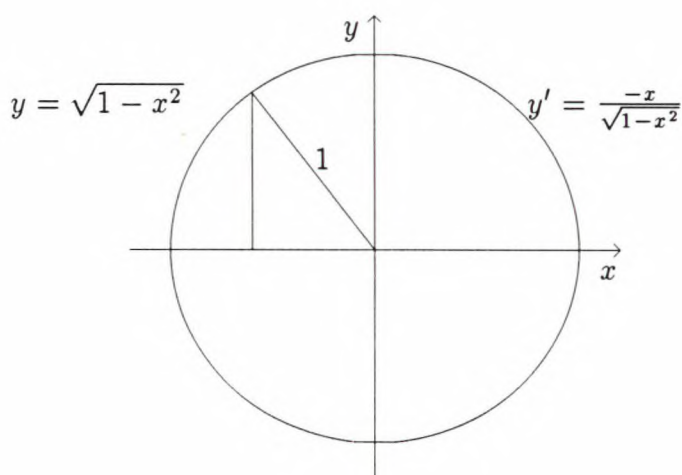
$$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$$

Den ældste forbedring er fra Zu Chang-Zhi, der i det 5. århundrede fandt:

$$\pi \approx \frac{355}{113}$$

Først i det 16. århundrede fandt man 35 decimaler i Europa.

Problemet er født til at være besværligt. Archimedes tilnærmede cirklen med polygoner, og måtte op på en 96-kant, blot for at finde tilnærmelsen ovenfor.



Vi kan nemt komme til at gøre det samme, hvis vi prøver at beregne cirkelens areal eller cirkelbuens længde ved et integral, som vi derefter tilnærmer numerisk med en kvadraturformel, så bliver resultatet noget lignende.

$$\begin{aligned}
\frac{\pi}{2} &= \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx \\
\pi &= \int_{-1}^1 \sqrt{1+(y')^2} dx = \int_{-1}^1 \sqrt{1+\left(\frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}\right)^2} dx = \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx
\end{aligned}$$

Man kunne tænke sig at anvende nogen af rækkerne. Men alle de nævnte rækker konvergerer utroligt langsomt. Man skal medtage millioner af led for at få 10 decimaler.

Men i 1706 fandt Machin et trick: Først må vi indføre den omvendte funktion til tan, som kaldes *arkustangens*, $\tan^{-1}$:

$$v = \tan^{-1} x \Leftrightarrow x = \tan v \wedge -\frac{\pi}{2} < v < \frac{\pi}{2}$$

Ved substitution $t = \tan v$ finder vi, at

$$\int_0^x \frac{dt}{1-t^2} = \int_0^{\tan^{-1} x} \frac{1-\tan^2 v}{1-\tan^2 v} dv = \tan^{-1} x$$

Og kvotientrækken giver

$$\frac{1}{1-x^2} = 1 - x^2 + x^4 - \dots + (-x^2)^n + \dots$$

som kan integreres:

$$\begin{aligned}
\tan^{-1} x &= \int_0^x 1 dt - \int_0^x t^2 dt + \int_0^x t^4 dt - \dots + \int_0^x (-t^2)^n dt + \dots \\
&= x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots + \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1} + \dots
\end{aligned}$$

(For $x = 1$ fås Leibniz' række.)

Den afgørende idé er at bruge denne række på en formel, der let udledes af additionsformlen for tangens, nemlig

$$\frac{\pi}{4} = 4 \tan^{-1} \frac{1}{5} - \tan^{-1} \frac{1}{239}$$

Machin brugte denne idé til at finde de første 100 decimaler, og formelen har siden været den vigtigste til at finde flere.

Først med de seneste års computere er ambitionsniveauet blevet så højt, at andre formler bliver interessante. I 1989 beregnede brødrene Chudnovsky 1 milliard decimaler, og det er et hukommelses- og pladsproblem. Men en måde at klare skærene er at bruge en formel af Ramanujan, nemlig

$$\frac{81}{\pi} = \frac{5}{16} + \frac{47}{8192} + \dots + \left(\frac{2n}{n}\right)^3 \frac{42n-5}{2^{12n+4}} + \dots$$

Fordelen ligger i, at nævneren er en potens af 2. Nu kan man beregne bimal-brøken cifre uden at skulle kende eller benytte de foregående.

*APD er
så sikre
på sine
kryo-pumper...*

*der ydes
3 års
garanti.*



APD tilbyder nu den længste garantitid inden for kryo-pumpe-industrien... tre år... dobbelt så lang tid som nogen andre. De teknologiske fordele ved APD's kompressorer, som er specielt designet til helium, kombineret med APD's service- og garantipakke, gør APD's kryo-pumper til de bedste, der findes.

Det simple design giver problemfri drift og let markedsservice. APD's driftssikkerhed har stået sin prøve... igen og igen. Mere end 2000 apparater har været på markedet i en periode på 4 til 5 år, og **kun eet eneste** har vist defekter.

Derfor, hvis De foretrækker sikkerhed fremfor driftsproblemer, så ring til:



AAGE CHRISTENSEN A/S
INGENIØR- OG HANDELSVIRKSOMHED

SKELMOSEVEJ 10
DK-2500 VALBY

TELEFON 45 36 44 24 44
TELEFAX 45 36 44 20 24

Ved siden af alle disse regnestykker gik en parallel bestræbelse på at konstruere π . Det vil sige, for et givet liniestykke at konstruere et andet med passer og lineal, så det er lige så langt som omkredsen af den cirkel, der har det første som radius. Denne opgave kaldes *cirklens kvadratur*, fordi man jo så straks har den retvinklede trekant med radius og omkreds som kateter, og denne trekant har samme areal som cirklen. (Opgaven var egentlig at give et kvadrat med samme areal som cirklen, men det er let nok at finde et kvadrat med samme areal som en given retvinklet trekant.)

Hvis cirklens kvadratur skulle kunne løses, så skulle π kunne skrives alene ved hjælp af hele tal, almindelige regneoperationer samt kvadratrødder. Dette lykkedes ikke, men det var ikke let at forstå hvorfor. Først i 1766 lykkedes det (næsten) for Lambert at bevise, at π var irrational, og det er jo ikke nok. Vi kan let konstruere visse irrationale tal, f.eks. $\sqrt{2}$. Men endelig i 1882 fik Lindemann sat punktum for cirklens kvadratur. Han viste, at π ikke kan skrives med rodtegn overhovedet. π er transcendent, dvs., at det ikke er rod i noget polynomium med hele koefficienter.

π som projekt i gymnasiet

Der er flere muligheder i et projekt om tallet π . Jeg vil umiddelbart pege på fire:

- 1) Metoder til beregning af π .
Det vil sige formler, der faktisk kan bruges af en computer.
- 2) Formler for π .
Det vil sige formler, hvor π indgår på overraskende vis.
- 3) Entydigheden af π .
Det vil sige problemet, at det er det samme irrationale tal, der optræder i formlerne for cirklens omkreds og areal, kuglens overflade og rumfang, osv.
- 4) Cirklens kvadratur.
Det vil sige, at π ikke kan udtrykkes ved kvadratrodstegn, men at det ligefrem er et transcendent tal, der ikke kan udtrykkes ved rodtegn overhovedet.

Man kan hente informationer i den nedenfor nævnte litteratur. Men henvisningerne^{5,8,11} er kun egnet til at snuse i, - de er ikke skrevet med det formål at være gymnasistof.

I ref. 1 udledes Viète's formel (1579):

$$\frac{2}{\pi} = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}} \dots$$

og Wallis' produkt (1650):

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 8 \dots}{1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \dots}$$

I ref. 2 & 3 bevises sætningerne, at en cirkel er lige så stor som en retvinklet trekant med cirklens radius og omkreds som kateter, og at en kugleflade er lige så stor som cirklen, der har kuglens diameter som radius. Det er det sidste resultat, Archimedes er så stolt over, at han siger:

“Sådan har det været siden tidernes morgen, men jeg er den første, der har vidst det!”

Bevisteknikken er noget besværliggjort af, at man ikke havde en bekvem grænseovergang. Hans beviser kan derfor virke udviklede. Samtidig er de af indirekte form; dvs., at man antager, at det søgte resultat er forkert, og dernæst udleder, at denne antagelse fører til en modstrid. Derfor er det søgte resultat korrekt. Denne tankegang er jo uvant i vore dages skolematematik.

Ref. 4 er en udførlig og lettilgængelig fremstilling af alle aspekter af π . Kun de nyeste beregninger er ikke kommet med.

I ref. 5 forklares metoderne til beregning af en milliard decimaler af π . Disse beregninger bruger formler, der er fundet af det indiske geni, S. Ramanujan, (1887-1920). Ingen af hans formler er lettilgængelige, men det er morsomt at se, hvor mange forskellige, der er. Heller ikke metoderne til at regne med så store tal er helt simple. I alt en artikel, man kan snuse lidt til.

Edgar's artikel⁶ giver en glimrende oversigt over de forskellige formlers anvendelighed til beregning af π , samt beregningseksempel med Machin's formel.

I ref. 7 gives π 's historie rimeligt udførligt med mange detaljer som løste opgaver.

Ref. 8 er nærmest en forkortet oversættelse til dansk af ref. 5. Kun egnet til at snuse til.

I ref. 9 gennemgås Archimedes med vægt på den klassiske bevisteknik. Desuden bevises Wallis' og Viète's formler samt Leibniz' række. Endelig forklares meningen med cirklens kvadratur.

Også i ref. 10 gennemgås Archimedes, og flere formler nævnes.

Remmert's artikel¹¹ er tænkt til ældre studerende med kendskab til komplekse funktioner. Men artiklen er interessant at snuse i, fordi den indeholder mange formler, og den giver en antydning af beviser, f.eks. Eulers eget for summen af de reciprokke kvadrater. Desuden omtales cirklens kvadratur.

Ref. 12 er medtaget for sin sjove idé, at følge Archimedes indtil 8-kanten, og så extrapolere ud fra omkredsene af en to-kant, en trekant, et kvadrat, en sekskant og en ottekant. Med denne simple teknik fås de første 9 decimaler i π .

Referencer

- 1) Leif Abrahamsson: *Två formler för talet π* . Välj specialarbete i matematik, udg. Dan Laksov, Mittag-Leffler institutet, Djursholm 1989.
- 2) Archimedes: *Kykloy metresis*. Syrakus 200 f.v.t. Measurement of a Circle, The Works of Archimedes, edited in modern notation by T. L. Heath, Cambridge 1896.
- 3) Archimedes: *Peri sphaeras kai kylindros*. Syrakus 200 f.v.t. On the Sphere and Cylinder, The Works of Archimedes, edited in modern notation by T. L. Heath, Cambridge 1896.

- 4) Petr Beckmann: *A history of π* . Dorset Press, New York 1971.
- 5)* J. M. Borwein, P. B. Borwein and D. H. Bailey: *Ramanujan, Modular Equations, and Approximations to π , or how to compute one Billion Digits of π* . Am. Math. Monthly, **96**, 1989, 201-219.
- 6) G. A. Edgar: *Pi: Difficult or Easy?* Math. Magazine, **60**, 1987, 141-150.
- 7) Howard Eves: *An introduction to the history of mathematics*. Holt, Rinehart and Winston, New York, 1976.
- 8)* Mogens Esrom Larsen: *π med en milliard decimaler*. Normat **38**, 1990, 112-114.
- 9) Jesper Lützen: *Cirkelns kvadratur, Vinklens tredeling, Terningens fordobling*, Systime, Gjellerup, 1985.
- 10) Lars Mejlbo: *Om tallet $\pi=3,141592...$* i Nogle kapitler af matematikkens historie, Elementærafdelingen, nr. 17, vol. 1, Udg. Kirsti Andersen, Århus 1979, 68-81.
- 11)* R. Remmert: *What is π ?* Numbers, udg. H.-D. Ebbinghaus o.a., Springer, New York, 1990, 123-153.
- 12) H. R. Schwarz: *Numerical analysis*. John Wiley & Sons, New York, 1989, 100-113.

* Egentlig for svære for gymnasiet.



Mogens Esrom Larsen er ansat ved Københavns Universitets matematiske institut som lektor. Medlem af redaktionen af KVANT.

Wide-Range Turbomolecular Pumps

Turbo 180 H
Turbo 450 H

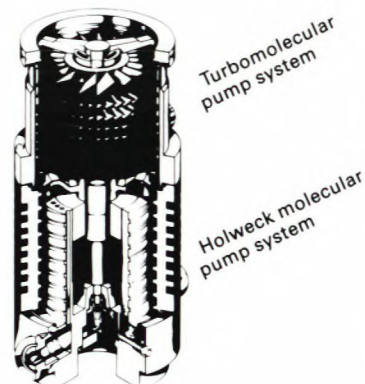


Two pumps in one!

Wide-range turbomolecular pumps with additional pumping system on the backing pressure side are the ideal pumps for producing hydrocarbon-free high and ultra high vacuum.

Some special features:

- High backing pressure (up to 13 mbar) allows use of dry membrane-type backing pumps
- Ultimate pressure $< 1 \times 10^{-10}$ mbar at 10 mbar backing pressure
- High volume flow rate up to 1 mbar



BALZERS

Nordiska Balzers AB
Baunegårdsvej 7 L
DK-2820 Gentofte
Tel. 31-68 32 61
Fax. 31-68 22 55

Balzers AG
FL-9496 Balzers
Liechtenstein
Tel. 075-441 11
Fax. 075-427 62

Vejledning for forfattere

Redaktionen af KVANT modtager meget gerne artikler fra læserne. Indholdet af artiklerne bør være forståelig for personer med interesse for fysik - således at en god gymnasieelev vil få noget ud af at læse artiklen. Det gør ikke noget at der optræder enkelte (og enkle) formler i teksten. Illustrationer til artiklerne er meget velkomne.

Det er håbet at der vil komme en række rubrikker - der er allerede en debatside, som er åben for indlæg om alt hvad der rører sig om fysik. Bladet vil også bringe meddelelser fra Dansk Fysisk Selskab og Selskabet for Naturlærens Udbredelse, ligesom omtale af arrangementer, der kan have interesse for fysikinteresserede vil blive bragt. Da der kun kommer fire numre om året (se planlagte udgivelsestidspunkter nederst på denne side) skal der gives meddelelse om et givet arrangement i god tid, hvis det skal kunne komme med i bladet.

Redaktionen vil også stræbe efter at kunne bringe korte notitser med friske nyheder og anmeldelser af bøger af interesse for fysikere.

Vejledning i udformning af artikler til KVANT

For at lette produktionen modtages artikler helst på elektronisk facon. Det kan enten være som elektronisk post til e-mail adressen

kvant@dfi.aau.dk

eller på en DOS-formateret diskette, der sendes til

KVANT

c/o Institut for Fysik og Astronomi

Ny Munkegade

8000 Århus C

eller afleveres til et redaktionsmedlem sammen med eventuelle figurer, og - *meget vigtigt* - et billede og en præsentation af forfatteren, i stil med de præsentationer, der findes i slutningen af hver artikel i dette nummer.

Teksten kan være skrevet i WordPerfect, Word, T_EX eller som en ren ASCII-fil. Hvis det ikke er muligt at aflevere teksten i et af disse formater, kan en papirudgave af artiklen naturligvis anvendes.

Formler og specielle symboler kan indsættes i teksten med WordPerfect eller T_EX. De modtages dog også gerne på papir.

Illustrationer og billeder til artiklerne afleveres separat - det er (endnu) en kvalitetsmæssig fordel at indsætte disse i artiklen på sædvanlig facon. Undlad venligst at afsætte plads til dem i teksten, men placer figurforklaringen til sidst eller for sig selv.

Tabeller og opstillinger ønskes enten i WordPerfect format eller som opstillinger med tabulatorer. Brug ikke for megen energi på at lave "snedige" opstillinger med linier og lignende.

- Overskriften skrives med store bogstaver.
- Forfatternavne skrives med kursiv.
- Afsnitsoverskrifter skrives med fed skrift.
- Der er ingen tomme linier mellem afsnit, men de indledes med en indrykning (tabulering).
- Referencer anføres i teksten med et løftet ciffer, og anføres til sidst i artiklen med nummer, forfatter, artikel (eventuelt bind-nummer med fed skrift), sidetal og årstal i parentes.
- Husk et billede og en kort præsentation af forfatteren.

Abonnement på KVANT

koster 135 kr for en årgang og vil blive opkrævet pr. giro. Nye abonnenter vil modtage eventuelle tidligere numre af den løbende årgang. Medlemmer af Dansk Fysisk Selskab og Selskabet for Naturlærens Udbredelse vil modtage bladet som et medlemsblad.

Abonnement tegnes ved at skrive til

Lene Körner, Matematisk Institut, Universitetsparken 5, 2100 København Ø